



# அழகப்பா பல்கலைக்கழகம்

தேசியத் தர நிர்ணயக் குழுவின் மூன்றாம் சுற்றுத் தர மதிப்பீட்டில் A+(CGPA: 3.64) தகுதியும்  
மனிதவள மேம்பாட்டு அமைச்சகம் - பல்கலைக்கழக மானியக்குழுவின் முதல் தரப்  
பல்கலைக்கழகம் மற்றும் தன்னாட்சித் தகுதியும் பெற்றது

காரைக்குடி - 630003



தொலைநிலைக்கல்வி இயக்ககம்

முதுகலை வணிக மேலாண்மை

**317 14**



அளவு நுட்பங்கள்

முதற் பருவம்



# அழகப்பா பல்கலைக்கழகம்

தேசியத் தர நிர்ணயக் குழுவின் மூன்றாம் சுற்றுத் தர மதிப்பீட்டில் A+(CGPA: 3.64) தகுதியும்  
மனிதவள மேம்பாட்டு அமைச்சகம் - பல்கலைக்கழக மானியக்குழுவின் முதல் தரப்  
பல்கலைக்கழகம் மற்றும் தன்னாட்சித் தகுதியும் பெற்றது



காரைக்குடி - 630 003

## தொலைநிலைக்கல்வி இயக்ககம்

முதுநிலை வணிக நிர்வாகம்  
முதற் பருவம்  
317 14

அளவியல் நுட்பங்கள்

**Authors:**

**CR Kothari**, *Ex-Associate Professor, Department of Economic Administration & Financial Management, University of Rajasthan*  
Units (1.2, 4.2-4.2.3, 5.2, 7-8, 9.2.2, 9.3-9.3.1, 9.4, 9.4.2, 11.3, 14)

**S Kalavathy**, *Head, Department of Mathematics, RMD Engineering College, Chennai*  
Units (4.2.4, 4.3, 5.3-5.4, 6, 9.2-9.2.1, 9.4.1, 10, 11.2, 12.2-12.3, 13)

**Vikas® Publishing House**

Units (1.0-1.1, 1.3-1.10, 2-3, 4.0-4.1, 4.4-4.8, 5.0-5.1, 5.5-5.9, 9.0-9.1, 9.5-9.9, 11.0-11.1, 11.4-11.9, 12.-12.1, 12.4-12.9)

"The copyright shall be vested with Alagappa University"

All rights reserved. No part of this publication which is material protected by this copyright notice may be reproduced or transmitted or utilized or stored in any form or by any means now known or hereinafter invented, electronic, digital or mechanical, including photocopying, scanning, recording or by any information storage or retrieval system, without prior written permission from the Alagappa University, Karaikudi, Tamil Nadu.

Information contained in this book has been published by VIKAS® Publishing House Pvt. Ltd. and has been obtained by its Authors from sources believed to be reliable and are correct to the best of their knowledge. However, the Alagappa University, Publisher and its Authors shall in no event be liable for any errors, omissions or damages arising out of use of this information and specifically disclaim any implied warranties or merchantability or fitness for any particular use.



VIKAS®

VIKAS® is the registered trademark of Vikas® Publishing House Pvt. Ltd.

VIKAS® PUBLISHING HOUSE PVT. LTD.

E-28, Sector-8, Noida - 201301 (UP)

Phone: 0120-4078900 • Fax: 0120-4078999

Regd. Office: 7361, Ravindra Mansion, Ram Nagar, New Delhi 110 055

• Website: [www.vikaspublishing.com](http://www.vikaspublishing.com) • Email: [helpline@vikaspublishing.com](mailto:helpline@vikaspublishing.com)

**Work Order No. AU/DDE/DE1-238/Preparation and Printing of Course Materials/2018 Dated 30.08.2018 Copies - 500**

# பாடத்திட்டங்கள்-புத்தக வரைபட அட்டவணை

## அளவியல் நுட்பங்கள்

பாடத்திட்டங்கள்	புத்தகத்தில் வரைபடம்
<p><u>தொகுதி 1: அளவை பற்றிய நுட்பங்களின் அடிப்படை</u> <u>அலகு-1:</u> அடிப்படை அளவு கருத்து: மேலாண்மை பயிற்சியில் அளவு ஆய்வின் பங்கு - சிக்கல் விளக்கம் : மாதிரிகள் மற்றும் அதன் வளர்ச்சி - கணித மாதிரிகளின் மாறுபட்ட கருத்து - வர்த்தகம் குறித்த கருத்து - மாநிலிகளின் நோக்கம் - வட்டி பற்றிய கருத்து <u>அலகு-2:</u> வகையீட்டின் அடிப்படை கருத்து: தொகையீட்டல் - வணிக சிக்கல்களை தேர்வுமுறை - வணிக பிரச்சனையைத் தேர்வு செய்வதற்கான வேறுபாட்டின் பயன்பாடு - தொகையீட்டல் புள்ளிவிபரம்: வணிக முடிவெடுக்கும் ஆராய்ச்சி மற்றும் புள்ளிவிபரங்களின் பொருள் மற்றும் பயன்பாடுகள் - தரவு சேகரிப்பு அட்டவணைப்படுத்தல் மற்றும் வழங்கல் - வணிக சிக்கல் நடவடிக்கைகள்: சராசரி முறை சிதறலின் நடவடிக்கைகள். <u>அலகு-3:</u> மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு: நேரியல் மற்றும் நேர்காணல் - செலவு மற்றும் வருவாய் நடத்தையின் செயல்பாடு மற்றும் அதன் உபயோகம் குறித்த வரைகலை பிரதிநிதித்துவம் - சாய்வு மற்றும் சரிவு - கோரிக்கைகளை நெகிழ்ச்சி புரிந்து செயல்பாட்டு உறவுகளின் பயன்பாடு, செலவுகள் மற்றும் நடவடிக்கைகளின் அளவு, செலவுகளை குறைத்தல் மற்றும் முடிவு செய்தல் செயல்பாட்டின் - மீப்பெருமதிப்புகள் மற்றும் மீச்சிறுமதிப்புகள் <u>அலகு-4:</u> நேரியல் செய்நிரலாக்கம் அறிமுகம் - தேர்வுமுறை கருத்துக்கள் - வெவ்வேறு வகை நேரியல் செய்நிரலாக்க உருவாக்கம் - LPP-ன் நியதி மற்றும் தரநிலை வடிவம் - முக்கியத்துவம் மற்றும் நடைமுறைப்படுத்தல்</p>	<p><u>அலகு 1:</u> அடிப்படை அளவு கருத்து (பக்கங்கள் 1-22) <u>அலகு 2:</u> வகையீட்டல் மற்றும் தொகையீட்டல் அடிப்படை கருத்துக்கள் (பக்கங்கள் 23-41) <u>அலகு 3:</u> மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு (பக்கங்கள் 42-73) <u>அலகு 4:</u> நேரியல் நிரலாக்கம்: அறிமுகம் (பக்கங்கள் 74-93)</p>
<p><u>தொகுதி 2: LPP</u> <u>அலகு-5:</u> எளிமையான பின்னடைவு மற்றும் கூட்டுறவு பகுப்பாய்வு: அறிமுகம், தொடர்பு, கூட்டுப்பண்பு பகுப்பாய்வு, நேரியல் பின்னடைவு பகுப்பாய்வு மற்றும் இணை-செயல்திறன். - முடிவெடுப்பதற்கான இருமை மற்றும் உணர்திறன் பகுப்பாய்வு - வரைகலை முறையில் LPP தீர்வுகாண செயல்முறை - இருமை இயல்பு மற்றும் கூர்ந்து அறியும் திறன் ஆய்வு கருத்து <u>அலகு-6:</u> LPP இன் சிறப்பு வழிமுறைகள்: போக்குவரத்து வழிமுறை: சமசீர் மற்றும் சமநிலையற்ற சிக்கல் உருவாக்கம் மற்றும் உருவாக்கம் மற்றும் தீர்வு முறைகள் -மேற்கு வடக்கு முலை விதி -குறைந்த செலவு அல்லது அணிக்கோவை சிறுமம் முறை - வொகெல் தோராயம் முறை. <u>அலகு-7:</u> நிகழ்தகவு கோட்பாடு: அறிமுகம் - நிகழ்தகவு மேம்பாடு - நிகழ்தகவு வகைகள்: தொழிலில் நிகழ்தகவு பயன்முறை கோட்பாடுகளின் பயன்பாடு - மாதிரி இடம் குறித்த கருத்து, மாதிரி புள்ளிகள் மற்றும் நிகழ்வுகள் - நிகழ்தகவு வகைகள் <u>அலகு-8:</u> தத்துவார்த்த நிகழ்தகவு வழங்கல்கள்: அறிமுகம் - நிகழ்வுகளின் கருத்து - நிகழ்வுகளின் நிகழ்தகவு - கூட்டு, நிபந்தனை மற்றும் குறுநிலை நிகழ்தகவுகள் நிகழ்தகவு விநியோகம் மற்றும் பயன்பாடுகள் - ஈருறுப்பு பாய்ஸன் சாதாரண வழங்கல்கள் அட்டவணையைப் பயன்படுத்துதல்.</p>	<p><u>அலகு 5:</u> எளிய பின்னடைவு மற்றும் ஒட்டுறவு ஆய்வு (பக்கங்கள் 94-136) <u>அலகு 6:</u> LPP சிறப்பு வழிமுறை (பக்கங்கள் 137-172) <u>அலகு 7:</u> நிகழ்தகவு கோட்பாடு (பக்கங்கள் 173-183) <u>அலகு 8:</u> தத்துவார்த்த நிகழ்தகவு வழங்கல்கள் (பக்கங்கள் 184-211)</p>



# பொருளடக்கம்

## அறிமுகம்

### தொகுதி I : அளவை பற்றிய நுட்பங்களின் அடிப்படை

#### அலகு 1 அடிப்படை அளவு கருத்து

1-22

- 1.0 அறிமுகம்
- 1.1 நோக்கங்கள்
- 1.2 மேலாண்மை பயிற்சியில் அளவு ஆய்வின் பங்கு
- 1.3 சிக்கல் விளக்கம்: மாதிரிகள் மற்றும் அதன் வளர்ச்சி
- 1.4 வர்த்தகம் குறித்த கருத்து/வாய்ப்பு விலை கருத்து
- 1.5 மாறிலிகள் மற்றும் மாறிகள் பற்றிய கருத்து
  - 1.5.1 மாறிலி
  - 1.5.2 மாறி: கணித மாதிரிகள் குறித்த கருத்து
- 1.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 1.7 சுருக்கம்
- 1.8 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 1.9 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 1.10 மேலும் படிக்க

#### அலகு 2 வகையீட்டல் மற்றும் தொகையீட்டல் அடிப்படை கருத்துக்கள்

23-41

- 2.0 அறிமுகம்
- 2.1 நோக்கங்கள்
- 2.2 வகையீட்டல்
- 2.3 தொகையீட்டல்
- 2.4 வணிக சிக்கல்களை தேர்வுமுறைபடுத்துவதில் வகையீட்டலின் பங்கு
- 2.5 வணிக தீர்வு காணல் மற்றும் ஆராய்ச்சியில் புள்ளிவிபரங்களின் பங்கு
  - 2.5.1 தரவு சேகரிப்பு, அட்டவணைப்படுத்தல் மற்றும் வழங்கல்
  - 2.5.2 மத்திய துறையின் நடவடிக்கைகள்
  - 2.5.3 வரைபடம் பிரதிநிதித்துவம்
  - 2.5.4 சிதறலின் நடவடிக்கைகள்
- 2.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 2.7 சுருக்கம்
- 2.8 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 2.9 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 2.10 மேலும் படிக்க

#### அலகு 3 மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு

42-73

- 3.0 அறிமுகம்
- 3.1 நோக்கங்கள்
- 3.2 செலவு மற்றும் வருவாய் நடத்தையின் செயல்பாடு மற்றும் அதன் உபயோகம் குறித்த வரைகலை பிரதிநிதித்துவம்
  - 3.2.1 சாய்வு மற்றும் சரிவு
- 3.3 ஒரே இடஞ்சார்ந்த விலை மற்றும் தேவை நெகிழ்ச்சி
  - 3.3.1 செயல்பாட்டின் மீப்பெருமதிப்புகள் மற்றும் மீச்சிறுமதிப்புகள்
- 3.4 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்

- 3.5 சுருக்கம்
- 3.6 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 3.7 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 3.8 மேலும் படிக்க

#### அலகு 4 நேரியல் நிரலாக்கம்: அறிமுகம்

74-93

- 4.0 அறிமுகம்
- 4.1 நோக்கங்கள்
- 4.2 பல்வேறு வகையான நேரியல் நிரலாக்க வடிவம்
  - 4.2.1 நேரியல் நிரலாக்க பொருள்
  - 4.2.2 தொழில்துறையின் முக்கியத்துவம் மற்றும் செயல்முறை செயலாக்கம்
  - 4.2.3 நேரியல் நிரலாக்க சிக்கல்களின் கூறுகள்
  - 4.2.4 நேரியல் நிரலாக்க சிக்கலின் உருவாக்கம்
- 4.3 LPP -ன் நியதி மற்றும் தரநிலை வடிவம்
- 4.4 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 4.5 சுருக்கம்
- 4.6 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 4.7 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 4.8 மேலும் படிக்க

#### தொகுதி II : LPP

#### அலகு 5 எளிய பின்னடைவு மற்றும் ஒட்டுறவு ஆய்வு

94-136

- 5.0 அறிமுகம்
- 5.1 நோக்கங்கள்
- 5.2 ஒட்டுறவு ஆய்வு குறித்த அறிமுகம்
  - 5.2.1 ஒட்டுறவின் கெழு மற்றும் நேரியல் பின்னடைவு
- 5.3 LP சிக்கலுக்கான தீர்வு: வரைகலை மற்றும் ஒற்றை முறை
  - 5.3.1 வரைகலை முறையில் LPP தீர்வு காண செயல்முறை
  - 5.3.2 ஒற்றை முறை
- 5.4 இருமை இயல்பு மற்றும் கூர்ந்து அறியும் திறன் ஆய்வு கருத்து
  - 5.4.1 இரட்டை சிக்கல் உருவாக்கம்
  - 5.4.2 இரட்டை சிக்கல் விளக்கம்
  - 5.4.3 கூர்ந்துஅறியும் திறன் ஆய்வு
  - 5.4.4 நிழல் விலை
  - 5.4.5 பொருளாதார பொருள்விளக்கம்: தீர்வு காண மேற்கொள்ளும் புரிதல்
- 5.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 5.6 சுருக்கம்
- 5.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 5.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 5.9 மேலும் படிக்க

#### அலகு 6 LPP சிறப்பு வழிமுறை

137-172

- 6.0 அறிமுகம்
- 6.1 நோக்கங்கள்
- 6.2 போக்குவரத்துக்கு சிக்கலின் அடிப்படை
  - 6.2.1 போக்குவரத்து வழிமுறை: சமசீர் மற்றும் சமநிலையற்ற சிக்கல்
- 6.3 வகுப்பீடு மற்றும் போக்குவரத்து நிர்வாக வழிமுறை
  - 6.3.1 பயண விற்பனையாளர் சிக்கல்
  - 6.3.2 கணித உருவாக்கம்
- 6.4 உருவாக்கம் மற்றும் தீர்வு முறைகள்
  - 6.4.1 மேற்கு வடக்கு மூலை விதி

- 6.4.2 குறைந்த செலவு அல்லது அணிக்கோவை சிறும முறை
- 6.4.3 வொகெல் தோராய முறை (VAM)
- 6.5 MODI முறை
- 6.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 6.7 சுருக்கம்
- 6.8 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 6.9 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 6.10 மேலும் படிக்க

### அலகு 7 நிகழ்தகவு கோட்பாடு

173-183

- 7.0 அறிமுகம்
- 7.1 நோக்கங்கள்
- 7.2 கருத்து அறிமுகம்: வளர்ச்சி
  - 7.2.1 மாதிரி இடம் குறித்த கருத்து, மாதிரி புள்ளிகள் மற்றும் நிகழ்வுகள்
- 7.3 நிகழ்தகவு வகைகள்: தொழிலில் நிகழ்தகவு பயன்முறை
- 7.4 வரிசைவகுதி மற்றும் சேர்மானம்
  - 7.4.1 வரிசைவகுதி 7.4.2 சேர்மானம்
- 7.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 7.6 சுருக்கம்
- 7.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 7.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 7.9 மேலும் படிக்க

### அலகு 8 தத்துவார்த்த நிகழ்தகவு வழங்கல்கள்

184-211

- 8.0 அறிமுகம்
- 8.1 நோக்கங்கள்
- 8.2 கருத்து மற்றும் நிகழ்வுகளின் நிகழ்தகவு
  - 8.2.1 ஒருவேளை எளிய நிகழ்வுகள்
  - 8.2.2 ஒருவேளை பரஸ்பரம் விலகி வைக்கிற நிகழ்வுகள்
  - 8.2.3 ஒருவேளை கூட்டு நிகழ்வுகள்
- 8.3 நிகழ்தகவு வழங்கல்களின் வகைகள்
  - 8.3.1 ஈருறுப்பு வழங்கல்கள் 8.3.2 பாய்ஸன் வழங்கல்கள் 8.3.3 சாதாரண வழங்கல்கள்
- 8.4 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 8.5 சுருக்கம்
- 8.6 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 8.7 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 8.8 மேலும் படிக்க

### தொகுதி III: செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி மற்றும் உருவாக்கப்படுத்துதல் நுட்பங்கள்

### அலகு 9 தீர்வு கண்டறிய செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி

212-238

- 9.0 அறிமுகம்
- 9.1 நோக்கங்கள்
- 9.2 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி: விளக்கம், பின்னணி மற்றும் வளர்ச்சி
  - 9.2.1 அளவு முறைகளின் இயற்கை மற்றும் குணாதிசயங்கள்
  - 9.2.2 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் வளர்ச்சி
- 9.3 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் தீர்வு காணலுக்கான கருவி
  - 9.3.1 அளவு முறைகளின் நன்மைகள்



- 9.4 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் கல்வி கட்டங்கள்
  - 9.4.1 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் மாதிரிகள் மற்றும் தீர்வை பெறுவதற்கான முறைகள்
  - 9.4.2 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் வரம்புகள்
- 9.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 9.6 சுருக்கம்
- 9.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 9.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 9.9 மேலும் படிக்க

அலகு 10 வரிசைமுறை/திட்டமிடல் முறைகள்

239-255

- 10.0 அறிமுகம்
- 10.1 நோக்கங்கள்
- 10.2 சொல்லியல் மற்றும் குறிமானம்: கருத்து
  - 10.2.1 திட்டமிடல் முறைகளுக்கான முதன்மை ஊகங்கள்
  - 10.2.2 முன்னுரிமை, செயலாக்கம், மற்றும் திரள் தயாரிப்பு
- 10.3 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 10.4 சுருக்கம்
- 10.5 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 10.6 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 10.7 மேலும் படிக்க

அலகு 11 உருவாக்கப்படுத்துதல் நுட்பங்கள்

256-280

- 11.0 அறிமுகம்
- 11.1 நோக்கங்கள்
- 11.2 தீர்வு காணுதலுக்கு ஊக்கியாக உருவாக்கப்படுத்துதல் - அறிமுகம்
  - 11.2.1 உருவாக்கப்படுத்துதல் வகைகள்
  - 11.2.2 சீரற்ற எண்கள் மற்றும் மாறி
- 11.3 மான்டே கார்லோ உருவாக்கப்படுத்துதல்: உருவாக்கப்படுத்துதல் முறைகளின் பயன்பாடுகள்
  - 11.3.1 மான்டே கார்லோ உருவாக்கப்படுத்துதல் மற்றும் பொருள் பட்டியல் கட்டுப்பாடு
  - 11.3.2 மான்டே கார்லோ உருவாக்கப்படுத்துதல் மற்றும் உற்பத்தி வரிசை மாதிரிகள்
  - 11.3.3 உருவாக்கப்படுத்துதல் நுட்பத்தின் முக்கியத்துவமும் பயன்களும்: நன்மைகள் மற்றும் தீமைகள்
- 11.4 பண மேலாண்மை, திட்ட நேரம் மற்றும் தயாரிப்பு வரம்புகள்
- 11.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 11.6 சுருக்கம்
- 11.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 11.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 11.9 மேலும் படிக்க

தொகுதி IV: வரிசை மற்றும் தீர்வு மர ஆய்வு

அலகு 12 வரிசை கோட்பாடு

281-303

- 12.0 அறிமுகம்
- 12.1 நோக்கங்கள்
- 12.2 வரிசை அமைப்பு: அறிமுகம் மற்றும் விளக்கம்
- 12.3 வரிசை கோட்பாடு: M/M/1 வரிசை மாதிரி மற்றும் பயன்பாடுகள்
- 12.4 மான்டே கார்லோ உருவாக்கப்படுத்துதல் பயன்படுத்தி புதிய தயாரிப்பு வெளியீட்டு சிக்கல்கள்
- 12.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 12.6 சுருக்கம்

- 12.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 12.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 12.9 மேலும் படிக்க

### அலகு 13 தீர்வு ஆய்வு

304-319

- 13.0 அறிமுகம்
- 13.1 நோக்கங்கள்
- 13.2 தீர்வு ஆய்வு: கருத்து மற்றும் விளக்கம்
  - 13.2.1 தீர்வு காணும் செயல்முறை
- 13.3 ஊதியம் மற்றும் இழப்பு அட்டவணை தயார் செய்தல்
- 13.4 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 13.5 சுருக்கம்
- 13.6 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 13.7 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 13.8 மேலும் படிக்க

### அலகு 14 தீர்வு மர ஆய்வு

320-346

- 14.0 அறிமுகம்
- 14.1 நோக்கங்கள்
- 14.2 தீர்வு காணும் சூழல்கள்
  - 14.2.1 நிர்ணயிக்கப்பட்ட தீர்வு மாதிரி (நிச்சயமான தீர்வு காணல் )
  - 14.2.2 நிகழ்தகவு அல்லது தோராய தீர்வு மாதிரி (அபாயத்துடன் கூடிய தீர்வு காணல் )
  - 14.2.3 அபாயகர சூழ்நிலைகளில் மேற்கொள்ளும் தீர்வு காணலுக்கான விதிகள்/நுட்பங்கள்
  - 14.2.4 மிகச்சரியான அறிவு (அல்லது தகவலுடன் ) கூடிய எதிர்பார்த்த இலாபம் மற்றும் சரியான தகவலுக்கான எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பு
  - 14.2.5 காப்பு மதிப்பின் விளைவு 14.2.6 ஓர் இடஞ்சார்ந்த ஆய்வின் பயன்கள்
- 14.3 சரியான தீர்வை எடுப்பதற்கான உகந்த தீர்வு மர அணுகுமுறை
- 14.4 பிந்தின நிகழ்தகவு கருத்து
- 14.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 14.6 சுருக்கம்
- 14.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 14.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 14.9 மேலும் படிக்க

கணிதம் என்பது மனிதர்களுக்கு தெரிந்த மிக துல்லியமான மொழி. நமது முடிவு-தயாரிப்பு செயல்முறை துல்லியமாக செய்ய ஒரே வழி. நாம் இருக்கும் தகவல்களை துல்லியமாக, பின்னர் அது தேவையான தீர்வுகள் வந்து அதன் மீது கணக்கீடுகள் செய்ய. அளவு முறைகள் தேவைபடும். இவையெல்லாம் நமக்கு சாத்தியமானது. இந்த முறைகள் ஒரு எண் வடிவமைப்பில் தகவல்களை உள்ளீர்த்துக்கொள்ள முயன்றாக, அதன் விளைவை அறிய அதன் செயல்பாடுகளை மேற்கொள்ளவும் உதவுகின்றன.

குறிப்புகள்

முடிவு எடுப்பதில் திருப்பம் நமக்கு உதவுகிறது. அளவு உத்திகள் அல்லது முறைகள் வர்த்தக உலகில் மிகவும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது, அங்கு எங்கள் வெற்றி சரியான மற்றும் சரியான நேரத்தில் முடிவுகளை எடுக்கும் நமது திறனை பொறுத்தது. இன்று பெரும்பாலான வியாபார பிரச்சனைகளில் தங்கள் அளவு பிரதிநிதித்துவம், இந்த ஆய்வு துறையில் மாணவர்கள் மற்றும் வணிக நபர்களை மிகவும் சுவாரசியமான மற்றும் பயனுள்ளதாக செய்கிறது. இந்த முறைகள் வியாபார மூலவாதிகள் பெரும் உதவியாக இருக்கும். இன்றைய உலகில், இந்த முறைகளில் அறிவு எந்த வணிக சூழலையும் உள்ளிட முன் வருகிறது.

இந்த நூல் அளவு நுட்பங்கள், பதினான்கு அலகுகள் என பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு அலகு ஒரு அறிமுகம் தொடங்கிய சுய அறிவுறுத்தல் முறை பின்பற்ற, தொடர்ந்து நோக்கங்கள் ஒரு சுருக்கம். அதன் பிறகு விரிவான உள்ளடக்கம். உங்கள் முன்னேற்றம் ஒரு எளிமையானதே. ஆனால் கட்டமைக்கப்பட்ட முறையில் சமர்ப்பிக்கப்பட்டது. தலைப்பை பற்றிய மாணவனின் புரிதலை சோதிக்க கேள்விகள் ஒரு சுருக்கம். ஒவ்வொரு அலகின் இறுதியிலும் முக்கிய வார்த்தைகளின் பட்டியல் மற்றும் சுய மதிப்பீட்டு வினாக்கள் மற்றும் பயிற்சிகள் ஆகியவையும் வழங்கப்படுகின்றன.

## அலகு 1 அடிப்படை அளவியல் கருத்துக்கள்

குறிப்புகள்

### அமைப்பு

- 1.0 அறிமுகம்
- 1.1 நோக்கங்கள்
- 1.2 மேலாண்மை பயிற்சியில் அளவியல் பகுப்பாய்வின் பங்கு
- 1.3 சிக்கல் விளக்கம்: மாதிரிகள் மற்றும் அதன் வளர்ச்சி
- 1.4 வர்த்தகத்தின் கருத்துக்கள்/வாய்ப்பு விலை
- 1.5 மாறிலிகள் மற்றும் மாறிகள் பற்றிய கருத்து
  - 1.5.1 மாறிலி
  - 1.5.2 மாறிகள்: கணித மாதிரிகள் குறித்த கருத்து
- 1.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 1.7 சுருக்கம்
- 1.8 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 1.9 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 1.10 மேலும் படிக்க

### 1.0 அறிமுகம்

அளவியல் நுட்பங்களின் மூலம் சக்தி வாய்ந்த கருவிகளை உற்பத்தி செய்யலாம், இலாபத்தினை அதிகரித்து செலவினை குறைக்கலாம். தயாரிப்பு முறைகள் குறிப்பிட்ட முன் தீர்மானிக்கப்பட்ட நோக்கங்களை நிறைவேற்றுவதற்கு அடிப்படையாகக் கொள்ளலாம். அளவியல் நுட்பங்களை ஆய்வு செய்வது ஒப்பீட்டளவில் புதிய ஒழுங்குமுறை ஆகும், இது விவசாய மற்றும் தொழில் துறைகளில் குறிப்பாக அதன் பரந்த பயன்பாடுகளில் உள்ளது. ஒரு தொழில் அல்லது தொழில் நிறுவனத்தில் எழும் பல பிரச்சனைகளை தீர்க்கும் ஒரு வழிமுறையாக, அளவியல் நுட்பங்களின் போக்கு அதிகரித்து வருகிறது. அதிக எண்ணிக்கையிலான வணிகப் பிரச்சனைகள் ஒப்பீட்டளவில் அண்மைக் காலத்தில் கணிசமான அளவில் வெற்றி பெற்றது.

### 1.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகை நீங்கள் படித்து முடித்த பின்பு உங்களால்,

- மேலாண்மை நடைமுறைகளில் அளவு பகுப்பாய்வு முக்கியத்துவத்தை சிறப்பித்துக் காட்ட முடியும்
- மாதிரிகள் பயன்படுத்துவதற்கான காரணங்களையும் அவற்றை வளர்க்கும் முறைகளையும் விளக்க முடியும்
- பல்வேறு வகையான மாறிலிகளை பட்டியலிட முடியும்

குறிப்புகள்

அளவியல் நுட்பங்கள் என்பது வணிக மற்றும் தொழில்துறை பற்றி பிரத்யேகமாக முடிவெடுக்கும் செயல்முறையில் உதவும் புள்ளியியல் மற்றும் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி அல்லது நிரலாக்க உத்திகள் ஆகும். இந்த நுட்பங்கள் அளவியல் என்ற அறிமுகத்தை உள்ளடக்கியது, அதாவது எண்கள், குறியீடுகள் மற்றும் பிற கணித வெளிப்பாடுகளின் பயன்பாட்டை அவை ஈடுபடுத்துகின்றன. அளவு நுட்பங்கள் அடிப்படையில் தீர்ப்பு மற்றும் உள்ளூர் ஒரு பயனுள்ளதாக துணையாக உள்ளன. இந்த நுட்பங்கள் திட்ட காரணிகள் மற்றும் மாற்று முறைகள் பற்றி அவர்கள் கூறும் போது, மற்றும் முறைகள் மதிப்பீடு போன்ற, அளவு நுட்பங்கள் ஒரு திட்டமிட்ட மற்றும் சக்திவாய்ந்த முறையில் பகுப்பாய்வு மற்றும் உதவி, அளவு தரவு அடிப்படையில், முன்-நிர்ணயித்த இலக்குகளை அடைய கொள்கைகள், ஒரு முறையான மற்றும் சக்தி வாய்ந்த ஆய்வுகளை வழங்கும் என்று உத்திகள் வரையறுக்கப்பட்டது. இந்த நுட்பங்கள் குறிப்பாக சிக்கலான வணிக நிறுவனங்களின் பிரச்சனைகளுக்கு தொடர்புடையதாக உள்ளது.

நவீன காலத்தில் எண்ணற்ற அளவு நுட்பங்கள் கிடைக்கின்றன. இரண்டு குழுக்கள் கீழ் பரவலாக வைக்க முடியும்: (a) புள்ளியியல் உத்திகள் (b) நிரலாக்க உத்திகள்.

புள்ளியியல் உத்திகள் என்பவை ஒரு குறிப்பிட்ட நிகழ்வு பற்றிய புள்ளிவிவர விசாரணையை நடத்துவதில் பயன்படுத்தப்படும் உத்திகள் ஆகும். அவை அனைத்தும் புள்ளியியலில் சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகளை விளக்க வேண்டிய பணி வரை தரவு சேகரிப்பில் இருந்து வழிமுறைகள் தொடங்குகின்றன. மேலும் தெளிவாக, புள்ளிவிவர தகவல் சேகரிக்கும் முறைகள், சேகரிக்கப்பட்ட தரவின் வகைப்பாடு மற்றும் அட்டவணை நுட்பம், அதாவது வழக்கமான விலகல், குணகம், புள்ளியியல் போன்ற பல்வேறு வகையான நடவடிக்கைகளின் கணக்கீடு, பகுப்பாய்வு மற்றும் விளக்கம் ஆகியவற்றின் நுட்பங்கள், இறுதியாக பெற்றுவிட்ட பணி அனுமானங்கள் முக்கியமான சில புள்ளிவிவர உத்திகள் ஆகும்.

நிரலாக்க உத்திகள் (அல்லது பொதுவாக செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி என விவரிக்கப்பட்டுள்ளது அல்லது சாதாரணமாக) நவீன காலத்தில் முடிவெடுக்கும் தயாரிப்பாளர்கள் பயன்படுத்தும் மாதிரி கட்டிட உத்திகள் ஆகும். அவை நேரான நிரலாக்க, விளையாட்டுகள் கோட்பாடு, பாவனை, வலையமைப்பு பகுப்பாய்வு, வரிசையாக்கும் கோட்பாடு மற்றும் ஏனைய ஓத்த நுட்பங்கள் போன்ற பல வகையான நுட்பங்களை உள்ளடக்கியதாகும். பின்வரும் நடவடிக்கைகள் பொதுவாக நிரலாக்க நுட்பங்கள் பயன்பாட்டில் உள்ளன:

- (1) தொழில் முறை பரிசீலனையில் உள்ள அனைத்து அளவுபடுத்தக்கூடிய காரணிகளும் கணித மொழியில் வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது: மாறிகள் (கட்டுப்படுத்தக்கூடிய காரணிகள்) மற்றும் அளவுருக்கள் அல்லது குணகங்களாகும் (கட்டுப்படுத்த முடியாத காரணிகள்).
- (2) பொருத்தமான கணித வெளிப்பாடுகள் அனைத்து மாறிகள் மற்றும் அளவுருக்கள் இடையேயான உறவுகளை விவரிக்கின்றன. இதைத்தான் கணித மாதிரியின் உருவாக்கம் என்கிறோம். இந்த மாதிரி ஒரு வணிக

தொழில்நுட்பம் மற்றும் பொருளாதாரம் ஒரு நீண்ட சமன்பாடுகள் அடிப்படை அளவியல் மற்றும் ஏற்றத்தாழ்வுகளை ஒரு தொகுப்பு மூலம் விவரிக்கிறது. கருத்துகள்

(3) வணிக முறையின் வரம்புகள் மற்றும் இடைப்பாடுகளை திருத்திப்படுத்தும் மாதிரியின் பல்வேறு சமன்பாடு அடிப்படையிலும், அதே நேரத்தில் இலாபத்தை அதிகப்படுத்துதல் அல்லது குறைத்தல் செலவுகள் அல்லது வேறு சில இலக்கு அல்லது அளவுகோலுடன் முடிந்தவரை நெருக்கமாக வரவிருக்கும் ஒரு சிறந்த தீர்வு தீர்மானிக்கப்படுகிறது.

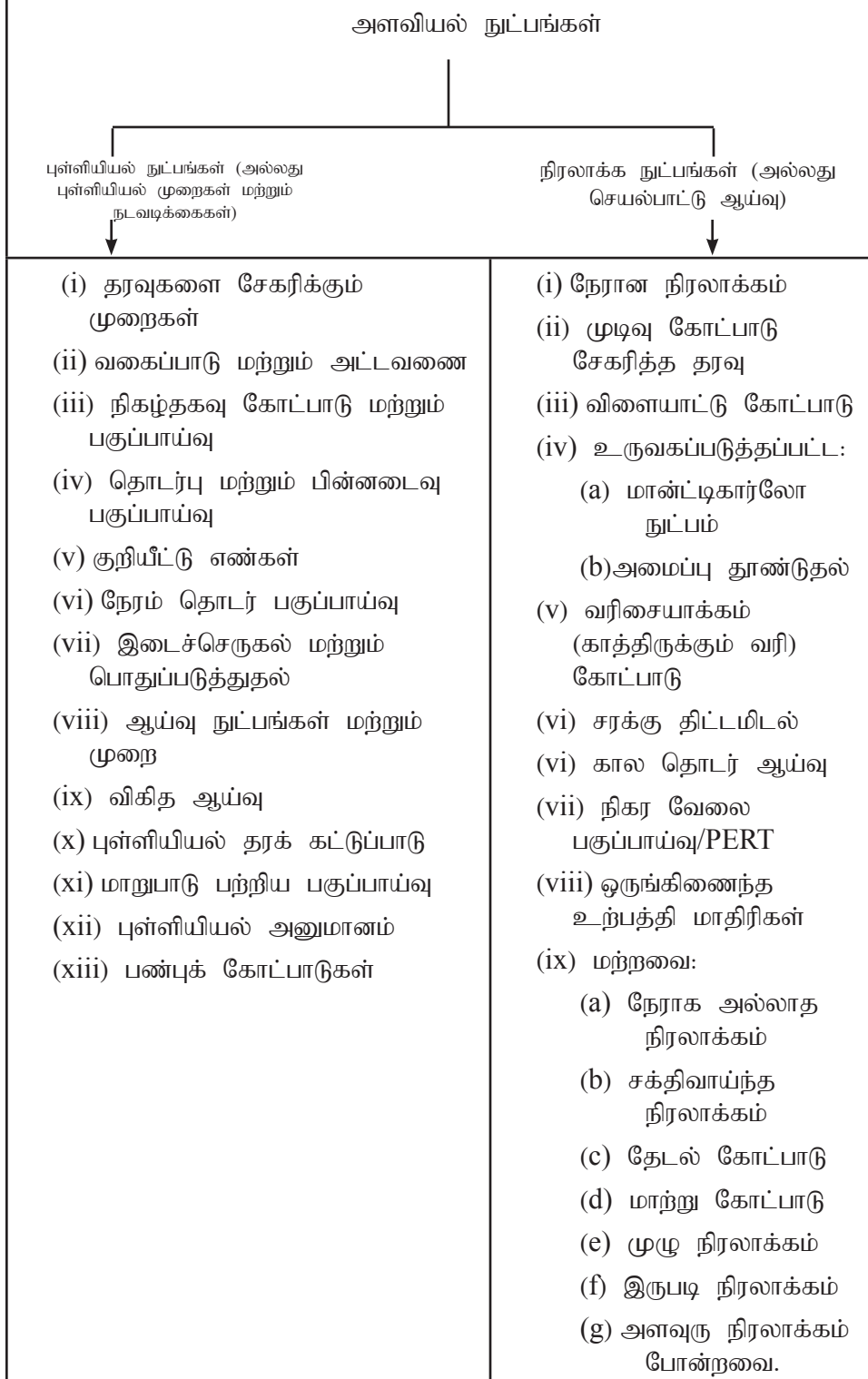
குறிப்புகள்

(4) மேலே பெறப்பட்ட மாதிரியின் தீர்வு மதிப்புகள், உண்மையான கருத்துக்களை எதிர்த்து சோதிக்கப்பட்டது. தேவைப்பட்டால், இந்த மாதிரி கருத்துக்களை லேசான மாற்றம் மற்றும் முழு செயல்முறை ஒரு திருத்திகரமான மாதிரி வரும் வரை மீண்டும் நிகழும்.

(5) இறுதியாக, தீர்வு வேலை செய்யப்படுகிறது.

மேலே இருந்து நிரலாக்க நுட்பங்கள் ஒரு கணித மாதிரியை உருவாக்கும் செயலாகும் அதாவது, ஒரு சூழ்நிலையில் குறிப்பிடத்தக்க மாறிகள் தொடர்பான சமன்பாடுகள் மற்றும் ஏற்றத்தாழ்வுகளின் தொகுப்புகள் ஆகும். இது சம்பந்தப்பட்ட மாறிகளின் மதிப்புகள் அடிப்படையில் இந்த உத்திகள் சிக்கல்களுக்கு தீர்வைக் கொடுக்கின்றன. இந்த நுட்பங்கள் சிக்கலான சிக்கல்களை தீர்க்க சிறப்பாக உதவுகின்றன. பாதுகாப்பு மற்றும் இராணுவப் பிரச்சினைகளை முதலில் எதிர்கொள்ள 1940ம் ஆண்டில் உருவாக்கப்பட்ட இந்த தொழில்நுட்பங்கள் இப்போது வணிக சூழல்களுக்கு பெருகிய முறையில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

பின்வரும் விளக்கப்படம் முக்கியமான அளவியல் நுட்பங்களைப் பட்டியலிடுகிறது:



அடிப்படை அளவியல் கருத்துகள்

குறிப்புகள்

பல்வேறு முக்கியமான அளவு நுட்பங்களைப் பற்றிய ஒரு சுருக்கமான குறிப்பு இந்த சூழ்நிலையில் பொருத்தமானதாக இருக்கும். இது கீழ் வருமாறு:

(1) புள்ளிவிவர நுட்பங்கள்

அடிப்படை அளவியல் வணிக மற்றும் தொழிற்சாலைகளில் பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப்படும் கருத்துகள் முக்கியமான புள்ளிவிவர நுட்பங்கள்:

குறிப்புகள்

- (i) வணிக சிக்கல்களைப் பற்றி பல ஆய்வுகள், நேரம் மற்றும் செலவினங்களின் பரிசீலனைகள் பிரபஞ்சத்தின் ஒரு சில பொருட்களின் ஆய்வுகளுக்கு வழிவகுக்கின்றன. ஆனால் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட பொருட்கள் மொத்த மக்கள் தொகைக்கு பிரதிநிதித்துவமாக இருக்க வேண்டும். தேர்வு செயல்முறை மாதிரி என்று அழைக்கப்படுகிறது. இவற்றில் இரண்டு வகையான அடிப்படை மாதிரிகள் உள்ளன:
  - (a) நிகழ்தகவு அல்லது சீரற்ற மாதிரிகள், மொத்த மக்கள் தொகையிலிருந்து ஒவ்வொரு உறுப்பு அல்லது உருப்படியை தேர்வு செய்து சமமான நிகழ்தகவு மற்றும் மொத்த மக்களின் முடிவுகள் தொடர்புடைய சாத்தியமான பிழை வரம்புகள் முன்கூட்டியே கணித ரீதியாக அறியப்படுகிறது என்று காட்டப்பட்டுள்ளன.
  - (b) நிகழ்தகவு அல்லாத அல்லது நோக்கம் மாதிரிகள் தேர்வாளர்களின் தேர்வு அடிப்படையிலானவை. பல்வேறு வடிவமைப்புகளின் பயன்பாடு மூலம் மாதிரி பகுப்பாய்வு என்பது குறிப்பிட்ட அளவு நம்பகத்தன்மையுடன் மக்களிடையே உள்ள பண்புகள் பற்றிய விவரங்களை பெற உதவுகிறது. இந்த புள்ளிவிவர நுட்பம் பெரும்பாலும் சந்தை ஆராய்ச்சி, வேலை மாதிரி, சரக்கு கட்டுப்பாட்டு மற்றும் தணிக்கை ஆகியவற்றில் பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- (ii) தொடர்பு மற்றும் பின்னடைவு பகுப்பாய்வு: தொடர்பு மற்றும் மறுபரிசீலனை பகுப்பாய்வு என்பது வணிக மற்றும் தொழிற்சாலைகளில் பயன்படுத்தப்படும் மற்றொரு முக்கியமான புள்ளிவிவர நுட்பமாகும். மறுபரிசீலனை பகுப்பாய்வு, ஒரு மாறியின் இடையேயான கடந்தகாலபோக்குகளை ஆராய்தல் ஆகும். எ.கா., விற்பனை அளவு மற்றும் ஒன்று அல்லது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட வேறு மாறிகள் எ.கா., விளம்பர செலவுகள், விற்பனையாளர்களின் செலவு ஆகியவற்றை ஆராய்கிறது. கூட்டு உறவு இத்தகைய உறவுகளை நெருங்குகிறது. இவ்விதத்தில் தொடர்பு மற்றும் மறுபரிசீலனை பகுப்பாய்வு இரண்டு அல்லது அதற்குள்ளாக செயல்பாட்டு உறவின் அளவு பற்றி ஆராய பயன்படுகிறது. மேலும் மாறிகள் மற்றும் இந்த நுட்பத்தின் மூலம் மற்றொரு மாறி மதிப்பு அறியப்பட்டால், ஒரு மாறியின் மதிப்பு மதிப்பிடப்படலாம்.
- (iii) குறியீட்டு எண்கள்: குறியீட்டு எண்கள் அந்த புள்ளிவிவர நுட்பத்தை அமைக்கும் விலைகள், அளவு, பொருளாதார செயல்பாடு அல்லது ஒரு மாதிரியான கால அளவைக் காட்டிலும் பிற மாறிகள் ஆகியவற்றில் ஏற்றத்தாழ்வுகளை அளவிடுகின்றன. அடிப்படை காலத்தின் தேர்வு எடை மற்றும் முறை குறியீட்டில் சேர்க்கப்பட வேண்டிய கூறுகளின் தேர்வு இந்த புள்ளிவிவர நுட்பத்திற்கு முக்கிய காரணிகளாகும். தனியார் நிறுவனங்கள்



மற்றும் அரசாங்கத்திற்கான பிரச்சினைகளை தீர்ப்பதில் குறியீட்டு அடிப்படை அளவியல் எண்கள் இன்றியமையாத முக்கிய பங்கு வகிக்கின்றன. கருத்துகள்

- (iv) கால தொடர் பகுப்பாய்வு: இந்த புள்ளிவிவர நுட்பத்தின் மூலம், ஒரு தரவு வரிசை காலம், காலநிலை, பருவகால மற்றும் ஒழுங்கற்ற தன்மை போன்ற ஏற்றத்தாழ்வுகளின் முக்கிய வகைகளை பகுப்பாய்வு செய்கின்றன. இத்தகைய பகுப்பாய்வு, பொருள்விளக்க விற்பனை, உற்பத்தி, விலை அல்லது பிற மாறுபாடுகள் போன்ற துறைகளில் நிர்வாகத்திற்கு உதவுகிறது. இந்த நுட்பம் குறுகிய மற்றும் நீண்ட கால வணிக முன்னறிவிப்பு துறையில் கணிசமான முக்கியத்துவத்தை கொண்டுள்ளது மற்றும் எதிர்காலத்தில் வணிக நடவடிக்கைகள் மற்றும் எதிர்கால திட்டமிடல் ஆகியவற்றிற்கு பெரிதும் உதவுகிறது.
- (v) இடைக்கணிப்பு மற்றும் ஒப்பீடு: இடைக்கணிப்பு குறிப்பிட்ட மதிப்பீடுகளின் கீழ் மதிப்பிடுவதற்கான புள்ளிவிவர நுட்பமாகும், கொடுக்கப்பட்ட தரவின் வெளியீட்டை வழங்குவதன் மூலம் மாறிவரும் மதிப்புகளின் மத்தியில் காணப்படாத புள்ளிவிவரங்கள் ஆகும். W.M. ஹார்ப்பர் - இடைக்கணிப்பு இரு தீவிர புள்ளிகளுக்கு இடையேயான ஒரு மதிப்பைப் படியெடுக்கிறது ஒப்பீடு என்பது இரண்டு தீவிர புள்ளிகளுக்கு வெளியேயுள்ள ஒரு மதிப்பை வாசிப்பதாகும். இந்த நுட்பம் சாத்தியமான விலை, வணிக மாற்றங்கள், சாத்தியமான உற்பத்தி போன்றவற்றைக் கண்டறிய உதவுகிறது. இது வணிகத் தரத்தில் கணிசமான உதவியுடன் கிடைக்கக்கூடிய தரவின் இடைவெளியை நிரப்புகிறது.
- (vi) விகித ஆய்வு: விகித பகுப்பாய்வு தொழில் நுட்பம் என்பது, கடன் முடிவுகளை எடுப்பதற்கு எந்த தொழில் அல்லது தொழில் சார்ந்த நலன்கள் பற்றிய நிதி அறிக்கைகளை பகுப்பாய்வு செய்யும் முழு நிகழ்முறையின் ஒரு பகுதியாகும். இந்த நுட்பம் வங்கியாளர்கள் தங்கள் வாடிக்கையாளர்களின் இருப்புநிலைக் குறிப்புகளைப் படிக்க மிகவும் பயனுள்ளதாக உள்ளது. எனவே வாடிக்கையாளர்களின் நலன் மற்றும் வளர்ச்சி பற்றிய தெளிவான யோசனையும், எதிர்கால போக்கு பற்றியும் அவர்கள் அறிந்து கொள்ள உதவுகிறது. இந்த நுட்பத்தின் கீழ் பல்வேறு விகிதங்கள் (விகிதம் வெறுமனே மற்றொரு வகையில் வெளிப்படுத்தப்படும் ஒரு எண் ஆகும்) முக்கியமாக நிதி ஸ்திரத்தன்மை, பணப்புழக்கம், லாப மற்றும் வணிக மற்றும் தொழிற்துறை நலன்கள் ஆகியவற்றின் தரத்தை அறிந்து கொள்ள ஒரு நோக்கத்துடன் செயல்படுகின்றன.
- (vii) புள்ளியியல் தரக் கட்டுப்பாடு: புள்ளியியல் தரக் கட்டுப்பாட்டின் நுட்பத்தை கிட்டத்தட்ட அனைத்து நவீன உற்பத்தித் தொழிற்சாலைகளும் பயன்படுத்தி வருகின்றன. இந்த நுட்பத்தின் கீழ் தரத்தின் கட்டுப்பாடு மாதிரிகள் பரிசோதனையின் முடிவுக்கு நிகழ்தகவு கோட்பாட்டின் பயன்பாடு மூலம் உறுதி செய்யப்படுகிறது. இந்த நுட்பம் நியாயமான காரணங்களில் இருந்து ஒதுக்கத்தக்க காரணங்களை பிரிக்க உதவுகிறது.

குறிப்புகள்

புள்ளிவிவர தரக் கட்டுப்பாட்டு நுட்பம் இரண்டு கட்டங்களாக செயல்முறை கட்டுப்பாடு மற்றும் ஏற்றுக்கொள்ளும் மாதிரியாக்கம் மூலம் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

- (a) செயல்முறை கட்டுப்பாடு (சில நேரங்களில் கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படம் நுட்பம் என்றும் அறியப்படுகிறது) என்பது தொழிற்சாலைகளில் தரமான பொருட்களை பராமரிக்க, புள்ளியியல் கருவிகளின் பயன்பாடு ஆகும். பல்வேறு தரநிலை கட்டுப்பாடு வரைபடங்கள் (X விளக்கப்படம், R விளக்கப்படம் முதலியவை) பயன்படுத்துவதன் மூலம் தரமான தரநிலைகள், செயல்முறை கட்டுப்பாட்டின் கீழ் உள்ளதா என்று பார்க்கப்படுகிறது. உற்பத்தியின் போது தரத்தை கட்டுப்படுத்துவதும், உற்பத்தித் தரம் திருப்திகரமாக இருப்பதாலும், குறிப்பிட்ட தரநிலைகளின்படி இருப்பதையும் உறுதிப்படுத்துவதாகும். இந்த நுட்பத்தின் மூலம் தவறான உற்பத்தி மற்றும் அதன் காரணங்களை கண்டுபிடித்து உடனடியாக சரியான நடவடிக்கை எடுப்பதன் மூலம், பொருட்கள், நேரம், போன்ற தேவையற்ற கழிவுகள் முதலில் தவிர்க்கப்படுகிறது. இதன் மூலம், புள்ளிவிவர தரக் கட்டுப்பாட்டின் கீழ் தயாரிப்பின் தரம் உறுதி செய்யப்படுகிறது.
- (b) ஏற்றுக்கொள்ளும் மாதிரி (தயாரிப்பு கட்டுப்பாடு நிறைய ஏற்றுக்கொள்ளும் மாதிரி திட்டமாக அறியப்படுகிறது) என்பது, முடிவு செய்ய முயற்சிக்கும் புள்ளிவிவர தரக் கட்டுப்பாடு விரும்பத்தக்க தரம் அளவைக் கொண்டு ஏற்றுக் கொள்ளலாமா அல்லது ஏதேனும் ஒரு தகுதியற்ற தரமான மட்டத்தினால் நிறைய நிராகரிக்க முடியுமா என்பதைத் தெரிந்து கொள்ள வேண்டும். இதனால் ஏற்றுக்கொள்ளும் மாதிரி பொருள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுவது அல்லது நிராகரிக்கப்படுதல் என்பதாகும். பொருட்கள் நிறைய வாங்குவதைப் பற்றிய சரியான முடிவுகளை எடுப்பதில் இது உதவுகிறது.
- (viii) பிற புள்ளிவிவர நுட்பங்கள்: மேலே குறிப்பிட்ட புள்ளிவிவர நுட்பங்கள் தவிர, வேறுபட்ட சூழ்நிலைகளில் பயன்படுத்தக்கூடிய பிற புள்ளிவிவர நுட்பங்கள் உள்ளன. ஒரு முக்கியமான நுட்பம் என்பது, மாறுபாடு பற்றிய பகுப்பாய்வு ஆகும். இந்த நுட்பமானது அடிப்படையில், மாறுபாடுகளின் ஆதாரங்களுடன் தொடர்புடைய அதன் பல்வேறு கூறுகளுக்கு உட்படுத்தக்கூடிய மாறுபாட்டை பகுப்பாய்வு செய்வதற்கான ஒரு முறை ஆகும். எளிமையான சொற்களில், மாறுபாடுகளின் பகுப்பாய்வு என்பது கொடுக்கப்பட்ட தரவின் மொத்த மாறுபாடு, பல்வேறு பகுதிகளின் மாறுபாட்டை ஆதாரங்களை அளவிடுகின்ற பகுதியாகும். இந்த நுட்பம் பல மாதிரி வழிமுறையின் சமநிலைகளை சோதிக்க பயன்படுகிறது, பொதுவாக இரண்டுக்கும் மேல். உதாரணமாக, மூன்று விதமான கோதுமை பல அடுக்குகளிலும், ஹெக்டேருக்கு ஏற்ற விளைபொருட்களிலும் நடப்படுகிறது. மூன்று ரகங்கள் சராசரியாக சம மகசூலை ஏற்படுத்துகின்றன என்ற வெற்று கருதுகோள் நாம் சோதனையில் ஆர்வம் காட்ட நேரிடலாம்.

மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வு நுட்பத்தை பயன்படுத்துவதன் மூலம் இதை எளிதாக செய்ய முடியும். இந்த நுட்பம், “ஒற்றுமைக்கான தரவுகளின் வெவ்வேறு குழுக்களுக்கு இடையிலான வேறுபாடுகளை பரிசோதிக்கும் அளவுக்கு அளவீடுகளைக் கொண்டிருக்கும் நிகழ்வுகள் பற்றிய அனைத்து ஆராய்ச்சி ஆய்வாளர்களிலும்” முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததாக உள்ளது. ஆனால் நிகழ்வுகளின் அளவு அளவிடப்பட முடியாதபோது, இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்வுகளுக்கு இடையிலான தொடர்பை (தொழில்நுட்ப ரீதியாக சங்கம் என்று) அறிந்து கொள்ள, பண்புக்கூறுகளின் கோட்பாடு எனப்படும் நுட்பத்தை நாம் பயன்படுத்தலாம். இந்த நுட்பத்தின் கீழ், சங்கத்தின் குணகம் மற்றும் அளவு போன்ற நடவடிக்கைகள் மேற்கொள்ளப்பட முடியும் மற்றும் பண்புகளுக்கு இடையிலான தொடர்பைப் பற்றிய அனுமானம் வரையப்படலாம். இத்தகைய ஒப்புதலின் உதவியுடன், கொள்கை முடிவுகளை எடுக்கலாம்.

அடிப்படை அளவியல் கருத்துகள்

குறிப்புகள்

### 1.3 சிக்கல் விளக்கம்: மாதிரிகள் மற்றும் அதன் வளர்ச்சி

பொதுவாக, சந்தேகம், குழப்பம் அல்லது சிரமம் ஆகியவற்றைக் காட்டும் சூழ்நிலை இருக்கும்போது ஒரு சிக்கல் வெளிப்படுகிறது அல்லது ஒரு கேள்வியின், பரிசீலனை, கலந்துரையாடல் அல்லது தீர்வு காணல் ஆகியவற்றை செயல்முறைப்படுத்தும் போது சிக்கல் வெளிப்படுகிறது. சிக்கல் வரையறை ஒன்றின் தொடக்கப் புள்ளி, சிக்கல் பகுப்பாய்வு கட்டத்தின் போது சேகரிக்கப்படும் தகவல் ஆகும். வடிவமைப்பு சிக்கல் தொடர்பான பல்வேறு அம்சங்கள் பகுப்பாய்வு செய்யப்பட வேண்டும் மற்றும் சிக்கல் வரையறைக்கு கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளப்பட வேண்டும். ஒரு தெளிவாக எழுதப்பட்ட மற்றும் குறிப்பிட்ட வரையறை பிரச்சனை மற்றும் அதன் தொடர்புடைய அம்சங்கள் ஒரு பகிரப்பட்ட புரிதலை வழங்குகிறது.

ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட (மனித இயந்திரம்) அமைப்புகளின் கட்டுப்பாட்டிற்கு உட்பட்டுள்ள சிக்கல்களுக்கு ஒருங்கிணைப்பு குழுக்களின் மூலம் விஞ்ஞான முறையின் பயன்பாடாக செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியாக மற்றும் அளவீட்டு நுட்பங்களாக கருதப்படுகின்றன, இது ஒட்டுமொத்த அமைப்பின் நோக்கங்களுக்கு மிகச் சிறந்த தீர்வை வழங்குவதாகும்.

“OR என்பது விஞ்ஞான முறைகள், நுட்பங்கள் மற்றும் சிக்கல்களுக்கு உகந்த தீர்வுகளுடன் செயல்படும் சிக்கல்களுக்கான கருவிகளின் பயன்பாடு ஆகும்.”

சர்ச்மேன், ஆக்கோப் மற்றும் அர்னோப்

சர்ச்மேன், ஆக்ப் மற்றும் அர்னோப் ஆகியோர், செயல்திறன் ஆராய்ச்சி சிக்கல் விஞ்ஞான முறைகள், நுட்பங்கள் மற்றும் கருவிகளை உகந்த தீர்வுகளை பெறுவதன் மூலம் தீர்க்க முடியும் என்பதை வரையறுக்கின்றனர். இதனால், செயல்முறைகள் ஆராய்ச்சி முடிவெடுக்கும் மற்றும் சிக்கல் தீர்க்கும் ஒரு திட்டமிட்ட மற்றும் பகுப்பாய்வு அணுகுமுறை ஆகும்.

அடிப்படை அளவியல் “தங்கள் கட்டுப்பாட்டின் கீழ் செயல்பாடுகளை பற்றிய முடிவுகளுக்கு ஒரு கருத்துகள் நிர்வாக அடிப்படையிலான துறைகளை உருவாக்குவதற்காக ”இயக்கவியல் ஆராய்ச்சி ஒரு விஞ்ஞான முறையாகும்.

குறிப்புகள்

பி.எம்.மோர்ஸ் மற்றும் ஜி.எப்.கிம்பால் பி.எம்.மோர்ஸ் மற்றும் ஜி.எப்.கிம்பால் செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி, தற்போதைய தகவல்களின் நிலைக்கு சரியான முடிவை எட்ட, ஆக்கப்பூர்வமான முடிவுகளை எடுக்க கணித மாதிரிகள் மற்றும் புள்ளிவிவர உத்திகளை உள்ளடக்கிய அறிவியல் முறையை பயன்படுத்துகிறது என்று வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. மேலாண்மையின் நோக்கம், அதன் கொள்கைகள் மற்றும் செயல்களை அறிவியல் பூர்வமாக தீர்மானிக்க உதவும்.

அறிவியல் முறை என்பது ஒரு தர்க்க முறை, முறைப்படுத்தப்பட்டது மற்றும் முறையான அவதானிப்பு, சிக்கல் உள்ள அமைப்பின் நடத்தையை நிறுவும் பொருட்டு, தொடர்புடைய காரணிகள் பற்றிய உரையாடல்களை உருவாக்குதல், சரிபார்ப்பு போன்ற முடிவுகளைப் பற்றியும், நடைமுறைப்படுத்தல் பற்றியும் கூறும். இந்த படிகள் பின்வருமாறு:

படி 1: கூர்நோக்கு இந்த பிரச்சனை கண்டறியப்பட்டு தனிமைப்படுத்தப்பட்ட பின்னர், சம்பந்தப்பட்ட அனைத்து பிரச்சனை குறித்து தகவல் ஒன்று கூடி, புறநிலைரீதியாக பதிவு செய்து, சுத்திகரிக்கப்பட்டு வருகிறது. இந்த தகவல் சிக்கலைத் துல்லியமாக வரையறுக்க உதவுகிறது, இதனால் முழு அமைப்பும் கவனிக்கப்பட்டு புரிந்து கொள்ளப்பட முடியும்.

படி 2: கருதுகோள் உருவாக்கம். ஒரு கருதுகோள் என்னவென்றால், மேலாளர் நம்பும் தகவலை அடிப்படையாகக் கொண்டு நம்பப்படுகிறது. இந்த நம்பிக்கையை அடிப்படையாகக் கொண்டு, ஒரு நடவடிக்கை எடுக்கப்படும். நம்பிக்கை அல்லது கருதுகோள் அப்படி இருக்க வேண்டும், ஒரு குறிப்பிட்ட நடவடிக்கை ஏற்றுக் கொண்டால், அதன் முடிவு நியாயமாக இருக்கும். இருப்பினும், தகவல் திரட்டி மேல் நடவடிக்கைக்காக கருதுகோள் ஏற்கப்பட வேண்டும் என்றால், கருதுகோள் ஆதரிக்கப்பட வேண்டும்.

படி 3: கருதுகோள் பரிசோதனை மற்றும் சரிபார்ப்பு. இந்த கட்டத்தில், எடுக்கப்படும் நடவடிக்கை மற்றும் முடிவுகளை கவனிப்பதன் மூலம், கருதுகோள் சரியானது என்பதை ஆய்வாளர் சரிபார்க்கிறார். உதாரணமாக, ஒரு கல்லூரியின் பிரச்சனை மாணவர்களின் சேர்க்கை குறைவாக இருக்கலாம். ஒரு கருதுகோள், வார பயிற்சிகளை வழங்குவதன் மூலம் மாணவர் சேர்க்கை மேம்படும். இந்த கருதுகோள் அல்லது நம்பிக்கையின் காரணம், பகலில் பெரும்பாலானவர்களுக்கு வேலை உண்டு, ஆதலால் கல்லூரியில் கலந்துகொள்ள முடியாது என்பதே ஆகும். இந்த கருதுகோள் சில வார பயிற்சிகளை அறிமுகம் செய்வதன் மூலம் சோதிக்கப்பட்டது. வெற்றி பெற்றால், கருதுகோள் ஏற்கப்பட்டு, மேலும் தீர்மானங்கள், இந்த கருதுகோள் அடிப்படையில் எடுக்கப்படும். வார இறுதி வேலைத்திட்டம் தோல்வி பெற்றால், இந்த குறிப்பிட்ட கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படுவது மட்டுமல்லாமல், மற்றொரு கருதுகோள் மற்றும் பிற மாற்று நடவடிக்கைகள் எடுக்கப்படும்.

படி 4: நடைமுறைப்படுத்துதல், கண்காணித்தல் மற்றும் கட்டுப்படுத்துதல். அடிப்படை அளவியல் நடவடிக்கை எடுக்கும்போது, அது வெற்றிகரமாக நடைபெறும் போது, கருத்துகள் முடிவை நடைமுறைப்படுத்துகிறது. இருப்பினும் முடிவின் விளைவுகள் நெருக்கமாக கண்காணிக்கப்படும் மற்றும் முடிவுகள் எதிர்பார்ப்புகளுடன் தொடர்ந்து நடைபெறும் வரை நடவடிக்கை முழுமையாக கருதப்படாது. மேலும், எந்த ஒரு மாறுதல்கள் கண்டறியவும், தேவைப்பட்டால் எந்த ஒரு திருத்த நடவடிக்கையையும் மேற்கொள்ள, சாத்தியமாக ஒரு கட்டுப்பாட்டு முறை தேவைப்படுகிறது. இந்த கட்டுப்பாட்டு செயல்முறையானது கணினியில் உட்பொதிக்கப்பட வேண்டும், இதனால் தொடர்ச்சியான கருத்து தானாக அளவிடப்படுகிறது. எந்தவொரு கோணத்திலும் அல்லது அமைப்புமுறையின் அளவுருவிலும் ஏதாவது மாற்றங்கள் இருந்தால், அவை விரைவில் கண்டறியப்பட்டு திருத்தப்படும்.

குறிப்புகள்

மாதிரிகள்: தீவிர மற்றும் சிக்கலான பிரச்சினைகளை தீர்ப்பதற்கு ஒரு சிறந்த மாதிரியானது மேலாண்மை அறிவியல் கருவியாகும். ஒரு மாதிரி வெறுமனே ஒரு அமைப்பு அல்லது ஒரு பொருளின் பிரதிநிதித்துவம் அல்லது சில வடிவங்களில் ஒரு சாதாரண நிலைமை ஆகியவற்றை உள்ளடக்கியது. அது உண்மையான வாழ்க்கை நிலைமையை எளிதாக்க பிரதிபலிக்கிறது. உதாரணமாக, ஒரு நிறுவன விளக்கப்படம் நிறுவனத்தின் அமைப்பை குறிக்கும் ஒரு மாதிரி வடிவமாகும். ஒரு மாதிரியை உருவாக்கிக் கொள்ளும் விதத்தில், அந்த அமைப்புமுறையை ஆய்வு செய்வதன் மூலம், அந்த அமைப்பு முறை பகுப்பாய்வு செய்யப்படலாம் மற்றும் சிறந்த முடிவுகளை எடுக்கலாம்.

ஒரு மாதிரியை உருவாக்குவதில் அமைப்பின் திசைமாற்றம்: அமைப்புகள் அணுகுமுறை நிறுவனம் ஒரு திறந்த அமைப்பாகும், அதில் பாகங்கள் மற்றும் அனைத்து துணை அமைப்புகளும் ஒன்றுக்கொன்று மற்றும் வெளிப்புற சூழலுடன் தொடர்பு கொள்கின்றன. ஒவ்வொரு பகுதியும், துணை அமைப்புமுறையும், நிறுவனத்தின் மொத்த மற்றும் ஒட்டுமொத்த அமைப்பின் பார்வையிலிருந்து ஆய்வு செய்யப்பட வேண்டும். அதன் கூறுகள் அல்லது துணை அமைப்புகளில் எந்த மாற்றங்களும் இருந்தால், ஒட்டுமொத்த விளைவுகளை நிர்வாகம் புரிந்து கொள்ள வேண்டும் என்பதாகும். இதன் அர்த்தம் துணை - தேர்வுமுறை மற்ற செயல்பாட்டுப் பகுதிகள் மற்றும் ஒட்டுமொத்த அமைப்பின் மீதான அதன் விளைவுகளிலிருந்து யாரும் செயல்பாட்டு பகுதியை தனிமைப்படுத்தப்பட முடியாது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதென்றால், தனித்தனி பகுதிகளில் துணை உபரிமாற்றமும் தேர்வுமுறைக்கு வழிவகுக்க வேண்டும். உதாரணமாக, ஊழியர்களின் பகுதியில் உள்ள செலவு குறைப்புத் திட்டம், பங்கேற்பாளராக முடிவெடுக்கும் விதத்தில் நடத்தப்பட்டால், ஊழியர்களின் மனோநிலை மற்றும் வேலை திருப்தி உள்ளிட்ட எந்தவொரு செயல்பாட்டு அல்லது நடத்தை சார்ந்த பகுதிகளிலும் மோசமாக பாதிக்கப்படக்கூடாது, மாறாக ஒட்டுமொத்த அமைப்பு நிலைமையை மேம்படுத்த வேண்டும்.

ஒரு மாதிரியை வளர்ப்பதில் இடை-ஒழுங்கு அணுகுமுறை: மேலாண்மை அறிவியல் ஒழுக்கம் முதன்மையாக சார்ந்த மாறிகள் அதிக சிக்கலான பிரச்சினைகளை தீர்க்க பயன்படுத்தப்படும், பரிமாண அம்சங்கள், எனவே இந்த பல்வேறு நிபுணர்களின் கருத்துக்களை இத்தகைய பன்முகத்தன்மை ஒருங்கிணைந்த விளைவை ஏற்படுத்தும். உடல், அளவியல், உயிரியல்,

அடிப்படை அளவியல் சமூகவியல், தொழில்நுட்பம் மற்றும் பொருளாதார அம்சங்கள் கொண்ட கருத்துகள்

குறிப்புகள்

பல மேலாண்மைப் பிரச்சினைகளுக்கு இடையேயான ஒழுக்க அணுகுமுறை மிகவும் பயனுள்ளதாக மாறுகிறது. பல துறைகளில் இருந்து நிபுணர்கள் அழைக்கப்படும்போது, பழைய சிக்கல்களுக்கு சில புதிய மற்றும் மேம்பட்ட அணுகுமுறைகள் அடிக்கடி பெறப்படுகின்றன.

மாதிரிகள் பயன்படுத்துவதற்கான காரணங்கள்

மாதிரிகள் பயன்படுத்துவதற்கான தர்க்கரீதியான சில காரணங்கள்:

1. மாதிரிகளால் தகவலை வழங்க முடியும். வாழ்க்கை நிலைமை ஒத்துபோகக்கூடிய முன் மாதிரியான நிலைமைக்கு அது மிகவும் குறைத்த பட்சமாக இருக்கும் அறிவு என்பது மிக சீக்கரத்தில் பெற கூடியதும் நம் வாழ்க்கை நிலைமையை புரிந்து கொள்வதற்கும் பயன்படும்.
2. சிக்கல். சிக்கல்கள் பல சமயங்களில் பல வேறுபாடுகளுடன் காணப்படும் அந்த வேறுபாடுகள் அவைகளை மிகவும் சிக்கல் ஆக்கிவிடும். மேலாண்மை பல பரிமாணங்களில் அந்த சிக்கல்களை கண்டறிந்தால் மட்டுமே அந்த சிக்கல்கள் நீக்கப்படும்.
3. பரிசோதனை. பல சூழ்நிலைகளில், அவை சந்தைப்படுத்தப்படுவதற்கு முன், சில உற்பத்திப் பொருள்களின் முன்மாதிரி மாதிரிகள் பரிசோதிக்க மற்றும் சோதனை செய்வது விரும்பத்தக்கது. உதாரணமாக, ஒரு மாதிரி விமானம் எந்த சிக்கல்களுக்கும் மாற்றங்களுக்கும் உட்படுத்தப்பட்டு ஆய்வு செய்யப்படும். ஒரு புதிய கார் அல்லது ஒரு புதிய கணினி மாதிரிகள் சந்தைப்படுத்தப்படுவதற்கு முன்னரே வாழ்க்கை முறைக்கேற்ற கடுமையான சோதனைக்கு உட்படுத்தப்பட்டு ஆய்வு செய்யப்படும்.
4. எதிர்காலத்தோடு திசைமாற்றம். மாதிரியாக்கம் எதிர்கால வடிவங்களைக் காண்பிப்பதற்கு ஒரே முறையான வழிமுறையாகும். எதிர்கால நிகழ்வு எதிர்காலத்தில் கவனிக்கப்பட முடியாது என்பதால், மாற்று தீர்வுகளின் சாத்தியமான விளைவுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு, அது கணிக்கப்பட வேண்டும். இவ்வாறு, முன்மாதிரியாக மாதிரிகள் உருவாக்கப்பட்டுள்ளன ஜி என் பி. தொடர்பான எதிர்கால நிகழ்வு, பொருளாதார நிலைமைகள், விகிதம் வேலைவாய்ப்பு, பணவீக்கம், மக்கள் இயக்கங்கள் போன்றவை. எதிர்கால நிகழ்வுகள் குறித்த இத்தகைய அறிவு எந்த அமைப்பின் உயிர்வாழ்விற்கும் முக்கியம். மேலாண்மை விஞ்ஞான மாதிரிகள் பல்வேறு முடிவுகளின் எதிர்கால விளைவுகளை கணிக்க மிகவும் சக்தி வாய்ந்த கருவிகள் ஆகும்.

மாதிரிகளின் வகைகள்

முன்று அடிப்படை மற்றும் பொது வகை மாதிரிகள் உள்ளன. இவை:

- (A) முத்திரை அல்லது உரு மாதிரிகள். உரு மாதிரியானது பொதுவாக மிகக்குறைவான கருத்தை வெளிப்படுத்தும் மற்றும் ஒரு பொருளின் அளவை மேலே, கீழே வடிமைக்கும் உரு

மாதிரியாக மற்றும் வெளியிட்டு பொருளின் பிரதிபலிப்பாக அடிப்படை அளவியல் அதே போல் விளங்கும். ஒரு கப்பல் அல்லது ஒரு விமானதின் கருத்துகள் முப்பரிமாண வடிவமே உரு மாதிரிகளின் எடுத்துக்காட்டாகும். அதே போல், ஆலையின் நிழற்பட அச்சுமுறை, ஒரு கட்டிடத்தின் சிறிய அளவிலான மாதிரி, அல்லது ஒரு பொருளின் படம் அல்லது புகைப்படம் ஆகியவை மற்ற எடுத்துக்காட்டாகும்.

குறிப்புகள்

- (B) தொடரிசை மாதிரிகள். தொடரிசை மாதிரியானது ஒரு உண்மையான பொருளின் அல்லது ஒரு நிலைப்பாட்டின் ஒரு வரைகலை அல்லது உடல்நீதியான பிரதிநிதித்துவம் ஆகும், ஆனால் பொருளின் அல்லது சூழ்நிலையில் அதே உடல் தோற்றமல்ல. மாதிரி உண்மையான அமைப்பு போல் இல்லை. ஆனால், அது போல நடந்துகொள்கிறது. இது ஒன்றோடொன்று சார்பு மாறிகளின் உறவுகளின் வரைபட விளக்கமாக இருக்கலாம். உதாரணமாக, உற்பத்தி செய்யப்படும் அலகுக்கான செலவினத்திற்கும், அலகுகளின் அளவுக்கும் இடையிலான உறவை சித்தரிக்கும் ஒரு வரைபடம் உண்மையான உறவின் ஒரு தொடரிசை மாதிரியாக இருக்கும்.

இதேபோல், ஒரு நிறுவன விளக்கப்படம் கட்டளைகளின் சங்கிலிகளையும், தனிநபர்களுக்கும், நடவடிக்கைகளுக்கும் இடையே முறையான உறவுகளை பிரதிபலிக்கிறது. வரைபடத்தில் உள்ள மாறுபட்ட நிறங்கள் கடல் அல்லது கண்டங்களை பிரதிநிதித்துவப்படுத்தலாம். ஒரு மாநிலம் அல்லது ஒரு நாட்டின் வரைபடம் சாலைகள், நெடுஞ்சாலைகள் மற்றும் நகரங்கள் மற்றும் அவற்றின் தொலைவுகளைக் காட்டும் ஒரு தொடரிசை மாதிரி. இதேபோல், ஒரு வெப்பமானி வெப்பநிலைக்கு ஒரு ஒப்புமை மற்றும் ஒரு வேகமானி வேகத்தைக் குறிக்கிறது.

- (C) குறியீட்டு அல்லது கணித மாதிரிகள். இந்த மாதிரிகள் உண்மையான பிரச்சினைகளை விவரிக்க பயன்படுத்தப்படுகின்றன. ஒரு பிரச்சனை அல்லது ஒரு சூழல் மற்றும் நிகழ்வுகள் விளக்கும் புத்தகம் விவரிக்கும் அறிக்கை போன்ற இயற்கையில் வாய்மொழி இருக்கலாம். எனினும், மிக அதிகமாகப் பயன்படுத்தப்படும் மாதிரிகள், முடிவெடுப்பவர்க்கு அதிக வட்டி கொண்ட கணித மாதிரிகள் ஆகும். இந்த மாதிரிகள் ஒரு அமைப்பு, பொருள், நிகழ்வு அல்லது யதார்த்தம் ஆகியவற்றின் பண்புகள் அல்லது பண்புகளை விவரிக்க, கணித சின்னங்கள் மற்றும் உறவுகளைப் பயன்படுத்துகின்றனர். இந்த மாதிரிகள் இயல்பாக மிகவும் சுருக்கம் மற்றும் கணித சில அறியப்பட்ட விதிகள் பயன்படுத்தி திரித்த முடியும். பல்வேறு விளையாட்டுக்களில் பயன்படுத்தப்படும் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி நுட்பங்கள் முதன்மையாக கணிதவியல் மாதிரிகள் அடிப்படையாகக் கொண்டவை. எடுத்துக்காட்டாக,  $y = a + bx$  என்பது ஒரு நேரான வரிக்கு ஒரு குறியீட்டு மாதிரி ஆகும், இதில்  $a$  மற்றும்  $b$  முறையே  $y$ -அச்சில்,  $x = 0$  மதிப்பு, மற்றும் கோட்டின் சரிவு. மிகவும் பிரபலமான உதாரணம் ஐன்ஸ்டீனின் சமன்பாடு  $E = mc^2$ , இது பொருள் மற்றும் ஆற்றல்

வேறு சில மாதிரிகளின் வகைப்பாடு

குறிப்புகள்

மேற்கூறிய மூன்று அடிப்படை பிரிவுகள் தவிர, சில மாதிரிகள் காரணிகளின் அடிப்படையில் மாதிரிகளின் நோக்கம் மற்றும் பயன்படுத்தப்படும் முறைகள் ஆகியவை கொண்டு வகைப்படுத்தப்படுகின்றன. இந்த வகைப்பாடுகளில் சில:

1. நெறிமுறை மற்றும் விளக்கமளிக்கும் மாதிரிகள்: ஒழுங்குமுறை மாதிரி என்ன செய்யப்பட வேண்டும் என்பதை தீர்மானிக்க வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது. சில குறிப்பிட்ட நோக்கங்களை நிறைவேற்றுவதற்கான விதிமுறைகளின் பரிந்துரை இதுவாகும். மறுபுறம் விளக்கமளிக்கும் மாதிரிகள், உண்மைகள் மற்றும் உறவுகளை விவரிக்கின்றன. அவை நிகழ்வுகள் மற்றும் சூழ்நிலைகளை முன்வைக்க வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளன, மேலும் அவை கணக்குகளுக்கான குறிப்பிட்ட தீர்வை வழங்கவில்லை. எனினும், அவை வினாக்கள் வகை “என்றால் என்ன” என்பதை விடையளிக்கும் வகையில் நோக்குகின்றன மற்றும் சிக்கல் மாறிகள் சில மாற்றப்பட்டால் விளைவுகளை அடையாளம் காணலாம்.
2. தீர்மானகரமான மற்றும் நிகழ்தகவு மாதிரிகள்: நிர்ணயிக்கப்பட்ட மாதிரிகள் சரியான மற்றும் துல்லியமான அறிவின் நிலைமையைக் கருத்தில் கொண்டு மாறிகள் துல்லியமாக அளவிடப்படலாம். இந்த மாறிகள் நிலையான மற்றும் அறியப்பட்டவை என்பதால், ஒவ்வொரு முடிவு மற்றும் வியூகங்களின் முடிவுகளும் விளைவுகளும் துல்லியமாக அறியப்படுகின்றன. நேரியல் நிரலாக்க ஒதுக்கீட்டு மாதிரிகள் மற்றும் போக்குவரத்து மாதிரிகள் இந்த வகைக்கான சில எடுத்துக்காட்டுகள் ஆகும்.  
மறுபுறம், நிகழ்தகவு மாதிரிகள், முடிவுகளின் விளைவுகள் தனித்துவம் பெறாத மற்றும் முழு உறுதியுடன் கணிக்க முடியாத சூழ்நிலைகளை பிரதிபலிக்கின்றன. மாதிரியின் சில மாறுபாடுகள் செயல்பாடுகளின் வாய்ப்புக்கு உட்பட்டுள்ளது, மற்றும் அதனால் எடுக்கப்படும் எந்த முடிவும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட விளைவை ஏற்படுத்தும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பொருளின் விளம்பரத்தின் நுகர்வோர் துல்லியமாக அளவிட முடியாது. எனவே விளம்பர முடிவுகள் பொதுவாக நிகழ்தகவாக இருக்கும்.
3. நிலையான மற்றும் மாறும் மாதிரிகள்: நிலையான முடிவு மாதிரியானது ஒரு குறிப்பிட்ட மாதிரியாகும், அங்கு கொடுக்கப்பட்ட மதிப்பீடுகள் குறிப்பிட்ட காலப்பகுதியில் மாறாது. குறிப்பிட்ட காலப்பகுதியில் நடைபெறும் மாற்றத்தின் தாக்கத்தை இது கருத்தில் கொள்ளாது. நேரியல் நிரலாக்க மாதிரி, எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு நிலையான மாதிரி ஆகும்.  
மற்ற ஆற்றல் வாய்ந்த மாதிரிகள் நேரம் கூறு செய்ய வேண்டும் என்று மாறிகள் ஒன்றாக கருதப்படும். எனவே மாதிரியை கடந்து, எந்த மாறிகள் எந்த மாற்றங்களின் விளைவை உள்ளடக்கி வேண்டுமானாலும் மாற்றலாம், இது நிர்ணயிக்கப்பட்ட கால கட்டத்தில் நடந்திருக்கலாம்.



ஒரு உதாரணம் மாத உற்பத்தி கால அட்டவணை இருக்கும், இந்த அடிப்படை அளவியல் முடிவுகள் மாதத்தில் நடக்கும் எந்த மாற்றத்தையும் ஒப்பிடும் என கருத்துகள் ஆராய்கிறது.

4. நேரான மற்றும் நேராக அல்லாத மாதிரிகள். நேரான மாதிரிகள் மாதிரியின் அனைத்து கூறுகளும் ஒரு நேரான நடத்தை மற்றும் உறவு கொண்டவை என்பதை குறிக்கும். இந்த உறவு விகிதாசார காரணிகள் மூலம் அடையாளம் மற்றும் நடவடிக்கை காணப்படுகிறது. உதாரணமாக, இலாபங்கள் நேரடியாக விகிதாசார என்று பொருள் உற்பத்தியை இருமடங்காக இதற்கேற்ப, அதே போல் லாபத்தை இருமடங்கு அதிகரிக்கும் என்று பொருள். செயல் காரணி, இரண்டு கூட்டுத் திட்டங்களின் விளைவு, அவற்றின் தனிப்பட்ட திட்டங்களின் கூட்டுத் தொகை என்று பொருள்படும்.

குறிப்புகள்

மற்றொரு பக்கத்தில், ஒரு நேராக அல்லாத மாதிரி அடையாளம் என்று ஒரு அடிப்படையில் அல்லது மாதிரியின் மேலும் பல கூறுகள் நேராக அல்லாத உறவு கொண்டவை.

5. அனுபவமற்ற மற்றும் கோட்பாட்டு மாதிரிகள். இந்த மாதிரிகள் கருத்து வேறுபாடுகளை அடையாளம் கண்டு பயன்படுத்தப்படும் முறையாகும்

அனுபவ மாதிரிகளில் நிகழ்வுகள் சமநிலை இதே போன்ற சூழ்நிலைகளில் கடந்த கால அனுபவங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு அல்லது கணக்கிடப்படும். கோட்பாட்டு மாதிரிகள், இந்த சமநிலை கணித கணக்கீடுகள் அடிப்படையில் ஒதுக்கப்படும், இது பற்றி சில ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட யூகங்கள் அடிப்படையில் நிகழ்வுகளின் விளைவை உருவாக்கும் வழிமுறைகள் உள்ளன. உதாரணமாக ஒரு நாணயத்தின் ஒரு தலையின் நிகழ்தகவு 1/2 ஆகும். இந்த கணக்கீடு ஒரு நியாயமான நாணயம் சுண்டி இரண்டு சாத்தியமான விளைவுகள் மட்டுமே உள்ளன என்ற அனுமானம் அடிப்படையில், ஒவ்வொரு முடிவும் சமமாக ஏற்படும்.

6. உருவகப்படுத்துதல் மற்றும் சிக்கலான மாதிரிகள். கணினிகள் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படும் இடங்களில் உருவாக்கப்பட்டது. இந்த மாதிரிகள் உண்மையான அமைப்பின் பொதுவான நேர்படி மற்றும் ஒரு கணினி நிரல் வடிவத்தில் உள்ளன. பொதுவாக இது ஒரு கணித அமைப்பை உள்ளடக்கியது, ஆனால் பொதுவான தீர்வை கணக்கியல் சார்ந்த தீர்வு காணப்படவில்லை. ஆனால் அதற்கு பதிலாக அந்த மாதிரி ஒரு வரிசை உற்பத்தியை ஏற்படுத்தும் முடிவு மாறிகள் மாதிரி குறிப்பிட்ட மதிப்புகள் மீது பரிசோதனை பாவனை முடிவுகள் இயற்கையில் இதிலிருந்து, மிகவும் துல்லியமாக இருக்காது. உதாரணமாக, நாம் சோதிக்க முடியும், வாடிக்கையாளர்களின் ஒரு வங்கியில் உள்ள வெவ்வேறு எண்ணிக்கையிலான காசாளர் மற்றும் வங்கியில் அவர்களின் வருகையை பற்றிய விளைவுகளாகும். ஒரு பாவனை என்பது ஒரு உண்மையான அமைப்பு எனவே நாம் பண்புகள் மற்றும் நடத்தையை நிஜ வாழ்க்கை முறையில் ஆய்வு செய்யலாம்.

ஹீயூரிஸ்டிக் மாதிரிகள் சில பொதுவான உள்ளூர் விதிகள் அல்லது சில விதி மற்றும் உகந்த தீர்வுகள் வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது. அவைகள் நல்ல போதுமான அல்லது வெறுமனே இயங்கக்கூடிய அல்லது

அடிப்படை அளவியல் கருத்துகள்

குறிப்புகள்

திருப்திகரமான தீர்வுகள் செலவு அல்லது வரவு செலவுத் திட்டத்தைச் சார்ந்த கட்டுப்பாடுகள் உள்ள வளர்ச்சியாகும். சைமன் கருத்துப்படி, பெரும்பாலான மக்கள், தனிப்பட்ட முறையில் முடிவெடுக்கும் அல்லது நிறுவன முடிவு என்ன செய்தாலும், மாற்று சிறந்த சில குறைவாக இருக்கலாம். முடிவு உருவாக்குபவர் பொதுவாக ஒரு தேவையான அளவு இலக்குகளை அமைக்கிறது. அதன் பின்னர் அதை அடைகிறது என்று கண்டுபிடிக்கும் வரை மாற்று தேடும். உதாரணமாக, ஒரு வங்கியில் வாடிக்கையாளர்கள் முதல் சேவை' அடிப்படையில் சிறந்த தீர்வு இல்லாமல், ஒரு திருப்திகரமான தீர்வாக இருக்கலாம். வெய்ஸ்ட் கருத்துப்படி பட்டறிவுசார் நிரலாக்க தொழில்நுட்பங்கள், ஒன்றுசேர்ந்து கோடுகளை நிலைநிறுத்த செய்யும் வசதிகள் வடிவமைப்பு பண்டக இருப்பிட துறை அங்காடி விலை நிர்ணயம் செய்யலாம்.

மாதிரி கட்டிட செயல்முறை

மாதிரி கட்டிட செயல்முறையின் அடிப்படை படிகள் பின்வருமாறு:

1. சிக்கல் உருவாக்குதல் ஒரு மாதிரியை உருவாக்குவது, முதல் மற்றும் மிக முக்கியமான பிரச்சனையின் துல்லியமான மற்றும் முழுமையான உருவாக்கம் ஆகும். இந்த உருவாக்க இலக்குகள் ஒரு துல்லியமான விளக்கம் சேர்க்க வேண்டும் மற்றும் இலக்குகளை கண்டறிதல் மற்றும் முடிவுகளை அடையாளம் காணுதல் ஆகிய இரு கட்டுப்பாடுடைய மற்றும் கட்டுப்பாடற்ற இந்த மாறுபாடுகள் அல்லது விளைவுகள் தொடர்பாக, தடைகள், அதுமட்டுமின்றி, அறிகுறிகளை வேறுபடுத்தப்பட்ட வேண்டும்.
2. மாதிரி கட்டுமானம். பல வகையான மாதிரிகள் உள்ளன. அமைப்பை பிரதிநிதித்துவம் செய்யும் மிக பொருத்தமான மாதிரியை மேலாண்மை விஞ்ஞானி தீர்மானிக்க வேண்டும். நோக்கங்கள் மற்றும் விருப்பமான வெளியீட்டை பூர்த்தி செய்யவும். பிற காரணிகள் செலவு மற்றும் மனித பிரதிபலிப்பு ஆகும். தீர்வு காண நினைக்கும் பிரச்சனைகளை விட அதிகமாக செலவாகும் ஒரு மாதிரி நியாயமில்லை. அதே போல், ஒரு மாதிரியை அதில் ஈடுபடும் நபர்கள் ஏற்றுக் கொள்ள வேண்டும், அந்த மாதிரி முடிவுகளை செயல்படுத்தும் பொறுப்பு உள்ளவர்கள் மற்றும் அது ஒரு தேவையான உறுப்பு என்று, அவர்களுக்கு ஒரு அச்சுறுத்தலை விட ஏற்றுக் கொள்ள வேண்டும்.
3. மாதிரியின் தீர்வு. மாதிரி போன்ற சில முன் நிறுவப்பட்ட மற்றும் நன்கு அறியப்பட்ட கணித மாதிரிகள் பொருந்தும் என்றால், பின்னர் உகந்த தீர்வுகள் மிகவும் எளிதாக பெற முடியும். எனினும், சில அளவுருக்கள் மற்றும் கணித உறவுகள் மிகவும் சிக்கலான மற்றும் பகுப்பாய்வு தீர்வுகள் இணங்க இல்லை என்றால், பாவனை நுட்பங்கள் பயன்படுத்தப்படலாம். இந்த நுட்பங்கள் நமக்கு உகந்த தீர்வுகளை கொடுக்க முடியாது, ஆனால் செயல்பாடு, நல்ல வரவு செலவுத் திட்டத்தைச் சார்ந்த தீர்வுகளாகும்.
4. மாதிரியை சோதனை செய்தல். இந்த மாதிரி சோதனை உண்மையான சூழ்நிலையில் தொடர்புடைய அனைத்து கூறுகள் மாதிரியில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது, என்பதை தீர்மானிக்கும். ஒரு பயனுள்ள மாதிரி உண்மையான அமைப்பின் செயல்திறனை கணிக்க முடியும். அதன்

செயல்திறனை உறுதிப்படுத்துவதற்காக ஒரு வழி, உண்மையான அடிப்படை அளவியல் முறைமையின் கடந்தகால செயல்பாடுகளை ஒப்பிட்டு பார்ப்பதாகும். கருத்துகள்

5. செயல்படுத்துதல்: மாதிரி செயல்படுத்தப்படும் முன், மாதிரிகள் மற்றும் அதன் சாத்தியமான பயன்பாடுகள் மற்றும் வரம்புகள் பற்றிய அறிவு உள்ளிட்ட மாதிரிகளை புரிந்து பயன்படுத்த மேலாளர்கள் பயிற்சியளிக்கப்பட்ட வேண்டும். மேலும், நிறுவனத்தின் நோக்கங்களில் அல்லது புற சூழலில் ஏதேனும் மாற்றங்கள் ஏதேனும் இருந்தால், தேவைப்படும் போதெல்லாம் மாதிரி மேம்படுத்தல் செய்ய வேண்டும். அந்த வெளிப்புற சூழலில் ஏற்படும் மாற்றங்கள் புதிய வழங்குவோர்கள் அல்லது புதிய தொழில்நுட்பத்தை, மாதிரி சார்ந்த அனுமானங்கள் மற்றும் தகவல்களை பாழாக்கிவிடாமல் இருக்கலாம். விளம்பரத் தோற்றம் சில பிரச்சனைகள் மற்ற உத்திகள் மற்றும் முறைகள் மேலாண்மை அறிவியல் மாதிரிகள் மேலும் இதை முழுமையாக புரிந்து கொள்ள வேண்டும், அதாவது இவை வெற்றிகரமாக பயன்படுத்தப்பட வேண்டும். சில சாத்தியமான பிரச்சனைகளால் இந்த மாதிரிகளின் திறன் குறைகிறது.

குறிப்புகள்

சில பொதுவான பிரச்சனைகள்:

மற்ற அனைத்து உத்திகள் மற்றும் வழிமுறைகளைப் போலவே, மேலாண்மை அறிவியல் மாதிரிகள் முழுமையாக புரிந்து கொள்ளப்பட வேண்டும், அதாவது அவை வெற்றிகரமாக பயன்படுத்தப்பட வேண்டும். இந்த மாதிரிகளில் செயல்திறன் சில சாத்தியமான சிக்கல்களின் காரணமாக குறைக்கப்படுகிறது.

1. தவறான அனுமானங்கள். இந்த மாதிரிகள் அடிப்படையில் அனுமானங்கள் மற்றும் மாதிரி பயன்படுத்தப்படும் மாறிகள் உண்மையான உலக சுற்றுச்சூழல் பிரதிபலிப்பு போது மட்டுமே பயனுள்ளதாக இருக்கும். தவறான அனுமானங்கள் தவறான தீர்வுகளை ஏற்படுத்தும். எடுத்துக்காட்டாக, வரும் காலத்தில் விற்பனை மதிப்பீடுகள் துல்லியமாக இருந்தால், விவரப் பட்டியல் தேவைகளுக்கு ஒரு மாதிரி பயன்படுத்த முடியாது.
2. தகவல் வரம்புகள். சரியான தகவலை/அனைத்து சம்பந்தப்பட்ட காரணிகளையும் பெற எப்போதும் சாத்தியம் இல்லை. தவறான தகவல்கள் தவறான அனுமானங்களுக்கு வழிவகுக்கிறது. சில தகவல்கள் அனைத்தும் கிடைக்காது. இதில் சில அளவிட முடியாதவை அல்ல. இது நம்பகத்தன்மையிலிருந்து, உண்மைகளை பிரிக்க முடியாதது. சுற்றுச்சூழல் நிலையற்றது மற்றும் அதிகப்படியாக மாறும் என்றால், அந்த தகவல் விரைவாக புதுப்பிக்கப்பட வேண்டியது அவசியம் அல்லது சாத்தியமானதாக இருக்காது.
3. மேலாண்மை மற்றும் மேலாண்மை விஞ்ஞானிகளுக்கு இடையே புரிந்துணர்வு இல்லாமை: வரிசை மேலாளர்கள் பொதுவாக நடவடிக்கை சார்ந்தவர்கள், மற்றும் பொதுவாக சிக்கலை புரிந்து கொள்ள முடியாதவர்களாவர். சிக்கலான கணித மாதிரிகள் மற்றும் அவற்றின் செயல்திறனுடன் உள்ளடக்கியதாகும். விஞ்ஞான ஆய்வாளர் உகந்த தீர்வுகளுக்கு அதிக ஆர்வம் காட்டுகின்றனர். எனவே, செயல்பாட்டு மேலாளர்கள் இந்த இடங்களில் தொடர்ச்சியான திறந்த இணைப்புத்

அடிப்படை அளவியல்  
கருத்துகள்

குறிப்புகள்

தொடர்பு கொண்ட அளவுள்ள ஊழிய நிபுணர்களால் சரியாக பயிற்றுவிக்கப்பட வேண்டும்.

4. மாற்றத்திற்கு எதிர்ப்பு: மாதிரியை செயல்படுத்தும் போது, மாதிரியை பயன்படுத்தி, மாற்ற இயற்கை எதிர்ப்பு காரணமாக பகுதியளவு பயன்படுத்த பயம் காரணமாக உள்ளது. வரிசை மேலாளர்கள் பொதுவாக செயல்பாட்டு சிக்கல்களை தீர்க்க தங்கள் சொந்த வழிமுறைகளை கொண்டிருக்கிறார்கள் மற்றும் அதிக ஈடுபாடு மற்றும் தொழில்நுட்ப சிக்கலான புதிய வழிமுறைகளை எதிர்க்க கூடும். கெய்ரே மற்றும் மாடின கருத்துப்படி, பல மேலாளர்கள், அவர்கள் புரிந்து கொள்ள முடியாத ஒரு தீர்வைப் பயன்படுத்துவதற்கு பதிலாக, அவற்றை தீர்க்க முடியாது என்று ஒரு பிரச்சனையுடன் வாழ்வார்கள்.” அதன்படி, மாதிரியின் முழு செயல்பாட்டிலும் பங்கேற்க மேலாளர்கள் ஊக்கப்படுத்தப்பட்டால் அது பயனுள்ளதாக இருக்கும்.
5. செலவு: மாதிரியின் நன்மைகள் அதன் செலவை விட அதிகமாக இருக்கும். கூடுதல் சிக்கலான நுட்பங்கள் சிறப்பு பணியாளர்கள், நேரம், கணினி திறன், தகவல் சேகரிப்பு மற்றும் செயலாக்க செலவு, வரி மேலாளர்கள் பயிற்சி போன்றவற்றில் கணிசமான நிதி முதலீடு தேவை போன்றவையாகும். இதன் விளைவாக, இந்த விலைக் காரணி பெரும்பாலும் அளவிடக்கூடிய உத்தியை பரவலாக பயன்படுத்துவதை ஊக்கப்படுத்துகிறது, உயர் வேக கணினிகளால் உருவாக்கப்பட்ட மாற்றுகளின் மதிப்பீடும் ஆகும்.

#### 1.4 வர்த்தகம் குறித்த கருத்து/வாய்ப்பு கருத்து

ஒரு வர்த்தக பரிமாற்றம் (அல்லது பரிமாற்றம்) என்பது மற்றொரு தரம் அல்லது அம்சத்தை பெறுவதற்காக கைமாறாக ஏதோ ஒரு தரம் அல்லது அம்சத்தை இழக்கும் ஒரு சூழல் ஆகும். ஒரு குறிப்பிட்ட விருப்பத்தின் பேரில், தலைகீழாக, கீழ் பகுதி இரண்டையும் முழுமையாகப் புரிய வைக்கும் முடிவை இது குறிக்கிறது.

பொருளாதாரத்தில் இந்த சொல் வாய்ப்பாக செலவழிப்பதாக வெளிப்படுத்தப்படுகிறது. அப்படியானால், தேவைப்படும் ஆதாரங்களைப் பயன்படுத்தி செய்யக்கூடிய மற்ற பொருட்களுக்குப் பதிலாக ஒரு குறிப்பிட்ட உற்பத்தியைப் பெற ஒரு செயல்பாடு செய்யப்பட வேண்டும். ஒரு கூடைப்பந்தாட்ட விளையாட்டிற்கு செல்லும் ஒரு நபரின், வாய்ப்பு செலவு பணம் மற்றும் நேரம் செலவழிக்கப்படுகிறது, ஒரு குறிப்பிட்ட தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சியைக் கவனித்துக் கொண்டிருக்கும்பொழுதும் இதே கூறப்படுகிறது.

சந்தர்ப்பத்தில் ஒரு மாற்றீட்டை ஏற்றுக்கொள்வதில் ஈடுபடுத்தப்பட்ட தியாகம் வாய்ப்பு செலவு ஆகும். வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், இழப்பு அல்லது நன்மையை இழக்கும் அளவிடுவதற்கான செலவினமானது, ஒரு மாற்று நடவடிக்கையைத் தேர்ந்தெடுப்பது மற்ற மாற்றீட்டு நடவடிக்கை எடுக்கப்பட வேண்டும். உதாரணமாக, ஒரு நிறுவனம் ஆண்டுக்கு வட்டிக்கு 10 சதவீதத்தில் வங்கியில் ₹1 லட்சம் தொகையை வசூலித்துள்ளது. இப்போது, இந்த அளவு முதலீட்டாளர்களுக்கு 17 சதவிகிதம் ஈட்டுத்தொகையாக முதலீடு செய்ய ஒரு திட்டத்தை கருதுகிறது. நிறுவனம் கடன் பத்திரங்களில்

முதலீடு செய்ய முடிவு செய்தால், அது ₹10,000 வங்கியின் வட்டிக்குப் அடிப்படை அளவியல் பதிலாக, வாய்ப்புக் கட்டணமாக இருக்கும். வாய்ப்பு செலவு ஒரு தூய முடிவு கருத்துகள் செய்யும் செலவு ஆகும். இது பணம் செலவழிக்க வேண்டிய தேவையில்லை, அது கணக்கியல் புத்தகங்களில் நுழைவதில்லை.

குறிப்புகள்

## 1.5 மாநிலிகள் மற்றும் மாறிகள் பற்றிய கருத்து

மாநிலிகள் மற்றும் மாறிகள் பற்றிய கருத்தை நாம் அறிந்து கொள்வோம்.

### 1.5.1 மாநிலிகள்

ஒரு குறிப்பிட்ட சிக்கல் முழுவதும் அதே மதிப்பை தக்க வைத்துக்கொள்ளும் குறியீடு மாநிலி எனப்படுகிறது. மாநிலிகள் தொடக்கத்தில் எழுத்துக்கள் மூலம் குறிக்கப்படுகிறது: a, b, c, முதலியன. மாநிலிகள் இருக்கலாம்.

முழுமையான மாநிலிகள்: ஒரு முழுமையான அல்லது எண்ணியல் நிலையான அனைத்து பிரச்சினைகள் மற்றும் நடவடிக்கைகளில் அதே மதிப்பு தக்க மாநிலிகள் உள்ளன. 2, 5, 7,  $\pi$ , e ஆகியவை முழுமையான மாநிலிகள்.

அளவுருக்கள்: ஒரு தன்னிச்சையான அல்லது அளவுரு மாநிலி என்பது எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட பிரச்சனையின் நோக்கத்திற்காக மாறாத சின்னம் ஆகும், ஆனால் வெவ்வேறு மதிப்புகளை கொண்டிருக்கலாம் பல்வேறு பிரச்சினைகளில் ஒரு அளவுரு மதிப்பு, பிரச்சினையின் குறிப்பிட்ட சூழ்நிலையை பொறுத்தது.

### 1.5.2 மாறிகள்: கணித மாதிரிகள் பற்றிய குறிப்பு

கொடுக்கப்பட்ட சிக்கலில் பல்வேறு மதிப்புகளை எடுத்துக் கொள்ளும் ஒரு குறியீடு ஒரு மாறி என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஒரு மாறி பொதுவாக அகரவரிசையின் கடைசி எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படுகிறது: x, y, z, .ஒரு மாறி வரக்கூடிய மதிப்புகளின் தொகுப்பு அதன் வரம்பாகும். ஒரு மாறி தொடர்ச்சியான அல்லது தனித்துவமானதாக இருக்கலாம்.

ஒரு மாநிலியின் எந்த பண்புகளும் வேறுபட்ட மதிப்புகளை எடுத்துக் கொள்ளலாம். வயது, உயரம், IQ மற்றும் பல அனைத்திற்கும் மாறிகள் உள்ளன. அவை வெவ்வேறு நபர்களுக்கு பயன்படுத்தப்படும் போது மதிப்புகள் மாறலாம். எடுத்துக்காட்டாக, X ஒரு மாநிலியாக உள்ளது ஏனெனில் X யாரையும் பிரதிநிதித்துவம் செய்யலாம். மறுபுறம், நிலை எண் எப்போதும் அதே மதிப்பைக்கொண்டு இருக்கும். உதாரணத்திற்கு, ஒரு வாரத்தில் நாட்களின் எண்ணிக்கை நிலை எண்ணாக இருக்கும், அது எப்போதும் ஒரேமாதிரியாக இருக்கும். பின்வரும் உதாரணத்தைக் கவனியுங்கள்:

$x + 6 > 10$  ஒரு சமத்துவமின்மை. இப்போது, x முழு எண்ணாக இருந்தால், அதன் எந்த மதிப்பும் 4 யை விட அதிகமாக இருக்கலாம். 6 மற்றும் 10 மதிப்புகள் நிலை எண்ணாக இருக்கும் போது அதை மாற்ற முடியாது,  $x = 5, 6, 7 \dots$  எந்த மதிப்பாகவும் இருக்க முடியும். இவ்வாறு, x என்பது வேறுபட்ட மதிப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் கொண்ட ஒரு மாநிலி ஆகும்.

அடிப்படை அளவியல்  
கருத்துகள்

குறிப்புகள்

மாறிலிகள் இரண்டு வகைப்படும். ஒன்று தனித்த மாறிலி மற்றொன்று தொடர்ச்சியான மாறிலி ஆகும். ஒரு தனித்துவமான மாறி முழு எண் மதிப்புகளையும் எடுக்கும் மற்றும் ஒரு நூலகத்தில் உள்ள புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை போன்ற கணக்கிடக்கூடிய தனித்துவமான, அடையாளம் காணக்கூடிய தனிப்பட்ட கூறுகளைக் கொண்டுள்ளது. இதேபோல், ஒரு குடும்பத்தில் உள்ள குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை ஒரு குறிப்பிட்ட மாறுபாட்டின் மதிப்புகளாக கருதப்படும், ஏனெனில் குழந்தைகள் சரியாக கணக்கிடப்படலாம்.

மறுபுறம், ஒரு தொடர்ச்சியான மாறியின் மதிப்பு, ஒரு குறிப்பிட்ட கோட்பாட்டளவில், ஒரு குறிப்பிட்ட வரம்பில் உள்ள முடிவிலா எண்ணிக்கையில் மதிப்புகளை எடுத்துக் கொள்ளும்.

எனவே, இந்த மதிப்புகள் கணக்கிடப்படுவதற்கு எதிராக அளவிடப்படுகிறது. எவ்வாறாயினும், அளவீட்டு மதிப்பானது எவ்வாறு அளவிடப்படும், எவ்வளவு துல்லியமாக இருக்கும் என்பதைப் பொறுத்து, எந்த ஒரு துல்லியமான மதிப்பும், இரண்டு கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளுக்கு இடையில் ஒரு தொடர்ச்சியான அளவிலான மதிப்புகள் எண்ணற்ற எண்ணாகும். உதாரணமாக, ஒரு குழந்தையின் உயரம் இடையில் உள்ள எண்ணற்ற எண்ணிக்கையிலான புள்ளிகளைத் தொடுகிறது, 40 அங்குலங்கள் மற்றும் 40.1 அங்குலங்கள் எடுத்துக்கொள்வோம், அவர் / அவள் 40 அங்குலங்கள் இருந்து 40.1 அங்குலம் வரை வளர்கின்றனர். அதன்படி, தொடர்ச்சியான மாறுபாட்டின் மதிப்பு இன்னும் துல்லியமாக வரையறுக்கப்படுகிறது, இது 40 அங்குலங்கள் மற்றும் 40.1 அங்குலங்கள் என இரு புள்ளிகளுக்கு இடையில் இருப்பதாக கூறப்படுகிறது.

#### ஒரு சீரற்ற மாறி

ஒரு சீரற்ற மாறி என்பது ஒரு செயல்பாடுகளின் அனுசரிக்கப்பட்ட விளைவுகளை முற்றிலும் சந்திக்கக்கூடிய ஆர்வத்தின் ஒரு நிகழ்வு ஆகும், முற்றிலும் கணிக்க முடியாதவை மற்றும் இது பதிலிலிருந்து மற்றொரு பதிலுக்கு வேறுபடலாம். சீரற்ற வரையறையின் படி, சாத்தியமான ஒவ்வொரு பொருள் அதே வாய்ப்பானது கருதப்படுகிறது. உதாரணமாக, பரிசுச் சீட்டு வரைபடங்கள் சீரற்ற வரைபடங்களாகக் கருதப்படுகின்றன இதனால், ஒவ்வொரு எண்ணையும் எடுத்துக் கொள்வதற்கு அதே வாய்ப்பு உள்ளது. இதேபோல், நியாயமான நாணயத்தின் சுண்டி எறிவதன் விளைவின் மதிப்பானது சீரற்றதாக இருக்கிறது, ஏனென்றால் ஒரு தலை அல்லது பூ விழுவதற்கு அதே வாய்ப்பு மட்டுமே உள்ளது.

ஒரு சீரற்ற மாறி பண்புசார்ந்த அல்லது அளவிடக்கூடிய மாறியாக இருக்கலாம். பண்புசார்ந்த சீரற்ற மாறிகள் வகைப்படுத்தப்பட்ட பதில்களை வழங்குதல் காரணமாக அதன் பதில்கள் ஒரு வகையிலிருந்து மற்றொரு வகைக்கு பொருந்தும். உதாரணமாக, “நீங்கள் தற்போது வேலையில்லாமல் இருக்கிறீர்களா?” என்ற கேள்வியின் பதில், 'ஆம்' அல்லது 'இல்லை' என்ற வகைகளில் பொருந்தும். மறுபுறம், அளவிடக்கூடிய சீரற்ற மாறிகள் எண் பதில்களை அளிக்கின்றன. உதாரணமாக, 'உங்கள் வீட்டில் எத்தனை அறைகள் உள்ளன?' அல்லது 'குடும்பத்தில் எத்தனை குழந்தைகள் உள்ளனர்?' என்ற கேள்விகளுக்கான பதில்கள் எண் மதிப்புகளில் இருக்கும்.

மேலும், இந்த மதிப்புகள் முழு எண்களாக இருப்பதால் தனித்துவமான அடிப்படை அளவியல் மதிப்புகள் என்று கருதப்படுகிறது. இவை தனித்தனியான அளவு சீரற்ற கருத்துகள் மாறுபாடுகளின் மதிப்புகள் ஆகும். மறுபுறம், “நீங்கள் எப்படி உயரமாக இருக்கிறீர்கள்?” அல்லது “நீங்கள் எவ்வளவு எடையுள்ளவர்கள்?” போன்ற கேள்விகளுக்கான பதில்கள் அளவிடக்கூடிய சீரற்ற மாறிகளின் மதிப்புகளாக இருக்கும், ஏனெனில் இந்த மதிப்புகள் அளவிடப்படுகின்றன, ஆனால் கணக்கிடப்படுவதில்லை இந்த வகை மாறிகள் சில உதாரணங்கள்:

குறிப்புகள்

(i) பண்புசார்ந்த சீரற்ற மாறிகள்

- வகுப்பில் மாணவர்களின் பாலினம்.
- கல்லூரியில் ஒரு ஆசிரிய உறுப்பினரின் அரசியல் அங்கீகாரம்.
- நாட்டின் பொருளாதார நிலைமைகள் பற்றிய பொருளாதார வல்லுனர்களின் கருத்துக்கள்.

(ii) அளவிடக்கூடிய சீரற்ற மாறிகள்

(a) தனித்த அளவிலான சீரற்ற மாறிகள்

- மாநாட்டில் கலந்துகொள்ளும் நபர்களின் எண்ணிக்கை.
- குளிர்சாதன பெட்டியில் முட்டைகளின் எண்ணிக்கை.
- கோடை முகாமில் குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை.

(b) தொடர்ச்சியான அளவிலான சீரற்ற மாறிகள்

- அழகு போட்டியில் மாதிரிகளின் உயரங்கள்.
- பத்திய உணவு திட்டத்தில் சேருகின்ற மக்களின் எடைகள்.
- குறிப்பிட்ட உற்பத்தியில் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட எ.கா கம்பிகளின் நீளம்.

உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறிக

1. நிரலாக்க உத்திகள் யாவை? உதாரணங்கள் கொடுங்கள்
2. இடைக்கணிப்பு மற்றும் ஒப்பீடு என்றால் என்ன?
3. ஒரு மாதிரி என்றால் என்ன?
4. தனித்த மாறிகள் என்றால் என்ன?

1.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும்

வினாக்களுக்கான விடைகள்

1. நிரலாக்க நுட்பங்கள் (அல்லது பொதுவாக செயல்முறைகள் ஆராய்ச்சி அல்லது சாதாரண OR என்று விவரிக்கப்படுகிறது) நவீன காலங்களில் முடிவெடுக்கும் தயாரிப்பாளர்களால் பயன்படுத்தப்படும் மாதிரிகளின் கட்டிட நுட்பங்கள் ஆகும். அவை நேரியல் நிகழ்ச்சிகள், விளையாட்டுகள் கோட்பாடு, உருவகப்படுத்துதல், பிணைய பகுப்பாய்வு, வரிசை கோட்பாடு ஏனைய ஒத்த நுட்பங்கள் போன்ற பல வகையான நுட்பங்களை உள்ளடக்கியதாகும்.

அடிப்படை அளவியல் கருத்துகள்

குறிப்புகள்

2. இடைச்செருகல் என்பது, குறிப்பிட்ட சில அனுமானங்கள் மூலம், ஒரு சில அனுமானங்கள் என்ற புள்ளிவிவர உத்தி ஆகும். பொதுபடுத்துதல் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்கள், கொடுக்கப்பட்ட தரவுக்கு வெளியே உள்ள புள்ளி விவரங்களை வழங்குகிறது.
3. ஒரு மாதிரி என்பது ஒரு அமைப்பின் அல்லது ஒரு பொருளின் பிரதிநிதித்துவம், சில வடிவத்தில் உள்ள ஒரு யதார்த்தமான சூழ்நிலையை, அதன் அமைப்பைப் பற்றி விளக்குவதற்கு உருவாக்கப்பட்டது. அது எளிதாக்குகிறது உண்மையான வாழ்க்கை நிலைமையை அது பிரதிபலிக்கிறது.
4. தனித்தியங்கும் மாறிலி என்பது ஒரு எண்ணக்கூடிய அல்லது தனித்தியங்கும் வரம்பிற்குள் மட்டுமே இருக்கும்.

### 1.7 சுருக்கம்

- அளவு முறைகள் ஒரு வணிக/நிறுவனத்தின் அன்றாட முடிவு எடுக்கும் செயல்முறை உதவும் புள்ளியியல் மற்றும் செயல்பாட்டு ஆய்வு நுட்பங்கள் குறிக்கிறது.
- ஒரு மாதிரி என்பது ஒரு அமைப்பு அல்லது ஒரு பொருளின் பிரதிநிதித்துவம், சில வடிவத்தில் உள்ள ஒரு சாதாரணமான சூழ்நிலையை, அதன் அமைப்பைப் பற்றி விளக்குவதற்கு உருவாக்கப்பட்டது.
- இயற்பியல் மாதிரிகள், தொடரிசை மாதிரிகள், கணித மாதிரிகள் போன்ற பல்வேறு வகையான மாதிரிகள் உள்ளன.
- ஒரு மாதிரி கட்டுவதில் பல்வேறு படிகள் சிக்கல் உருவாக்கம், மாதிரியை கட்டுவது, மாதிரியின் தீர்வு, சோதனை மற்றும் இறுதி செயலாக்கம் ஆகியவை அடங்கும்.
- குறிப்பிட்ட பிரச்சனை முழுவதும் அதே மதிப்பை தக்க வைக்கும் சின்னம் ஒரு மாறிலி எனப்படுகிறது.

### 1.8 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்

- செயல்முறை கட்டுப்பாடு: பொருட்களை தரம் பராமரிக்க தொழில்துறை புள்ளியியல் கருவிகள் பயன்பாடுகளாகும்.
- ஒப்புமை மாதிரி: ஒப்புமை மாதிரி ஒரு உண்மையான பொருள் அல்லது ஒரு சூழல் பிரதிநிதித்துவமாக உள்ளது, ஆனால் பொருள் அல்லது சூழ்நிலை அதே தோற்றம் இல்லாமல், இந்த மாதிரி உண்மையான அமைப்பை போல் இல்லை. ஆனால் அது போல் செயல்படுகிறது.
- ஒரு நேரான மாதிரிகள்: அனைத்து கூறுகளிலும், அந்த முன்மாதிரியின் பண்பு மாதிரிகள் மாதிரியின் நேர்கோட்டு நடத்தை மற்றும் உறவுகளாகும்.
- வர்த்தக பரிமாற்றம் வர்த்தக பரிமாற்றம் (அல்லது பரிமாற்றம்) மற்றொரு தரம் அல்லது அம்சத்தை பெறுவதற்காக திரும்ப ஏதாவது ஒரு தரம் அல்லது அம்சத்தை இழந்து ஒரு சூழல் உள்ளது. அது ஒரு



குறிப்பிட்ட தேர்வு தலைகீழாக மற்றும் எதிர்மறையாக இரண்டு முழு அடிப்படை அளவியல்  
பரிதலுக்கு ஒரு முடிவு குறிக்கிறது கருத்துகள்

## 1.9 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்

குறிப்புகள்

### குறு விடை வினாக்கள்

1. சிக்கல் உருவாக்குதல் பற்றி சிறு குறிப்பு வரைக.
2. மாதிரிகளை பயன்படுத்துவதற்கான சில காரணங்களை பட்டியலிடு.
3. அளவு நுட்பங்களின் சில குறைபாடுகள் யாவை?
4. ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள் என்றால் என்ன?

### நெடு விடை வினாக்கள்

1. மேலாண்மை நடைமுறைகளில் உள்ள அளவு ஆய்வின் முக்கியத்துவத்தை பகுப்பாய்வு செய்க.
2. மாதிரிகளை பயன்படுத்துவதற்கான காரணங்களையும் அவற்றை வளர்க்கும் முறைகளையும் விளக்குக.

## 1.10 மேலும் படிக்க

தாஹா, H.A. 2006. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி: ஒரு அறிமுகம், 8வது பதிப்பு. புதுடில்லி: பிரென்டைஸ்-ஹால் இந்தியா.

ஜென்சன், பவுல் A., மற்றும் ஜொனாதன் F. பார்ட் 2003. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி மாதிரிகள் மற்றும் முறைகள். நியூயார்க்: ஜான் வில்லி & சன்ஸ்.

குப்தா, P.K., D.S. ஹிரா. 2002. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி அறிமுகம். புதுடில்லி: S. சந்தீக் கோ.

கோத்தாரி, C.R. 1982. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி ஒரு அறிமுகம். புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

கலாவதி, S. 2013. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி, 4வது பதிப்பு. புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

## அலகு 2 வகையீட்டல் மற்றும் தொகையீட்டல் பற்றிய அடிப்படைக் கருத்துக்கள்

வகையீட்டல் மற்றும்  
தொகையீட்டல் பற்றிய  
அடிப்படைக் கருத்துக்கள்

குறிப்புகள்

### அமைப்பு

- 2.0 அறிமுகம்
- 2.1 நோக்கங்கள்
- 2.2 வகையீட்டல்
- 2.3 தொகையீட்டல்
- 2.4 வணிக சிக்கல்களை தேர்வுமுறைபடுத்துவதில் வகையீட்டலின் பங்கு
- 2.5 வணிக தீர்வு காணல் மற்றும் ஆராய்ச்சியில் புள்ளி விபரங்களின் பங்கு
  - 2.5.1 தரவு சேகரிப்பு, அட்டவணைப்படுத்தல் மற்றும் வழங்கல்
  - 2.5.2 மத்திய துறையின் நடவடிக்கைகள்
  - 2.5.3 வரைபட பிரதிநிதித்துவம்
  - 2.5.4 சிதறலின் நடவடிக்கைகள்
- 2.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 2.7 சுருக்கம்
- 2.8 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 2.9 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 2.10 மேலும் படிக்க

### 2.0 அறிமுகம்

தொகையீட்டல் மற்றும் வகையீட்டல் நுண்கணிதத்தின் இரண்டு அடிப்படை கருத்துக்கள் ஆகும். அவை மாற்றத்தை ஆய்வு செய்கின்றன. நுண்கணிதமானது அறிவியல், பொருளாதாரம், நிதி, பொறியியல் போன்ற பல துறைகளில் பலவிதமான பயன்பாடுகளைக் கொண்டுள்ளது.

வேறுபாடுகள் என்பது வழிப்பொருள் கணக்கிடுவதற்கான இயற்கணித செயல்முறை ஆகும். வழிப்பொருளின் செயல்பாடு என்பது கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியில் வளைவு அல்லது சாய்வு (வரைபடம்) ஆகும். ஒருமைப்பாடு என்பது திட்டவட்டமான ஒருங்கிணைந்த அல்லது காலவரையற்ற ஒருமைப்பாட்டை கணக்கிடுவதற்கான செயல்முறையாகும்.

### 2.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகை நீங்கள் படித்து முடித்த பின்பு உங்களால்,

- வகையீட்டல் மற்றும் தொகையீட்டல் ஆகியவற்றை வேறுபடுத்த முடியும்
- வியாபார சிக்கல்களைத் தேர்வு செய்வதற்கான வேறுபாடுகளைப் பயன்படுத்த முடியும்

- வணிக முடிவு மற்றும் ஆராய்ச்சி ஆகியவற்றில் பயன்படுத்தப்படும் புள்ளிவிவரங்களை புரிந்து கொள்ள முடியும்

குறிப்புகள்

## 2.2 வகையீட்டல்

$y$  இன் சார்பாக  $x$  இருக்க வேண்டும். நாம்  $x$  ஒரு சுயாதீன மாறி மற்றும்  $y$  சார்பு மாறி அழைக்கிறோம்.

குறிப்பு:  $x$  சுயாதீனமாக இருப்பதற்கும்  $y$  சார்ந்திருப்பதற்கும் எந்தவொரு புனிதமும் இல்லை. இது நாம் அனுமதிக்கின்ற எந்த மாறியின் மதிப்பை சார்ந்துள்ளது, பின்னர் அந்த மதிப்பைப் பொருத்து, மற்ற மாறியின் மதிப்பை தீர்மானிக்கவும்.  $y = x^2$  இல்,  $x$  என்பது ஒரு சார்பற்ற

மாறி மற்றும்  $y$  சார்புடையது. அதேசமயம் அதே செயல்பாடு  $x = \sqrt{y}$  என எழுதப்படலாம். இப்போது  $y$  என்பது ஒரு மாறிலி மாறி,  $x$  என்பது சார்பு மாறி. அத்தகைய ஒரு “தலைகீழ்” எப்போதும் சாத்தியமில்லை. எடுத்துக்காட்டாக,  $y = \sin x + x^3 + \log x + x^{1/2}$  எனில்  $y$  இன் அடிப்படையில்  $x$  யை கண்டுபிடிக்க இயலாது.

$X$  இன் மதிப்புடன்  $f(x)$  இன் வேறுபட்ட குணகம்

$$\text{நாம்} \quad y = f(x) \quad (2.1)$$

மற்றும்  $x$  இல்  $x + \delta x$  ஆக மாற்றவும்.  $y$  இல் உள்ள  $\delta y$  மாற்றம் இருந்தால்,

$$y + \delta y = f(x + \delta x) \quad (2.2)$$

சமன்பாடுகள் (2.1) மற்றும் (2.2)

$$\delta y = f(x + \delta x) - f(x)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\delta y}{\delta x} = \frac{f(x + \delta x) - f(x)}{\delta x}$$

$$\lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \delta x) - f(x)}{\delta x} \quad \text{இது இருந்தால், } x \text{ ன் மதிப்புடன் } y \text{ ன்}$$

மாறுபட்ட குணகம்  $\frac{dy}{dx}$  என எழுதப்படுகிறது.

$$\text{இதனால், } \frac{dy}{dx} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta y}{\delta x} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \delta x) - f(x)}{\delta x}$$

$f(x)$ , இல்  $x = a$  வரையறுக்கப்பட வேண்டும்.  $x = a$  இல்  $f(x)$  இன் வகைப்பாடு வரையறுக்கப்படும் போது

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad \text{இந்த வரம்பை வழங்குகிறது, பின்னர் அது } f'(a) \text{ என்று}$$

எழுதப்படுகிறது, அல்லது  $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=a}$

நாம் சில நேரங்களில் வரையறையை  
எழுதலாம்,  
$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$
 என

குறிப்பு:  $f'(a)$  முதலில்  $\frac{dy}{dx}$  யை கண்டுபிடித்து அதன் பின் அதில்

வைத்து,  $x = a$  என மதிப்பீடு செய்யலாம்.

குறியீடு:  $\frac{dy}{dx}$  என்பது  $y'$  அல்லது  $y_1$  எனவும் குறிக்கப்படுகிறது அல்லது  $dy$   
அல்லது  $f'(x)$  ல்  $y = f(x)$  என குறிக்கப்படுகிறது

எடுத்துக்காட்டு 2.1: கண்டுபிடிக்க  $\frac{dy}{dx}$  மற்றும்  $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=3}$  ஆக  $y = x^3$

தீர்வு: நாம்  $y = x^3$ . பெறுகிறோம்

$x$  ல் உள்ள மாற்றத்தை  $\delta x$  எனவும்,  $y$  ல் உள்ள  $\delta y$  மாற்றத்தை  
எனவும் அனுமதிக்கவும்.

பின்னர்  $y + \delta y = (x + \delta x)^3$

$$\Rightarrow \delta y = (x + \delta x)^3 - y = (x + \delta x)^3 - x^3$$

$$= 3x^2(\delta x) + 3x(\delta x)^2 + (\delta x)^3$$

$$\Rightarrow \frac{\delta y}{\delta x} = 3x^2 + 3x(\delta x) + (\delta x)^2$$

இதன் விளைவாக,  $\frac{dy}{dx} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta y}{\delta x} = 3x^2$

$$\text{மேலும், } \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=3} = 3 \cdot 3^2 = 27$$

எடுத்துக்காட்டு 2.2:  $y = |x|$  என்று காட்டவும்,  $\frac{dy}{dx}$  ல்  $x = 0$  என இல்லை.

தீர்வு :  $\frac{dy}{dx}$  ல்  $x = 0$  இருந்தால், பிறகு

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} \text{ உள்ளது.}$$

$$\text{அதனால், } \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(0-h) - f(0)}{-h}$$

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

இப்போது,  $f(0+h) = |h|$

$$\text{அதனால், } \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|h| - 0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h}{h} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{மேலும், } \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(0-h) - f(0)}{-h} &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|-h| - 0}{-h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h}{-h} = -1 \end{aligned}$$

$$\text{எனவே, } \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} \neq \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(0-h) - f(0)}{-h}$$

இதன் விளைவாக  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h}$  இல்லை.

குறிப்புகள்: 1. ஒரு செயல்பாடு  $f(x)$  என்பது  $x = a$  ல் அதன் சார்பு  $x = a$  என இருந்தால் சார்பின்மை அல்லது வேறுப்படுத்துதல் எனக் கூறப்படுகிறது.

2. ஒரு மாறுபடும் செயல்பாடு என்பது அவசியம்.

ஆதாரம்:  $f(x)$  ல்  $x = a$  வேறுபடலாம்.

பின்னர்,  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$  டுக்கு சமம் என்று சொல்லப்படுகிறது.

$$\lim_{h \rightarrow 0} h \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \left( \lim_{h \rightarrow 0} h \right) l = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} [f(a+h) - f(a)] = 0 \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) = f(a)$$

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} f(x) = f(a)$$

$h$  நேர்மறை அல்லது எதிர்மறையாக இருக்க முடியும்.

வேறுவிதமாகக் கூறினால்  $f(x)$  என்பது  $x = a$  ல் தொடர்ச்சியாக இருக்கும்.

3. குறிப்பு 2 ல் உள்ள விவாதங்களைப் பற்றி பொதுவாக பேசுவது உண்மை இல்லை.

### 2.3 தொகையீட்டல்

வேறுபாடுகளைக் கற்றுக்கொண்ட பிறகு, நாம் இப்போது “தலைகீழ்” செயல்பாட்டிற்கு வருகிறோம், அதாவது தொகையீட்டல். தொகையீட்டல்

வரையறைக்கு ஒரு துல்லியமான வடிவம் கொடுக்க, நாம் கவனிக்க:  $g(x)$  என்பது  $x$  ன் ஒரு செயல்பாடு,

வகையீட்டல் மற்றும் தொகையீட்டல் பற்றிய அடிப்படைக் கருத்துகள்

$$\frac{d}{dx} g(x) = f(x)$$

குறிப்புகள்

பின்னர், நாம் ஒருங்கிணைந்த  $f(x)$  ஆனது  $x$  யை பொறுத்து  $g(x)$ . செயல்பாடு வரையறுக்கப்பட்டது. இது குறிப்பீடு வடிவில் வைக்கப்பட்டுள்ளது.

$$\int f(x) dx = g(x)$$

இந்த  $f(x)$  தொகையீட்டுச் செயல்பாடு எனப்படுகிறது.  $dx$  இருப்பது,  $x$  இன் மதிப்புடன் ஒருங்கிணைப்பு மேற்கொள்ளப்படுகிறது என்று நினைவுபடுத்த வேண்டும்.

உதாரணமாக,  $\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$

$$\int \cos x dx = \sin x$$

ஒருங்கிணைப்பு வரையறையின் ஒரு நேரடி விளைவாக பல பலன்களை நாம் பெறுகிறோம், அவற்றை “சூத்திரங்கள்” எனக் கருதலாம். இத்தகைய தரநிலைகளின் பட்டியல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:

(1)  $\int 1 dx = x$  ஏனெனில்  $\frac{d}{dx}(x) = 1$

(2)  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} (n \neq -1)$  ஏனெனில்  $\frac{d}{dx} \left( \frac{x^{n+1}}{n+1} \right) = x^n, n \neq -1$

(3)  $\int \frac{1}{x} dx = \log x$  ஏனெனில்  $\frac{d}{dx}(\log x) = \frac{1}{x}$

(4)  $\int e^x dx = e^x$  ஏனெனில்  $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$

(5)  $\int \sin x dx = -\cos x$  ஏனெனில்  $\frac{d}{dx}(-\cos x) = \sin x$

(6)  $\int \cos x dx = \sin x$  ஏனெனில்  $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$

(7)  $\int \sec^2 x dx = \tan x$  ஏனெனில்  $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$

(8)  $\int \cos ec^2 x dx = -\cot x$  ஏனெனில்  $\frac{d}{dx}(-\cot x) = \cos ec^2 x$

(9)  $\int \sec x \tan x dx = \sec x$  ஏனெனில்  $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$

குறிப்புகள்

$$(10) \int \cos ecx \cot x dx = -\cos ecx \quad \text{ஏனெனில் } \frac{d}{dx}(-\cos ecx) = \cos ecx \cot x$$

$$(11) \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sin^{-1} x \quad \text{ஏனெனில் } \frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(12) \int \frac{1}{1+x^2} dx = \tan^{-1} x \quad \text{ஏனெனில் } \frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(13) \int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx = \sec^{-1} x \quad \text{ஏனெனில் } \frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}}$$

$$(14) \frac{1}{ax+b} dx = \frac{\log(ax+b)}{a} \quad \text{ஏனெனில் } \frac{d}{dx} \left[ \frac{\log(ax+b)}{a} \right] = \frac{1}{ax+b}$$

$$(15) \int (ax+b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} \cdot \frac{1}{a} (n \neq -1) \quad \text{ஏனெனில் } \frac{d}{dx} \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} = (ax+b)^n, n \neq -1$$

$$(16) \int a^x dx = \frac{a^x}{\log a} \quad \text{ஏனெனில் } \frac{d}{dx} a^x = a^x \log a$$

இந்த நிலையில் ஒரு ஆச்சரியம் இருக்கலாம், ஏனெனில்

$$\frac{d}{dx}(\sin x + 4) = \cos x$$

பின்னர் வரையறை மூலம், ஏன்  $\int \cos x dx$  ( $\sin x + 4$ ) அல்ல? உண்மையில்,

எண் 4 பற்றி மிக உயர்ந்ததாக ஒன்றும் இல்லை, அது எந்தவொரு நிலையிலும் இருந்திருக்கலாம். இந்த வரையறைக்கு ஒரு சிறிய மாற்றத்தை இது ஏற்படுத்துகிறது.

நாம் இப்போது தொகையீட்டல் வரையறுக்கிறோம்:

$$\text{என்றால் } \frac{d}{dx} g(x) = f(x)$$

$$\text{பின்னர் } \int f(x) dx = g(x) + c$$

இங்கு  $C$  ஆனது ஒருங்கிணைந்த மாறிலி என அழைக்கப்படுகிறது. வெளிப்படையாக,  $c$  ன் மதிப்பு ஏதும் இருக்க முடியும் மற்றும் ஒரு ஒருங்கிணைந்த செயல்பாடு தனிப்பட்டு இல்லை! ஆனால் இங்கே ஒரு விஷயம் சொல்லலாம், ஒரே செயல்பாடுகளின் எந்த இரண்டு ஒருங்கிணைப்புகளும் ஒரு மாறிலி மூலம் வேறுபடுகின்றன.

குறிப்புகள்

$C$  என்பது மதிப்பு பூஜ்யம் என்பதால்,  $g(x)$  என்பது  $\int f(x)dx$  மதிப்புகளில் ஒன்றாகும். வழக்கத்தின் மூலம், ஒருங்கிணைப்பு நிலையானது (அது இருப்பினும்) என நாம் எழுத மாட்டோம், மற்றும் இதனால்  $\int f(x)dx =$  என நம் வரையறை உள்ளது.

மேலே குறிப்பிடப்பட்டிருப்பது வரையறையற்ற தொகையீட்டல் (வரையற்றது, ஏனென்றால் தொகையீட்டல் நிலைப்பாட்டை எழுதுவதன் மூலம் நாம் ஒரு முழுமையான மதிப்பை முழுமையாக ஒருங்கிணைக்கவில்லை) நாம் ஒரு தொகையீட்டல் வரையறையை கொடுப்போம்.

#### 2.4 வணிக சிக்கல்களை தேர்வுமுறை படுத்துவதில் வகையீட்டலின் பங்கு

$p$  என்பது விலையாகவும்  $x$  என்பது கோரிய அளவாகவும் இருக்கட்டும். வளைவு  $x = f(p)$  என்பது “தேவை வளைவு” ஆகும். இது பொதுவாக தேவை குறையும் பொழுது விலைகளின் அதிகரிப்பை போல கீழ்நோக்கி சரிகிறது.

மறுபடியும்,  $p$  என்பது விலையாகவும் மற்றும்  $x$  என்பது வழங்கப்பட்ட அளவாகவும் இருக்கட்டும். இங்கு வளைவு  $x = g(p)$  என்பது “விநியோக வளைவு” எனப்படுகிறது. இது அடிக்கடி விநியோகத்தின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் போது, இலாபமீட்டுபவர்கள் விலையை அதிகரிப்பர், எனவே விநியோக வளைவு அடிக்கடி மேல்நோக்கி சரிகிறது.

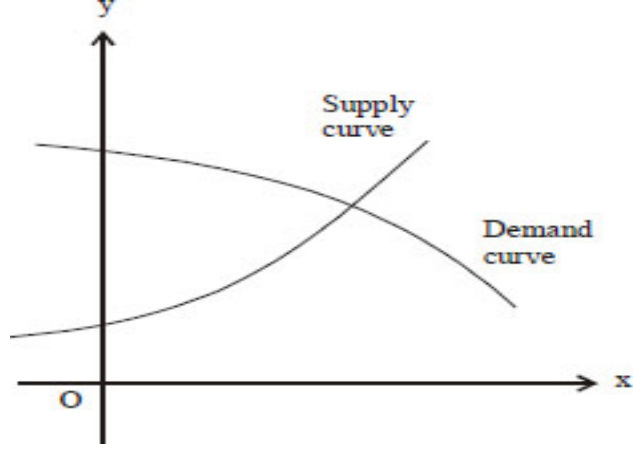
வரைபடத் தாளில் இரண்டு வளைவுகளைக் காண்போம்

இரண்டு வளைவுகள் சந்தித்து இருந்தால், நாம் ஒரு பொருளாதார சமநிலையை (வெட்டும் புள்ளியில்) அடைந்தோம் எனலாம்.

இரு வளைவுகளும் ஒன்றையொன்று சந்திக்காமல் போகலாம், அதாவது, பொருளாதார சமநிலை எப்போதும் பெறப்படாது.



குறிப்புகள்



படம் 2.1 வழங்கல் மற்றும் தேவை வளைவு

வருவாய் வளைவுகள்:

$x = f(p)$  என்பது கோரு வளைவு, மற்றும்  $x$  ன் சார்பாக  $p$  யை வெளிப்படுத்த முடியுமானால்,  $p = g(x)$  எனில் செயல்பாடு  $g$  என்பது  $f$  இன் நேர்மாறு என்று அழைக்கப்படுகிறது. இந்த அலகுக்குள்ளான சிக்கல்களில், ஒவ்வொரு கோரிக்கை செயல்பாடுக்கும்  $f$  எப்போதும் ஒரு தலைகீழ் உள்ளது. எனவே, நாம் எழுதலாம்,

$$x = f(p) \text{ அத்துடன் } p = g(x).$$

$x$  மற்றும்  $p$  இன் உற்பத்தி  $R$  இங்கு "மொத்த வருவாய்" என்று அழைக்கப்படுகிறது.

ஆகையால்  $R = xp$  இங்கு  $x$  என்பது தேவை மற்றும்  $p$  என்பது விலை ஆகும். எனவே நாம்  $R = p f(p) = x g(x)$  இவ்வாறு எழுதலாம்.

மொத்த வருவாய் செயல்பாடு  $R = x g(x)$  என வரையறுக்கப்படுகிறது, மேலும்  $x$ -அச்சில்  $x$  யை அளவிடுகிறோம் மற்றும்  $y$  அச்சில்  $R$  அளவிடுகிறோம் என்றால், நாம் வளைவை  $y = x g(x)$  எனவும் தொகுக்கலாம்.

இந்த வளைவு "மொத்த வருவாய் வளைவு" எனப்படுகிறது.

செலவு செயல்பாடு:

செலவு  $c$  ஆனது இரண்டு பகுதிகளால் ஆனது, அதாவது நிலையான செலவு மற்றும் நிலையற்ற செலவு. நிலையான செலவுகள் உற்பத்தி அளவின் மாற்றத்தால் பாதிக்கப்படாதவை. ஒரு வெளியீட்டு நிறுவனம் உள்ளது என்று வைத்துக்கொள்வோம், நிறுவனம் அமைந்துள்ள கட்டிடத்தின் வாடகை ஒரு நிலையான செலவு ஆகும் (புத்தகங்களின் எண்ணிக்கையும் அதிகரிக்கிறது அல்லது குறைகிறது). இதேபோல், பணியமர்த்தப்பட்ட மக்களின் சம்பளம் ஒரு நிலையான செலவு ஆகும் (உற்பத்தி பூஜ்யமாக இருந்தாலும் கூட).

மறுபுறம், அச்சிடும் காகித செலவு ஒரு நிலையற்ற செலவாகும், மேலும், அவை வெளியிடுவதற்கு கூடுதல் புத்தகங்கள் தேவைப்படுகிறது.

$$\text{ஆகையால், } C = VC + FC$$

இங்கு  $C$  என்பது மொத்த செலவாகவும்,  $VC$  நிலையற்ற செலவாகும் மற்றும்  $FC$  நிலையான செலவாகும் இருக்கின்றன.

## 2.5 வணிக தீர்வு காணல் மற்றும் ஆராய்ச்சியில் புள்ளிவிபரங்களின் பங்கு.

வகையிட்டல் மற்றும்  
தொகையிட்டல் பற்றிய  
அடிப்படைக் கருத்துகள்

### 2.5.1 தரவு சேகரிப்பு, அட்டவணைப்படுத்தல் மற்றும் வழங்கல்

ஆதாரங்கள் பயன்படுத்தப்படுத்துவதை பொறுத்து புள்ளிவிவர தரவை இரண்டு பிரிவுகளின் கீழ் வகைப்படுத்தப்படலாம், அவைகளாவன:

குறிப்புகள்

(a) முதன்மை தரவு. ஒரு குறிப்பிட்ட விசாரணை அல்லது ஆய்வு நோக்கத்திற்காக விசாரணையாளரால் சேகரிக்கப்பட்ட தரவு "முதன்மை தரவு" என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது போன்ற தரவு பங்கினில் அசலானது தனிநபர்களால் அல்லது ஆராய்ச்சி நிறுவனங்கள் நடத்தப்படும் ஆய்வுகள் மூலம் உருவாக்கப்படுகின்றன, உதாரணமாக, ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் பெண்கள் கருக்கலைப்பு பற்றி என்ன நினைக்கிறார்கள் என்பதை தெரிந்து கொள்ள ஆர்வமாக உள்ளார் எனில், அதனை பற்றிய கருத்து கணிப்பு ஒன்றினை எடுத்து கொள்ளுதலும் மற்றும் சம்பந்தப்பட்ட கேள்விகளைக் பெண்களிடம் கேட்டு, அவர்களின் கருத்துக்களைப் பற்றிய தகவல்களை சேகரிக்கப்படுத்தலும் வேண்டும். இவ்வாறாக சேகரிக்கப்பட்ட இத்தகவல் தரவு, முதன்மை தரவுகளாக கருதப்படும்.

(b) இரண்டாம்நிலை தரவு. ஒரு புலன்விசாரணையாளர் ஏற்கனவே உள்ள மற்றவர்கள் சேகரித்த தரவுகளைப் பயன்படுத்துவார் எனில் அத்தகைய தரவு, இரண்டாம் நிலை தரவு என்று அழைக்கப்படுகிறது. இந்தத் தரவு இது சேகரிக்கப்படும் நிறுவனத்திற்கான முதன்மை தரவு மற்றும் தனது சொந்த நோக்கங்களுக்காக இந்தத் தரவைப் பயன்படுத்தும் மற்றவர்களுக்கான இரண்டாம் தர தரவு ஆகும். பத்திரிகைகள், அறிக்கைகள், அரசாங்க வெளியீடுகள், தொழில்சார் மற்றும் ஆராய்ச்சி நிறுவனங்களின் வெளியீடுகள், மற்றும் பலவற்றில் இரண்டாம் நிலை தரவுகளைப் பெறலாம். உதாரணமாக, ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் பல்வேறு பிராந்தியங்களின் வானிலை குறித்து ஆய்வு செய்ய விரும்பினால், வானியல் துறையின் பதிவுகளிலிருந்து தேவையான தகவல்களை அல்லது தரவை அவர் பெற முடியும். இரண்டாம்நிலை தரவு பணம் மற்றும் நேர அடிப்படையில் சேகரிக்க குறைவாக இருந்தாலும், இந்த தரவின் தரம் சில சூழ்நிலைகளில் கூட சிறப்பாக இருக்கும், ஏனெனில் அந்த நோக்கத்திற்காக குறிப்பாக பயிற்சியளிக்கப்பட்ட நபர்கள் அதை சேகரித்திருக்கலாம். முதன்மை தரவு சேகரிப்பு நிறுவனத்தின் நம்பகத்தன்மையையும் விமர்சன ரீதியாக ஆராய்வது அவசியம்.

### 2.5.2 மத்திய துறையின் நடவடிக்கைகள்

நாம் சேகரிக்கும் தரவுகள் வரைபட முறையில் அல்லது வரைபடங்களாக வழங்கினால், அவற்றை எளிதாக புரிந்துகொள்ள முடியும். வரைபடங்கள் மற்றும் வரைபடங்கள் தரவின் அளவு, குழுக்கள், போக்குகள் மற்றும்

குறிப்புகள்

வடிவங்களின் காட்சி அறிகுறிகளை கொடுக்கின்றன. இந்த முக்கியமான அம்சங்கள் வரைபடங்களின் வடிவத்தில் இன்னும் எளிமையாக வழங்கப்படுகின்றன. மேலும், வரைபடங்கள் தரவு இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தொகுப்புகளுக்கு இடையே ஒப்பிட்ட உதவுகிறது.

வரைபடங்கள் தெளிவாக வாசிக்கவும் மற்றும் எளிதாக புரிந்துகொள்ளும் படியாகவும் இருக்க வேண்டும். அதே வரைபடத்தில் அதிகமான தகவல்கள் காட்டப்படக்கூடாது. இல்லையெனில், இது சிக்கலான மற்றும் குழப்பமானதாக இருக்கலாம். ஒவ்வொரு வரைபடமும் ஒரு சுருக்கமான மற்றும் சுயமதிப்பீட்டு தலைப்பை உள்ளடக்கியதாக இருக்க வேண்டும். விளக்க வரைபடத்தின் விளைவான விளக்கப்படம் சரியான அளவைக் கொண்டிருக்கும் விதத்தில் தேர்வு செய்யப்பட வேண்டும். செங்குத்து மற்றும் கிடைமட்ட அச்சில் இடைவெளிகள் சம அளவு இருக்க வேண்டும் இல்லையெனில், சிதைவுகள் ஏற்படலாம்.

வரைபடங்கள் தனித்துவமான தரவை விளக்குவதற்கு மிகவும் பொருத்தமானவையாகும், அதே சமயம் தொடர்ச்சியான தரவுகள் வரைபடங்களால் சிறப்பாக குறிப்பிடப்படுகின்றன. பொதுவாக பயன்படுத்தப்படும் விளக்கப்பட மற்றும் வரைபட பிரதிநிதித்துவ முறைகள் பின்வருமாறு.

1. விளக்கப்பட பிரதிநிதித்துவம்

(a) பட்டை வரைபடம் (b) வட்ட விளக்கப்படம் (c) உருவப்படம்

2. வரைபட பிரதிநிதித்துவம்

(a) செவ்வகப்படம் (b) அதிர்வெண் பலகோணம்

(c) குவிமாற்று அதிர்வெண் வளைவு (Ogive)

இவை ஒவ்வொன்றும் கீழே சுருக்கமாக விவரிக்கப்பட்டு விளக்கப்பட்டுள்ளது.

விளக்கப்பட பிரதிநிதித்துவம்

(a) பட்டை வரைபடம்: பட்டைகள் எளிய செங்குத்து கோடுகள் இங்கு பட்டைகளின் நீளங்கள் அவற்றின் தொடர்புடைய எண்மதிப்பு மதிப்புகள் விகிதத்தில் உள்ளன. பட்டையின் அகலம் முக்கியமற்றது, ஆனால் அனைத்து பட்டைகளும் ஒரே அகலத்தை கொண்டிருக்க வேண்டும், அதனால் வாசகரை குழப்பக்கூடாது. கூடுதலாக, பட்டைகள் சமமான இடைவெளியில் இருக்க வேண்டும்.

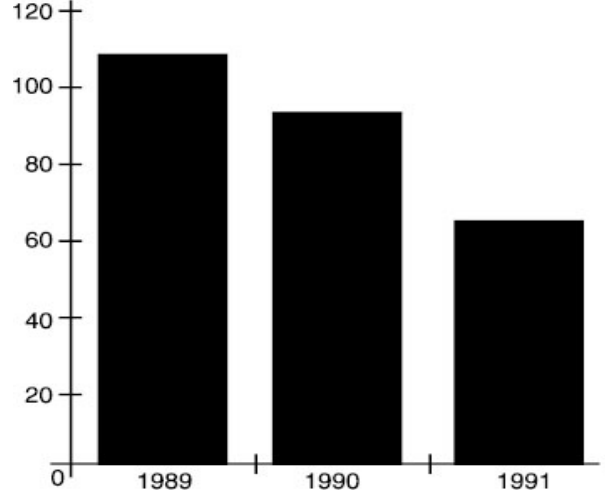
எடுத்துக்காட்டு 2.3: பின்வரும் வருவாய் மொத்த வருவாயைக் கொண்டிருப்பதாகக் கொள்ளுங்கள் 1989, 1990 மற்றும் 1991 ஆண்டுகளில் XYZ நிறுவனத்தில் (\$100,000.00).

ஆண்டு	1989	1990	1991
வருவாய்	110	95	65

இந்த தரவிற்கான ஒரு பட்டை வரைபடத்தை உருவாக்கவும்.

தீர்வு: செங்குத்து அச்சை (Y-அச்சு) மற்றும் கிடைமட்ட அச்சில் (X- அச்சு) குறிப்பிடப்பட்ட ஆண்டுகளில் பிரதிநிதித்துவம் செய்யப்பட்ட வருவாய்களின் பின்வருமாறு இந்தத் தரவிற்கான பார்வை வரைபடம் உருவாக்கப்படலாம்.

குறிப்புகள்

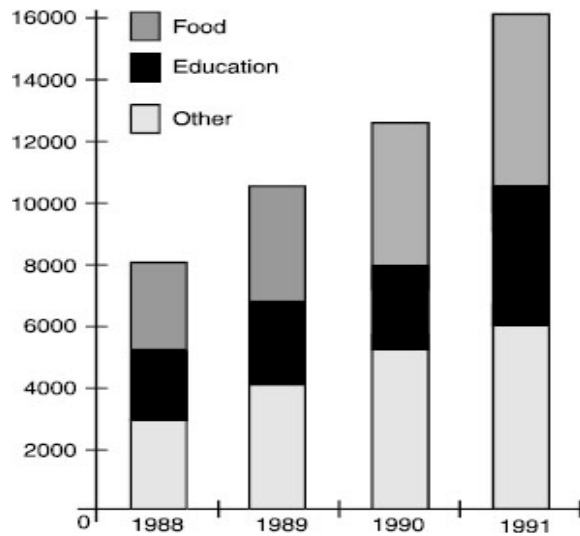


வரைபடத்தில் காட்டப்படும் தகவலின் வகைகளைப் பொறுத்து வரையப்பட்ட பட்டைகள் மேலும் துணைப்பிரிவுகளாக பிரிக்கப்படுகின்றன. நாம் ஒரு பட்டியில் மூன்று வெவ்வேறு துணைப்பிரிவுகளை வழங்குகின்றன. பின்வரும் எடுத்துக்காட்டில் இது தெளிவாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.4: மூன்று வகைகளுக்கு துணைப்பிரிவு பட்டை விளக்கப்படம் ஒன்றை உருவாக்குங்கள் 1988, 1989, 1990 மற்றும் 1991 ஆகிய ஆண்டுகளில் நான்கு குடும்பங்களுக்கு டாலர்கள் செலவில் செலவினங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன:

ஆண்டு	உணவு	கல்வி	மற்றவை	மொத்தம்
1988	3000	2000	3000	8000
1989	3500	3000	4000	10500
1990	4000	3500	5000	12500
1991	5000	5000	6000	16000

தீர்வு: துணைப்பிரிவு பட்டை விளக்கப்படம் பின்வருமாறு:



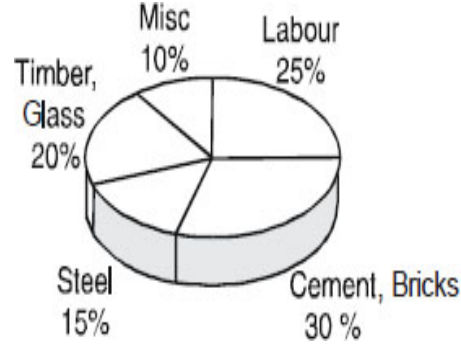
குறிப்புகள்

(b) வட்ட விளக்கப்படம்: இந்த வகையிலான வரைபடம் அதன் மொத்த பாகங்களை மொத்தமாக பிரித்து காட்ட நமக்கு உதவுகிறது. வரைபடம் ஒரு வட்டம் வடிவத்தில் உள்ளது, மேலும் முழு வட்டத்தைப் போலவும் உள்ளது, ஏனெனில் முழு வரைபடமும் ஒரு வட்டம் போன்றது மற்றும் கூறுகள் அதன் துண்டுகளை வெட்டுகின்றன. துண்டுகளின் அளவு முழுமை பகுதியின் விகிதத்தை பிரதிபலிக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2.5: பின்வரும் வீடுகள் ஒரு வீட்டின் கட்டுமான செலவுக்கு தொடர்புடையவை. அதில் செலவழிக்கப்படும் பல்வேறு செலவுகள் மொத்த செலவின் சதவீதங்களாக குறிப்பிடப்படுகின்றன.

பொருட்கள்	தொழிலாளர்	சிமெண்ட், செங்கல்கள்	எ.ஃ.கு	மரம், கண்ணாடி	இதர
% செலவினம்	25	30	15	20	10

தீர்வு: இந்த தரவின் வட்ட விளக்கப்படம் பின்வருமாறு:



வட்ட வரைபடங்கள் ஒப்பீட்டு காரணங்களுக்காக மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கும், குறிப்பாக சில கூறுகள் உள்ளன. பல கூறுகள் இருந்தால், அது வட்ட தொடர்பான மதிப்புகளை வேறுபடுத்துவதில் குழப்பமடையலாம்.

(c) உருவப்படம்: உருவப்படம் என்றால் படங்கள் வடிவில் தரவுகளை சமர்ப்பித்தலாகும். தகவல் கண்காட்சிக்கு அரசுகள் மற்றும் பிற அமைப்புகள் பயன்படுத்தும் ஒரு பிரபலமான முறையாகும். அதன் முக்கிய சாதகம் அதன் கவர்ச்சிகரமான மதிப்பாகும். உருவப்படம், முன்வைக்கப்படும் தகவல்களில் ஆர்வத்தை தூண்டி விடுகிறது.

செய்தி பத்திரிக்கைகள் உருவப்படங்களை அடிக்கடி குறிக்கும் தரவுகளைப் பயன்படுத்துகின்றன. உதாரணமாக, அமெரிக்கா மற்றும் ரஷ்யாவின் ஆயுதப்படைகளின் வலிமையை ஒப்பிடுவதற்கு, ஒவ்வொரு சிப்பாய் 100,000 வீரர்களை பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் சிப்பாய்களின் ஓவியங்களை அவர்கள் சாதாரணமாக காண்பார்கள். ஏவுகணைகள் மற்றும் டாங்கிகளுக்கு இதேபோன்ற ஒப்பீடு செய்யப்படுகிறது.

### 2.5.3 வரைபட பிரதிநிதித்துவம்

(a) செவ்வகப்படம்: ஒரு செவ்வகப்படம் தரவின் வரைகலை விளக்கம் மற்றும் அதிர்வெண் அட்டவணையில் இருந்து கட்டப்பட்டது. இது ஒரு தரவு

தொகுப்பு விநியோக முறை காட்டுகிறது மற்றும் அது புள்ளியியல் மற்றும் கணித கணக்கீடுகளுக்கு பயன்படுத்தப்படுகிறது.

வகையீட்டல் மற்றும் தொகையீட்டல் பற்றிய அடிப்படைக் கருத்துகள்

கிரேக்க வார்த்தையின் ஹிஸ்டோஸ் என்ற சொல் செவ்வகப்படம் என்ற வார்த்தையிலிருந்து பெறப்படுகிறது, அதாவது 'செம்மையாக்கு' மற்றும் இலக்கணம் 'வரைதல், பதிவு, எழுதுதல்' என்பதாகும். இது புள்ளிவிவர தரக் கட்டுப்பாடு செயல்முறையின் மிக முக்கியமான அடிப்படை கருவியாகக் கருதப்படுகிறது.

குறிப்புகள்

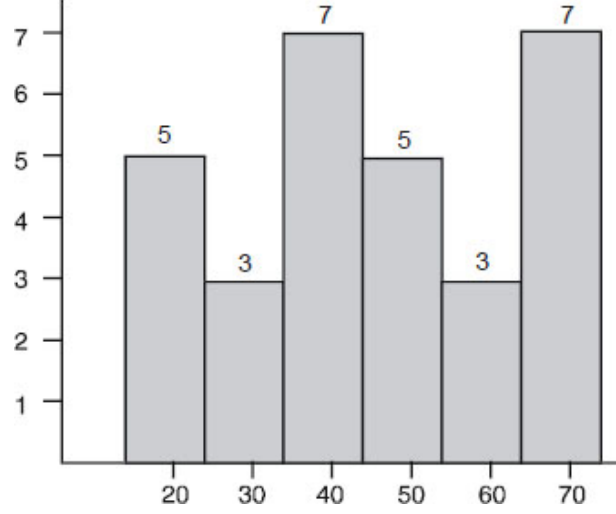
இந்த வகை பிரதிநிதித்துவம் கொடுக்கப்பட்ட தரவு தொடர்ச்சியான செவ்வக வடிவங்களின் வடிவத்தில் திட்டமிடப்பட்டுள்ளது. வகுப்பு இடைவெளிகள் X- அச்சின் மற்றும் Y- அச்சின் அலைவரிசைகளுக்கு பொருத்தமான அளவைக் குறிக்கின்றன. பட்டை தரவரிசைப் போலல்லாமல், இது ஒரு பரிமாணமானது, இதன் அர்த்தம் பட்டையின் நீளம் மட்டுமே முக்கியமானது மற்றும் அகலம் அல்ல, ஒரு வரைபடத்தில் நீளம், அகலம் இரண்டுமே முக்கியம். செவ்வகத்தின் உயரம் அந்தந்த அதிர்வெண் மற்றும் விகிதமானது வர்க்க இடைவெளியைக் குறிக்கும் ஒரு குழுவாக இருக்கும் தரவின் ஒரு அதிர்வெண் விநியோகத்தில் இருந்து வரைபடம் உருவாக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு செவ்வகமும் மற்றொன்றுடன் இணைந்திருக்கிறது மற்றும் செவ்வகங்களுக்கு இடையில் உள்ள எந்த வெற்று இடைவெளிகளும் அந்த வகை காலியாக இருப்பதோடு அந்த வர்க்க இடைவெளியில் எந்த மதிப்பும் இல்லை.

உதாரணமாக, 30 தொழிலாளர்களின் முந்தைய உதாரணத்திற்கு ஒரு வரைபடத்தை உருவாக்கலாம். வசதிக்காக, நாம் அதிர்வெண் முன்வைப்போம் ஒவ்வொரு இடைவெளியின் மையப்பகுதியுடனும் விநியோகித்தல், அங்கு இடையில் ஒவ்வொரு வகுப்பு இடைவெளியின் கீழ் மற்றும் மேல் எல்லை மதிப்புகள் சராசரியாக இருக்கும். அதிர்வெண் விநியோகம் அட்டவணை பின்வருமாறு காட்டப்பட்டுள்ளது:

வகுப்பு இடைவேளை (CI) (ஆண்டு)	மையப்புள்ளி (x)	அதிர்வெண்(f)
15 மற்றும் 25 வரை	20	5
25 மற்றும் 35 வரை	30	3
35 மற்றும் 45 வரை	40	7
45 மற்றும் 55 வரை	50	2
55 மற்றும் 65 வரை	60	3
65 மற்றும் 75 வரை	70	7

இந்த தரவின் செவ்வகப்படம் பின்வருமாறு காட்டப்பட்டுள்ளது.

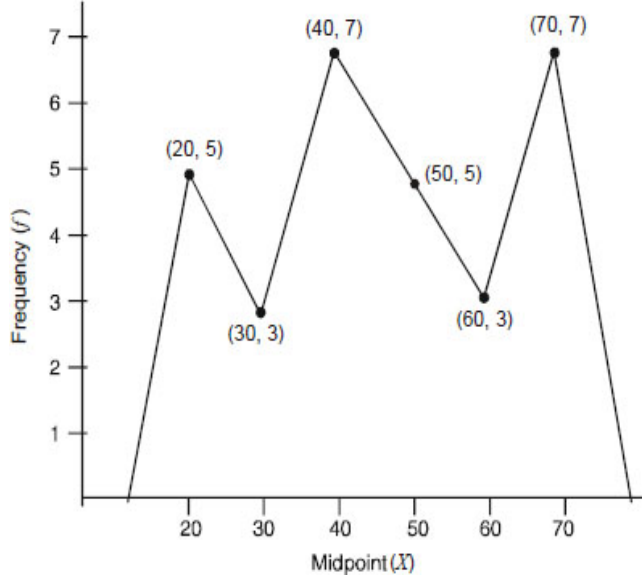
குறிப்புகள்



(b) அதிர்வெண் பலகோணம். ஒரு அதிர்வெண் பலகோணம் என்பது அதிர்வெண் பரப்பளவின் ஒரு வரிசை விளக்கப்படம் ஆகும், இதில் தனித்த மாறிகள் அல்லது வர்க்க இடைவெளிகளின் மதிப்புகள் அலைவரிசைகளுக்கு எதிராக திட்டமிடப்படுகின்றன, மேலும் இந்த வரைபட புள்ளிகள் நேராக கோடுகள் மூலம் இணைக்கப்படுகின்றன. அதிர்வெண்கள் பொதுவாக பூஜ்ஜியத்தில் தொடங்குகின்றன அல்லது பூஜ்ஜியத்துடன் முடிவடையும், இந்த வரைபடம் கிடைமட்ட அச்சைத் தொடுவதில்லை. இருப்பினும், முழு வளைவின் கீழ் உள்ள பகுதியும் ஒரு வரைபடம் போன்றது, இது வழங்கப்பட்ட தரவு 100 சதவீதம் ஆகும், வளைவு பூஜ்யம் நிறைந்த ஒரு கற்பனையான முந்தைய புள்ளியுடன் ஆரம்ப புள்ளியாக இணைந்திருக்க வேண்டும், அதனால் வளைவின் துவக்கம் கிடைமட்ட அச்சில் உள்ளது மற்றும் கடைசி புள்ளி பூஜ்ய அச்சில் முடிவடைகிறது, இதன் மதிப்பு பூஜ்யம் நிறைந்த ஒரு புள்ளியில் இணைந்துள்ளது.

இந்த இணைக்கப்பட்ட வரைபடம் அதிர்வெண் பலகோணமாக அறியப்படுகிறது. பின்வருமாறு மேலே குறிப்பிட்டுள்ள அட்டவணையின் அடிப்படையில் அதிர்வெண் பலகோணத்தை அமைக்கலாம்:

குறிப்புகள்



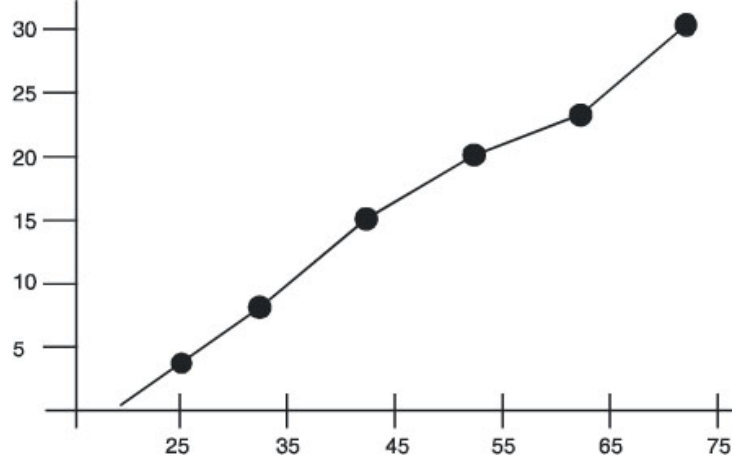
(c) குவிமாற்று அதிர்வெண் வளைவு (வளர்நிகழ்வரை). குவிமாற்று அதிர்வெண் வளைவு அல்லது வளர்நிகழ்வரை என்பது ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண் விநியோகத்தின் வரைபட பிரதிநிதித்துவம் ஆகும். வளர்நிகழ்வரை இரண்டு வகைகளாக உள்ளன. இவைகளில் ஒன்று வளர்நிகழ்வரையை விட குறைவாகவும், மற்றொன்று வளர்நிகழ்வரையை விட அதிகமாகவும் உள்ளது. 30 தொழிலாளர்கள் எடுத்திருக்கும் உதாரணத்தின் அடிப்படையில் பின்வரும் விவரங்களைக் கொண்டுள்ளோம்.

வகுப்பு இடைவேளை (CI) வருடங்கள்	மையப்புள்ளி (X)	அதிர்வெண் (f)	குவிந்த அதிர்வெண் (குறைவானது)	குவிந்த அதிர்வெண் (அதிகமாக)
15 மற்றும் 25 வரை	20	5	5 (25 க்கும் குறைவாக)	30 (15 க்கு மேல்)
25 மற்றும் 35 வரை	30	3	8 (35 க்கும் குறைவாக)	25 (25 க்கு மேல்)
35 மற்றும் 45 வரை	40	7	15 (45 க்கும் குறைவாக)	22 (35 க்கு மேல்)
45 மற்றும் 55 வரை	50	5	20 (55 க்கும் குறைவாக)	15 (45 க்கு மேல்)
55 மற்றும் 65 வரை	60	3	23 (65 க்கும் குறைவாக)	10 (55க்கு மேல்)
65 மற்றும் 75 வரை	70	7	30 (75 க்கும் குறைவாக)	7 (65 க்கு மேல்)

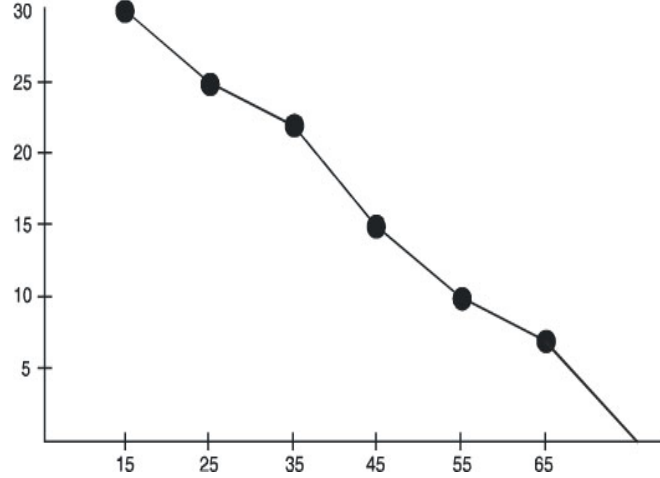
(i) வளர்நிகழ்வரையை விட குறைவாக: இந்த நிகழ்வில், குவிந்த அதிர்வெண்களை விட குறைவானது அவற்றின் வர்க்க இடைவெளியின் மேல் எல்லைகளுக்கு எதிராக திட்டமிடப்பட்டுள்ளது.



குறிப்புகள்



(ii) வளர்நிகழ்வரையை விட அதிகம்: இந்த நிகழ்வில், குவிந்த அதிர்வெண்களைவிட அதிகமானவை, அவற்றின் வர்க்க இடைவெளியின் கீழ் எல்லைகளுக்கு எதிராக திட்டமிடப்பட்டுள்ளன.



ஒப்பிடும் நோக்கத்திற்காக இந்த ஆயுதங்களை பயன்படுத்தலாம். பல ஆயுதங்களை ஒரே கட்டத்தில் வரைய முடியும், வெவ்வேறு வண்ணங்களில் எளிதில் காட்சிப்படுத்தலில் வேறுபாடுகள் ஏற்படும்.

விளக்கப்படங்கள் மற்றும் வரைபடங்கள் புள்ளியியல் தரவுகளை வழங்குவதற்கு ஒரு சக்திவாய்ந்த மற்றும் பயனுள்ள ஊடகமாக இருந்தாலும், அவைகள் மட்டுமே ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு தகவலை பிரதிநிதித்துவப்படுத்துகின்றன, மற்றும் தரவு பற்றிய தீவிர ஆய்வு தேவைப்படும்போது, அவைகளின் உதவி அதிகமாக இல்லை.

2.5.4 சிதறலின் நடவடிக்கைகள்

சிதறலின் அளவீடு அல்லது வெறுமனே சிதைவு புள்ளிவிபரம் என்பது மத்திய போக்குகளின் அளவைச் சுற்றி உருப்படிகளின் சிதறடிதலின் அளவைக் குறிக்கிறது.

## குறிப்புகள்

சிதறலின் ஒரு அளவு ஒரு 'முழுமையான வடிவத்தில்' அல்லது 'தொடர்பு வடிவத்தில்' வெளிப்படுத்தப்படலாம். இது ஒரு முழுமையான வடிவத்தில் இருப்பதாகக் கூறப்படும் போது, ஒரு சராசரி மதிப்பின் மைய மதிப்பிலிருந்து மையவிலக்கு ஒரு பொருளின் மதிப்பானது இருக்கும். முழுமையான நடவடிக்கைகளான உறுதியான அலகுகளில் வெளிப்படுத்தப்படுகின்றன, அதாவது, தரவு வெளிப்படுத்தப்படும் வகையில் அலகுகள் எ.கா., ரூபாய்கள், சென்டிமீட்டர்கள், கிலோகிராம்கள், முதலியன மற்றும் அதிர்வெண் விநியோகம் விவரிக்க பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

சிதைவு ஒரு ஒப்பீட்டு நடவடிக்கை என்பது முழு விளக்கம் கணிக்கப்பட்டு ஒரு அளவிற்கு முழுமையான நடவடிக்கைகளை பிரிக்கும் மூலம் பெறப்பட்ட ஒரு அளவுகோலாகும். இது ஒரு முழுமையான எண்களை கொண்டது மற்றும் இவை சதவீத படிவத்தில் வெளிப்படுத்தப்படுகிறது. இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட விநியோகங்களுக்கு இடையே ஒப்பீடுகளை செய்வதற்கு ஏற்ற நடவடிக்கைகளை மேற்கொள்ளப்படுகின்றன.

சிதறலின் ஒரு அளவு கீழ்க்கண்ட குணாதிசயங்களைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.

- இது அனைத்து ஆய்வுகளையும் அடிப்படையாக கொண்டது.
- அது தெளிவாக புரிந்து கொள்ளத்தக்கதாக இருக்க வேண்டும்
- இது மிகவும் நியாயமாக, எளிதாக கணக்கிட வேண்டும்.
- இது மாதிரியான ஏற்றத்தாழ்வுகள் மூலம் முடிந்த அளவுக்கு பாதிக்கப்பட வேண்டும்.
- இது இயற்கணித சிகிச்சைக்கு இணங்கி இருக்க வேண்டும்

சிதறலின் பொதுவான நடவடிக்கைகள் பின்வருமாறு:

- வரம்பு, (ii) அரை-ஊடுருவல் வரம்பு அல்லது கால்மம் விலகல், (iii) சராசரி விலகல் மற்றும் (iv) இயல்பான விலகல். இவற்றில், நிலையான விலகல் சிறந்த நடவடிக்கையாகும்.

### உங்கள் முன்னேற்றத்தை சோதித்தறிக

- முதன்மை தரவு என்றால் என்ன?
- உருவ விளக்கப்படம் என்றால் என்ன?
- அதிர்வெண் பலகோணத்தை வரையறு.

## 2.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்

- ஒரு குறிப்பிட்ட விசாரணை அல்லது ஆய்வு நோக்கத்திற்காக ஆராய்ச்சியாளரால் சேகரிக்கப்பட்ட தரவு முதன்மை தரவு எனப்படுகிறது.
- உருவ விளக்கப்படம் படங்களின் வடிவில் தரவை வழங்குவது என்பது பொருள். தகவல் கண்காட்சிக்கான அரசாங்கங்கள் மற்றும் பிற அமைப்புகளால் இது மிகவும் பிரபலமான முறையாகும்.

## குறிப்புகள்

3. ஒரு அதிர்வெண் பலகோணம் என்பது அதிர்வெண் பரப்பளவின் ஒரு வரிசை விளக்கப்படம் ஆகும், இதில் தனித்த மாறிகள் அல்லது வர்க்க இடைவெளிகளின் மதிப்புகள் அலைவரிசைகளுக்கு எதிராக திட்டமிடப்படுகின்றன, மேலும் இந்த வரைபட புள்ளிகள் நேராக கோடுகள் மூலம் இணைக்கப்படுகின்றன.

## 2.7 சுருக்கம்

- ஒருங்கிணைப்பு மற்றும் வேறுபாடு நுண்கணிதத்தின் இரண்டு அடிப்படை கருத்துக்களாகும், இது மாற்றத்தை ஆராய்ந்து நுண்கணிதம் அறிவியல், பொருளாதாரம், நிதி, பொறியியல் போன்ற பல துறைகளில் பல்வேறு பயன்பாடுகளைக் கொண்டுள்ளது.
- வேறுபாடு என்பது பங்குகள் கணக்கிடுவதற்கான இயற்கணித செயல்முறை ஆகும். ஒரு சார்பின் தோற்றமானது எந்த குறிப்பிட்ட புள்ளியின் வளைவு அல்லது வரைபடத்தின் சாய்வு ஆகும். சிதறலின் அளவீடு அல்லது வெறுமனே சிதைவு புள்ளிவிபரம் என்பது மத்திய போக்குகளின் அளவைச் சுற்றி உருப்படிகளின் சிதறடிதலின் அளவைக் குறிக்கிறது.
- சராசரியாக தரவின் விவரங்களை எவ்வாறு பிரதிநிதித்துவம் செய்வது, இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தொடர்களை தங்கள் சிதறலுடன் ஒப்பிடுகையில். சிதறலின் நடவடிக்கைகள் தீர்மானிக்க உதவும்.
- பொருத்தமான தரவை சேகரிப்பதுடன், அந்த தரவு பொருத்தமான பிரதிநிதித்துவத்தில் குறிப்பிடத்தக்க முக்கியத்துவம் அளிக்கிறது. பல தரவு பிரதிநிதித்துவம் நுட்பங்களைப் பயன்படுத்துவதற்கு இது அழைப்பு விடுகிறது, இது சேகரிக்கப்பட்ட தரவின் தன்மை மற்றும் வகையை சார்ந்தது.
- அதிர்வெண் விநியோகங்கள் பட்டை வரைபடங்கள், உருவ விளக்கப்படம், செவ்வகப்படம், அதிர்வெண் பலகோணம். ஆயுதங்களை போன்றவற்றின் மூலம் தரவுகளை குறிப்பிடலாம்.

## 2.8 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்

- கால்மம் விலகல்:- கால்ம அடிப்படையில் ஒரு வகை வரம்பாகும்.
- சராசரி விலக்கம்:- ஒரு தொடர் மதிப்புகளின் முழு விலகல்களின் எண்கணித சராசரி ஆகும்.
- திட்டவிலக்கல்- சிதறலின் அளவையின் தொகுப்பு மதிப்புகள் மற்றும் சதுர வடிவ விலகல்களின் சராசரி கணக்கிடப்படுகிறது.

## 2.9 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்

### குறு விடை வினாக்கள்

1. மாறி மற்றும் சார்பு மாரியை வேறுபடுத்துக.
2. வகையீட்டல் மற்றும் தொகையீட்டலின் செயல்பாடுகளை குறிப்பிடுக

- 3. தரவு சேகரிப்பின் இரண்டு வழிமுறைகளை குறிப்பிடுக.

### நெடு விடை வினாக்கள்

1. வணிக பிரச்சினை தேர்வுமுறை பயன்படுத்துவதால் ஏற்படும் வேறுபாடுகள் யாவை?
2. ஒரு குறிப்பிட்ட ஊரில் திருமணமான ஆண்கள் வயது பற்றிய பின்வரும் தரவுகளின் சராசரி விலகல் பற்றி கண்டுபிடி.  
வயது 15-24 25-34 35-44 45-54 55-64 65-74  
ஆண்கள் எண்ணிக்கை 33 264 303 214 128 58
3. கீழ்க்கண்ட புள்ளி விவரங்கள் 10 பேரின் வருமானத்தை ரூபாய் மதிப்பில் அளிக்கிறது. நிலையான விலகல் காண்க.  
114, 115, 123, 120, 110, 130, 119, 118, 116, 115
4. உலகின் வருடாந்திர தங்க உற்பத்தி மில்லியன் பவுண்டுகள் (20 வெவ்வேறு ஆண்டுகளில்) பின்வரும் மதிப்புகளின் சராசரி மற்றும் நியமச்சாய்வு கணக்கிட  
94, 95, 96, 93, 87, 79, 73, 69, 68, 67, 78, 82, 83, 89, 95, 103, 108, 117, 130, 97.  
மேலும் தூரத்தில் இருக்கும் சராசரி வழக்குகளின் சதவீதத்தை கணக்கிடு.  $\pm s > \pm 2s > \pm 3s$ . இங்கு S திட்டவிலகத்தை குறிக்கிறது

### குறிப்புகள்

### 2.10 மேலும் படிக்க

- தாஹா, H.A. 2006. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி: ஒரு அறிமுகம், 8வது பதிப்பு. புதுடில்லி: ப்ரிண்ட்ஸ்-ஹால் இந்தியா.
- ஜென்சன், பவுல் A., மற்றும் ஜொனாதன் F. பார்ட் 2003. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி மாதிரிகள் மற்றும் முறைகள். நியூயார்க்: ஜான் வில்லி & மகன்கள்.
- குப்தா, P.K., மற்றும் D.S. ஹிரா. 2002. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி அறிமுகம். புதுடில்லி: S. சந்த் & கோ.
- கோத்தாரி, C.R. 1982. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி ஒரு அறிமுகம். புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.
- கலாவதி, S, 2013. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி, 4வது பதிப்பு. புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

### அமைப்பு

- 3.0 அறிமுகம்
- 3.1 நோக்கங்கள்
- 3.2 செலவு மற்றும் வருவாய் நடத்தையின் செயல்பாடு மற்றும் அதன் உபயோகம் குறித்த வரைகலை பிரதிநிதித்துவம்
  - 3.2.1 சாய்வு மற்றும் சரிவு
- 3.3 ஒரே இடஞ்சார்ந்த விலை மற்றும் தேவை நெகிழ்ச்சி
  - 3.3.1 செயல்பாட்டின் மீப்பெருமதிப்புகள் மற்றும் மீச்சிறுமதிப்புகள்
- 3.4 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 3.5 சுருக்கம்
- 3.6 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 3.7 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 3.8 மேலும் படிக்க

### குறிப்புகள்

### 3.0 அறிமுகம்

ஒரு உண்மையான மாறியின் உண்மையான மதிப்பானது ஒரு செயல்பாடாகும், இது பொதுவாக மாறி  $X$  ஆல் குறிக்கப்படும். ஒரு உண்மையான எண்ணை உள்ளீர்த்துகிறது, மற்றொரு உண்மையான எண்ணை உருவாக்கும், செயல்பாடுகளின் மதிப்பு, பொதுவாக  $f(X)$  என குறிக்கப்படுகிறது.

இந்த அலகில், நீங்கள் நேரான மற்றும் நேரற்ற மாறியின் செயல்பாடுகள் மற்றும் அவற்றின் பயன்பாடு வரைகலை பிரதிநிதித்துவம் பற்றி விவாதிக்க முடியும். செலவுகள் மற்றும் வெளியீடுகளைக் குறைத்தல் மற்றும் அதிகப்படுத்துதல் போன்ற தேவைகளின் நெகிழ்ச்சி மற்றும் முடிவுகள் பற்றியும் நீங்கள் அறிந்து கொள்வீர்கள்.

### 3.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகை நீங்கள் படித்து முடித்த பின்பு உங்களால்,

- செயல்பாடுகள் மற்றும் மாறிகளை விவரிக்க முடியும்
- நேரான மற்றும் நேரற்ற செயல்பாடுகளை வேறுபடுத்த முடியும்
- சரிவு மற்றும் அதன் தொடர்பு பற்றி விவாதிக்க முடியும்
- செயல்பாட்டு உறவுகளின் பயன்பாட்டை விவரிக்க முடியும் மற்றும் தேவை நெகிழ்ச்சி பற்றி ஆராய முடியும்

குறிப்புகள்

பொருளாதாரம் மற்றும் பிற அறிவியலில் நாம் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட மாறிகளைச் சமாளிக்க வேண்டும். எந்த மாறியின் மாற்றமும், அவை தொடர்புடைய மாறிகள் மாற்றங்களுடன் தொடர்புடையதாக இருந்தால், பெரிய முக்கியத்துவம் வாய்ந்தவையாக இருக்காது. ஒரு மாறி வேறு மாறிகள் சார்ந்து இருக்கும் வழியில் அனைத்து கணிதத்தையும் அதன் பயன்பாடுகளையும் ஊடுருவி செயல்பாடுகள் மூலம் விவரிக்கப்படுகிறது. ஒரு செயல்பாடு உறவு, எந்த எண்ணையும் மற்றொரு எண்ணுடன் தொடர்புபடுத்துகிறது. செயல்பாடுகளை பல வழிகளில் வரையறுக்க முடியும்.

இந்த வெளிப்பாடு  $y = f(x)$  என்பது ஒரு செயல்பாட்டின் பொதுவான கூற்று ஆகும். உண்மையான வரைபடம் இங்கே வெளிப்படையாக இல்லை.

நிலையான செயல்பாடுகள், பல்லுறுப்புக்கோவைகள் மற்றும் தொடர்பு செயல்பாடுகள் ஆகியவை செயல்பாட்டின் ஒரு வகுப்பாகும்.

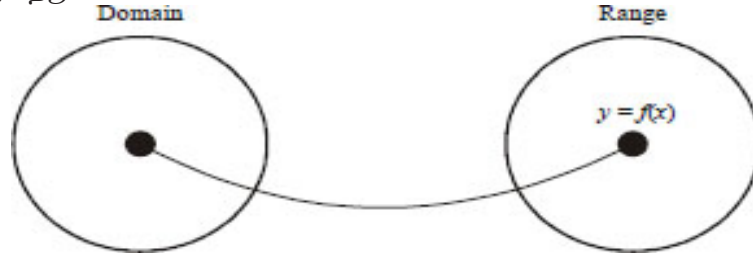
தொகுப்பு  $X$ -ல் இருந்து  $Y$  ஆனது ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட கணங்களின் தொகுப்பு என வரையறுக்கப்பட்ட ஜோடிகளின் தொகுப்பு  $(x, y)$ ,  $x$  என்பது  $X$  இன் ஒரு உறுப்பு மற்றும்  $y$  என்பது  $Y$  இன் மற்றொரு உறுப்பு ஆகும். செயல்பாடு  $f$  இல் ஒரே ஒரு ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட கணங்களின் ஜோடி  $(x, y)$  உள்ளது. பயன்படுத்தப்படும் குறியீடு,

$$f: X \rightarrow Y \text{ அல்லது } x \rightarrow f(x) \text{ அல்லது } y = f(x)$$

ஒரு செயல்பாடானது  $f(x)$  அல்லது  $y$  இல்  $x$  இன் உள்ள ஒரு வரைபடம் அல்லது உருமாற்றம் ஆகும். மாறி  $x$  என்பது எல்லை உறுப்புகளை பிரதிநிதித்துவம் செய்கிறது மற்றும் இது சுயாதீன மாறி எனப்படுகிறது. இந்த வீச்சில் உள்ள  $y$  தொடர்கள் செயல்பாடு மாறி என்று அழைக்கப்படுகிறது.  $Y = f(x)$  என்பது ஒற்றை மதிப்பு செயல்பாடு என அழைக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு குறிப்பிட்ட  $x$  க்கான தொடரில் ஒரு தனிப்பட்ட  $y$  உள்ளது. இந்த உரையாடல் உண்மையாக இருக்காது.

$$y = f(x) \text{ என்பது } x \text{ இன் பிம்பம் ஆகும்.}$$

ஒரு செயல்பாட்டின் எல்லை மற்றும் தொடர்கள் மெய் எண்களின் தொகுப்பு ஆகும், இது ஒரு மெய் மாறியின் மெய் மதிப்பீட்டு செயல்பாடு எனப்படுகிறது.



ஒரு தொடரில் ஒரு உறுப்பு இருந்தால் ஒரு செயல்பாடு ஒரு நிலையான செயல்பாடு எனப்படுகிறது. இது  $y = k$  அல்லது  $f(x) = k$  என எழுதலாம். இங்கு  $k$  என்பது நிலையானது.

$f(x) - x$  என்பது அனைத்து  $x$  க்கும் என்றால் இது ஒரு அடையாள செயல்பாடு ஆகும்.

$f(x) = |x|$  என்பது முழு மதிப்பின் செயல்பாடு.

பெரும்பாலும் ஒரு செயல்பாடானது பல சுயாதீன மாறிகளை சார்ந்துள்ளது.  $n$  சுயாதீன மாறிகள்  $x_1, x_2, \dots, x_n$  மற்றும் தொடர் என்பவை,  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  எல்லைக்கு தொடர்புடைய அனைத்து சாத்தியமான மதிப்புகளின் தொகுப்பு ஆகும்.  $y$  என்பது  $x_i$  ' செயல்பாடு  $s: y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  யை தவிர வேறு எழுத்துகள் சார்பை குறிக்க பயன்படுத்தப்படலாம்.

செயல்பாடுகளின் சமத்துவம். இரண்டு செயல்பாடு  $f$  மற்றும்  $g$  சமமாக இருக்கும் போது ஒரே எல்லை மற்றும்/அல்லது  $f(x) = g(x)$  ஆகியவற்றைக் கொண்டிருக்கும் பட்சத்தில், அனைத்து  $x$  எல்லையில் இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.1:  $p$  என்பது விலை மற்றும்  $x$  நுகர்வோரால் கோரிய ஒரு பண்டத்தின் அளவு என்றால், நாம் கோரிக்கை செயல்பாட்டை எழுதுகிறோம்:

$$x = f(p)$$

எடுத்துக்காட்டு 3.2:  $S$  சேமிப்பதற்கும், வருமானத்திற்காக  $Y$  ஆனது வருமானத்தை சார்ந்து சேமித்து வைக்கும் என்பதை தெரிவிக்கிறது.

$$S = f(Y)$$

எடுத்துக்காட்டு 3.3: சேமிப்பதன் மூலம் வருமானம் மற்றும் வட்டி விகிதத்தை பொறுத்து இருந்தால், சேமிப்பது இரண்டு மாறிகள்  $r, Y$ .

$$S = f(r, Y)$$

எடுத்துக்காட்டு 3.4:  $u$  என்பது மூன்று மாறிகள்  $x, y, z$  இன் செயல்பாடாக இருந்தால், பின்வருமாறு எழுத முடியும்.

$$u = f(x, y, z)$$

எடுத்துக்காட்டு 3.5: உற்பத்தி ( $x$ ) என்பது நிலம் ( $D$ ), உழைப்பு ( $L$ ), மூலதனம் ( $K$ ), அமைப்பு ( $O$ ) ஆகியவற்றின் செயல்பாடு என்றால், நாம் உற்பத்தி சார்பை பின்வருமாறு எழுத முடியும்.

$$x = f(D, L, K, O)$$

எடுத்துக்காட்டு 3.6: பயன்பாடானது,  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , ஆகியவற்றால் குறிப்பிடப்படும்  $n$  பொருட்களின் செயல்பாடாக இருந்தால், பின்னர் பயன்பாட்டு சார்பை இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$U = U(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

வெளிப்படையான மற்றும் மறைமுக செயல்பாடுகள்

ஒரு மாறி, மற்ற மாறிகள் மூலம் நேரடியாக வெளிப்படுகிறது என்றால், அது ஒரு வெளிப்படையான செயல்பாடு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.7:  $y = 3x + 2$ ,  $y = Ax^2 + 9$  வெளிப்படையான செயல்பாடுகள் .

மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு

குறிப்புகள்

மாறிகள் மற்றும்  
செயல்பாடு

குறிப்புகள்

மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள உறவு என்பது அனைத்து மாறிகளை கொண்ட ஒரு சமன்பாட்டின் மூலம் வழங்கப்படுகிறது என்றால், செயல்பாடுடைய மற்றும் செயல்பாடுற்ற மாறிகளுக்கு இடையில் வேறுபடாத ஒரு மறைமுக செயல்பாடு உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 3.8:  $x^2 + 7xy + 9y^2 + 8 = 0, y - x \log y = x^3, f(x, y) = 0$   
மறைமுக செயல்பாடுகள்

செயல்பாடுகளின் வரைபடங்கள்.

ஒரு செயல்பாடு  $f(x)$ ன் வரைபடம், அந்த தளத்தில் உள்ள புள்ளிகளின் தொகுப்பு ஆகும்.

$x$  மற்றும்  $y$  க்கும் இடையேயான தொடர்பைக் காட்டும் ஒரு வரைபடமாக  $y = f(x)$  எனும் ஒரு சார்பை நாம் காணலாம்.

ஒவ்வொரு புள்ளியும்  $(x, y)$  சமன்பாடு  $y = f(x)$  யை திருப்திப்படுத்துகிறது.

வளைவில் ஒவ்வொரு புள்ளியின்  $(x, y)$  ஆய அச்சுகள் சமன்பாடு  $y = f(x)$ யை திருப்தி செய்கிறது. இவ்வாறு ஒரு செயல்பாட்டின் வரைபடம்  $[x, f(x)]$  என்ற புள்ளியில் அனைத்து புள்ளிகளையும் கொண்டுள்ளது, இதில்  $x$  என்பது  $f(x)$  ன் வீச்சில் ஒரு எண் ஆகும்.

இரட்டை மற்றும் ஒற்றைச் செயல்பாடுகள்

செயல்பாடு  $f(x)$  என்பது  $x$  க்கு ஒரு குறிப்பிட்ட வீச்சில் செயல்பாடாக இருந்தால் அது இரட்டைச் செயல்பாடு என்று கூறப்படுகிறது

$$f(-x) = -f(x)$$

ஒரு குறிப்பிட்ட வீச்சில் உள்ள ஒவ்வொரு  $x$  க்கும், செயல்பாடு  $f(x)$  என்பது ஒற்றைப்படை செயல்பாடாகும்,

$$f(-x) = -f(x)$$

எடுத்துக்காட்டு 3.9:  $f(x) = x^2$  ஒரு இரட்டைச் செயல்பாடு

எடுத்துக்காட்டு 3.10:  $f(x) = x^3$  ஒரு ஒற்றைச் செயல்பாடு

ஒன்று மற்றும் பல மதிப்புமிக்க செயல்பாடுகள்

$x$  -ன் ஒவ்வொரு மதிப்பும்  $y$  -ன் மதிப்பையே குறிக்கும். எனவே இது ஒற்றை மதிப்பு அல்லது சமசீரானது என்று கூறப்படுகிறது, எ.கா.,

$$y = x(x - 1)$$

$y$  இன் ஒரு மதிப்பை விட, இந்த செயல்பாடு பல மதிப்பு அல்லது பல வடிவில் இருப்பதாகக் கூறப்படுகிறது, எ. கா.,

$$y = \sqrt{x}$$

இது ஒரு இரட்டை மதிப்பு செயல்பாடு ஆகும். ஏனெனில்,  $x$  ன் மதிப்பு 4 என்பதை,  $y$  ஆனது +2, -2 என இரண்டு மதிப்புகளாக தருகிறது.

இயற்கணித மற்றும் இயற்கணித அல்லாத செயல்பாடுகள்

இயற்கணித செயல்பாடுகளை ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட எண் மூலம் கூடுதல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் மற்றும் இயற்கணித சமன்பாடுகளின் ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட எண்ணிக்கையை தீர்க்கும் வழியாகப் பெறலாம்.



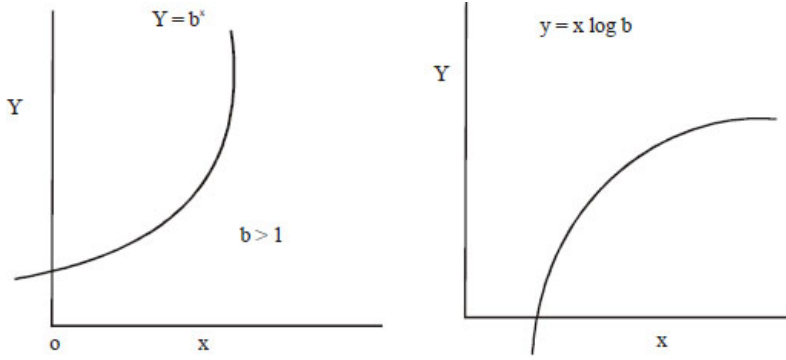
பல்லுறுப்புக்கோவைகள், பகுத்தறிவு மற்றும் அடிப்படையான செயல்பாடுகளை இயற்கணிதமாகக் கொண்டுள்ளன.

மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு

இயற்கணித மற்றும் இயற்கணிதம் அல்லாத செயல்பாடுகளானது, செயல்பாடுகளின் மற்றொரு வகைப்பாடு ஆகும். பல்லுறுப்புக்கோவைகள் மற்றும் பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் அடிப்படையில் வெளிப்படுத்தப்பட்ட எந்தச் செயல்பாடும் ஒரு இயற்கணித செயல்பாடு ஆகும். செயல்பாடுகளில் அனைத்து இயற்கணிதமும் தீர்க்கப்பட்டுள்ளன.

குறிப்புகள்

இயற்கணிதக் கோவை அல்லாத செயல்பாடுகள் என்பது அடுக்குத்தொடர், மடக்கை, முக்கோணவியல் செயல்பாடுகள் ஆகும். ஒரு அதிவேக செயல்பாட்டில், செயல்பாட்டின் மாதிரியாக செயல்பாடற்ற மாறி தோன்றும்:  $Y = bx$ . ஒரு மடக்கை செயல்பாடாக இருக்கலாம்:  $y = x$  மடக்கை  $b$ . இயற்கணிதம் அல்லாத கோவை விஞ்சிய செயல்பாடுகள் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.



### பல்லுறுப்புக்கோவை செயல்பாடு

ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவை செயல்பாடு வடிவம் என்பது

$f(x) = a_0x_n + a_1x_{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$  இங்கு  $n$  என்பது ஒரு நேர்மறை முழு எண் மற்றும்  $a_0, a_1, \dots, a_n$  என்பது மெய் எண்கள்.

இது  $x$  படியில்  $n$  ன் பல்லுறுப்புக்கோவை ஆகும்.

பல்லுறுப்புக்கோவையின் செயல்பாடு என்பது பல கால பணியாகும். ஒரு ஒற்றை மாறியின் பொது வடிவம்,  $x$ , பல்லுறுப்புக்கோவையின் செயல்பாடு:  $y = a_0x^0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$ . ஒவ்வொரு தனிமத்தின் குணகம் மற்றும் எதிர்மறையான முழு எண் மாறுபாடு கொண்டது. [முதல் இரண்டு விதிமுறைகளை  $a_0 + a_1x$  என்று எழுதலாம், ஏனெனில்,  $x_0 = 1$  மற்றும்  $x_1$  பொதுவாக  $x$  ஆக எழுதப்படுகிறது.]

முழு எண் ' $n$ ' ( $x$  இன் அதிகபட்ச சக்தியைக் குறிப்பிடுவதன்) மதிப்பின் அடிப்படையில், பல்லுறுப்புக்கோவைச் செயல்பாடுகளின் பல துணைப்பிரிவுகள் வெளிப்படுகின்றன:

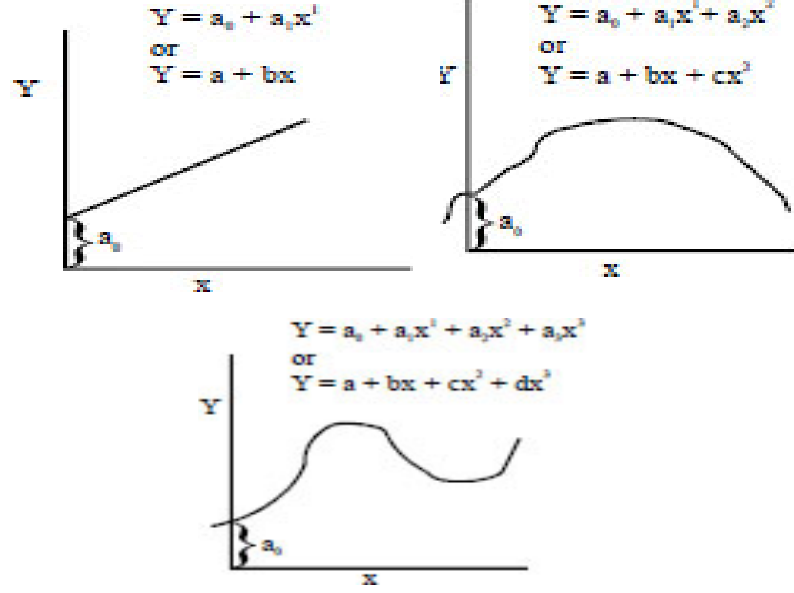
$n = 0$ வகை: $y = a_0$	[மாறாச் செயல்பாடு]
$n = 1$ வகை: $y = a_0 + a_1x^1$	[நேரியல் செயல்பாடு]
$n = 2$ வகை: $y = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2$	[இருபடி செயல்பாடு]
$n = 3$ வகை: $y = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3$	[கன செயல்பாடு]

மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு

குறிப்புகள்

மற்ற மதிப்புகளை 'n' க்கு மேலும் ஒதுக்கலாம். x இன் மடங்கு என்பது அடுக்குக்குறி எனப்படும். இதில் அதிக மடங்கு கொண்ட, அதாவது, 'n' மதிப்பு, பெரும்பாலும் பல்லுறுப்புக்கோவைச் செயல்பாட்டின் அளவு என அழைக்கப்படுகிறது. ஒரு கன செயல்பாடு,  $n = 3$ , ஒரு மூன்றாம் படி பல்லுறுப்புக்கோவை ஆகும்.

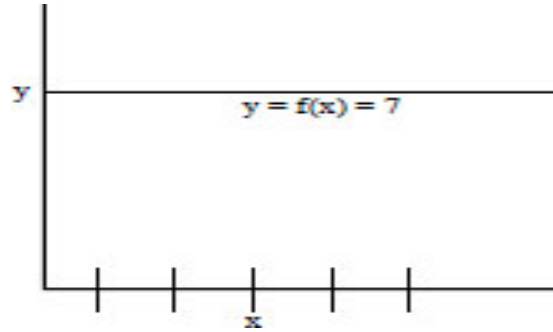
கீழே உள்ள வரைபடங்கள் நேரான, இருபடி மற்றும் கன செயல்பாடுகளை முறையே கொடுக்கின்றன.



நிலையான செயல்பாடுகள்

ஒரு பூஜ்ஜியம் படயின் பல்லுறுப்புக்கோவை செயல்பாடு ஒரு நிலையான செயல்பாடு ஆகும்.

நிலையான செயல்பாடு அதன் வரம்பிற்குள் ஒரே ஒரு மதிப்பை மட்டுமே எடுக்கிறது.  $y = f(x) = 7$  அல்லது  $y = 7$  அல்லது  $f(x) = 7$ . x இன் மதிப்பைப் பொருட்படுத்தாமல், y = 7 மதிப்பு. y இன் மதிப்பு, ஒருவேளை வெளிப்படையாக தீர்மானிக்கப்படுகிறது. இத்தகைய செயல்பாடு, ஒருங்கிணைந்த களத்தில், ஒரு கிடைமட்ட நேராக கோட்டில் தோன்றும். கீழே உள்ள வரைபடம் மாறாத செயல்பாட்டை தருகிறது.



உதாரணம் 3.11:  $f(x) = 3, g(x) = p, h(x) = -k$  மாறிலி செயல்பாடுகளை கொண்டிருக்கின்றன.

## நேரியல் செயல்பாடுகள்

படி 1 இன் பல்லுறுப்புக்கோவை செயல்பாடானது ஒரு நேர்கோட்டு செயல்பாடாகும்.

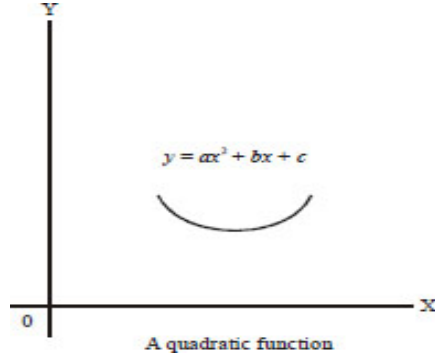
உதாரணம் 3.12:  $f(x) = mx + c$  என்பது ஒரு நேர்கோட்டு செயல்பாடு.

நேரான செயல்பாடு  $f(x)=x$  என்பது அடையாள செயல்பாடு எனப்படுகிறது.

ஒரு நேரான செயல்பாடு என்பதன் வரைபடம் நேரான கோடு ஆகும்.

## இருபடி செயல்பாடுகள்

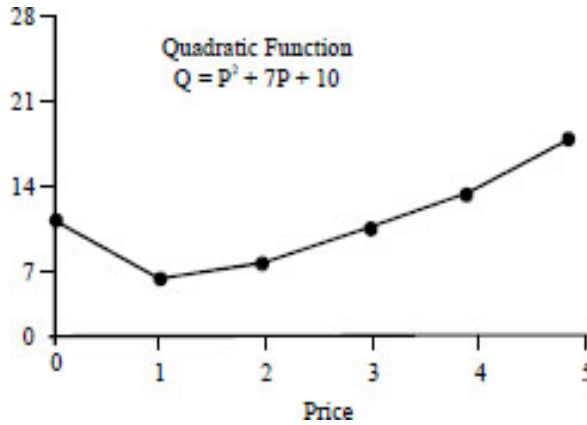
படி 2 இன் பல்லுறுப்புக்கோவை செயல்பாடானது இருபடிச் செயல்பாடாகும். நாம் இதேபோல் அதிக அளவு செயல்பாடுகளை கொண்டிருக்கலாம்.



ஒரு தயாரிப்புக்கான கோரிக்கை இருபடிச் செயல்பாடாக வழங்கப்பட வேண்டும்:  $Q = P^2 - 7P + 10$ , இங்கே P விலை.

கீழே உள்ள வரைபடத்தின் வடிவத்தில் செயல்பாடு மற்றும் வரைபடத்தின் அட்டவணை மூலம் வரைபடத்தை நாம் பெறலாம். Pக்கு எதிர்மறை மதிப்பை எடுக்க முடியாது எனில், அதை முதலில் பூஜ்ஜியமாக எடுத்து ஒவ்வொரு படிவத்திலும் ஒரு அலகாக உயர்த்த அனுமதிக்கலாம் மற்றும் அதற்கான பொருத்தமான Q மதிப்புகள் உள்ளன:

P	0	1	2	3	4	5
Q	10	4	7	12	19	28



மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு

குறிப்புகள்

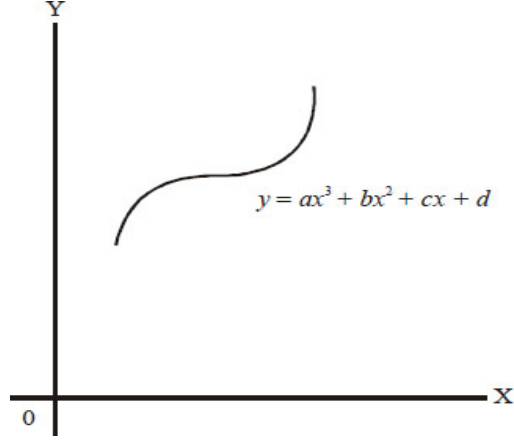
மாறிகள் மற்றும்  
செயல்பாடு

குறிப்புகள்

மேலே உள்ள வரைபடம் செயல்பாடு  $Q = P^2 - 7P + 10$ . வளைவு பொதுவாக சாதாரண கோரிக்கை வளைவுக்கு இணங்கவில்லை, பொதுவாக பேசப்படுகிறது. ஒருவேளை இது வீண் தேவை வளைவு ஆகும். ஒரு இருபடிச் செயல்பாடு, இருபடிச் சமன்பாட்டிலிருந்து வேறுபடுகிறது. ஒரு இருபடிச் சமன்பாடு, ஒரு இருபடிச் செயல்பாடு பூஜ்ஜியத்திற்கு அமைக்கப்பட்டால், ஒரு இருபடிச் சமன்பாடு முடிகிறது. அதாவது,  $P^2 - 7P + 10 = 0$  பூஜ்ஜியம் சமமாக இருந்தால், அதாவது,  $P^2 - 7P + 10 = 0$ , இருபடிச் சமன்பாட்டில் முடிகிறது. இருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு வேர்களாக இயங்க முடியும்.

உதாரணம் 3.13:  $f(x) = ax^2 + bx + c$  என்பது ஒரு இருபடிச் செயல்பாடு. அதன் வரைபடம் ஒரு பரவளையாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.14:  $f(x) = 3x^3 - 1x^2 + 2x - 1$  என்பது ஒரு கன செயல்பாடு



பகுத்தறிவு செயல்பாடுகள்

ஒரு பகுத்தறிவு செயல்பாடு வடிவம்

$$y = \frac{f(x)}{g(x)}$$

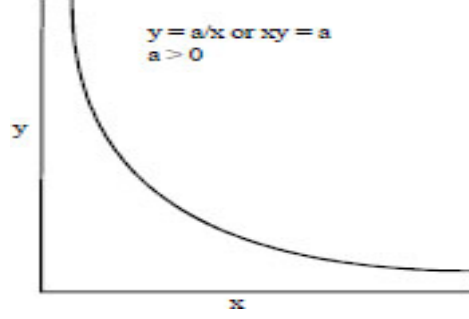
அங்கு,  $f(x)$ ,  $g(x)$  என்பவை அடுக்குக்கோவை மற்றும்  $g(x) \neq 0$

ஒரு பகுத்தறிவு செயல்பாடு மாறி  $x$  இல் இரண்டு பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் விகிதமாக வெளிப்படுத்தப்படும் ஒன்றாகும். கீழே உள்ள செயல்பாட்டை பாருங்கள்:

$$y = \frac{x-5}{x^2+2x+20}$$

இது ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவை இதில்  $x - 5x^2 + 2x + 20$  (இரு பல்லுறுப்புக்கோவைகள் உள்ளன) விகிதமாக வெளிப்படுத்தப்படுகிறது, எந்த பல்லுறுப்புக்கோவை செயல்பாடு ஒரு தொடர்புடைய செயல்பாடாகும், ஏனென்றால் அது எப்போதும் நிலையான செயல்பாடாக 1 என்ற விகிதமாக வெளிப்படுத்தப்படுகிறது.

வணிகத்தில் மிகவும் விருப்பமான பயன்பாடு கொண்ட ஒரு சிறப்பு பகுத்தறிவு செயல்பாடு:  $y = a/x$  அல்லது  $xy = a$ . கீழேயுள்ள வரைபடத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி செவ்வக பரவளையமாக இந்த செயல்பாட்டு அடுக்குகள் உள்ளன.



இரு சொற்களின் விளைபொருளும் எப்பொழுதும் கொடுக்கப்பட்ட மாறிலி என்பதால், இந்த செயல்பாடு சராசரியாக நிலையான செலவு வளைவைக் குறிக்க பயன்படும், மொத்த செலவு (அதாவது, விலை  $\times$  அளவு) எப்போதுமே ஒரு சிறப்பு கோரிக்கை வளைவு ஆகும்.

$xy = 1$  என்னும் செவ்வக பரவளையத்தின், மேல்மட்ட மற்றும் கிடைமட்ட நீட்டிப்புகளின் எந்த அளவும் அதன் அச்சுகளை சந்திக்க முடியாது.

உதாரணம் 3.15:  $y = \frac{2x-1}{2x^2-5}$  ஒரு பகுத்தறிவு செயல்பாடு

செயல்பாடுகளை செயல்பாடுற்ற மாறிகளின் எண்ணிக்கை அடிப்படையில் வகைப்படுத்தலாம்.

இதுவரை ஒரு செயல்பாடுற்ற மாறி,  $x$  ஆக கையாளப்பட்டது. இதற்கு பதிலாக இரண்டு, மூன்று அல்லது ஏதாவது ஒரு செயல்பாடுற்ற மாறியை பயன்படுத்தப்படலாம். உற்பத்தி என்பது உழைப்பு ( $L$ ) மற்றும் மூலதனம் ( $K$ ) ஆகியவற்றின் செயல்பாடு என்பதை நாம் அறிவோம். எனவே, உற்பத்தி செயல்பாட்டை இவ்வாறு அளிக்கலாம்:  $Q = f(K, L)$ . நுகர்வோர் பயன்பாட்டின் 3 வெவ்வேறு பொருட்களின் செயல்பாடாக வழங்கப்படலாம் மற்றும் செயல்பாடு  $y = f(u, v, w)$ .

ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட மாறிகளின் செயல்பாடுகள் தொடர்ச்சியான நேர்கோட்டு அல்லது தொடர்ச்சியாக இருக்கக்கூடும். இந்த வடிவங்களை பாருங்கள்.

$$Y = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \dots \dots \dots a_n \quad (\text{நிலையான செயல்பாடு})$$

$$Y = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 \dots \dots \dots x_n \quad (\text{நேரியல் செயல்பாடு})$$

$$Y = a_1x_1^2 + a_2x_1x_2 + a_3x_2^2 \quad (\text{இருபடி செயல்பாடு})$$

$$Y = a_1x_1^3 + a_2x_1^2 + a_3x_1x_2^2 + a_4x_1x_2^3 \quad (\text{கன செயல்பாடு})$$

ஏற்கனவே முன்வைக்கப்பட்டதுபடி, நேரியல் செயல்பாடுகள் 1 படி பல்லுறுப்புக்கோவை ஆகும். இவை ஒற்றை அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சுயாதீனமான மாறிகளாக இருக்கலாம். ஒற்றை மாறியில் நேரியல் செயல்பாடு இயங்குகிறது:

$$Y = a + bX. \text{ ஒரு இரண்டு மாறி நேரியல் செயல்பாடு:}$$

$$Y = a + bx_1 + cx_2$$

### 3.2.1 சாய்வு மற்றும் சரிவு

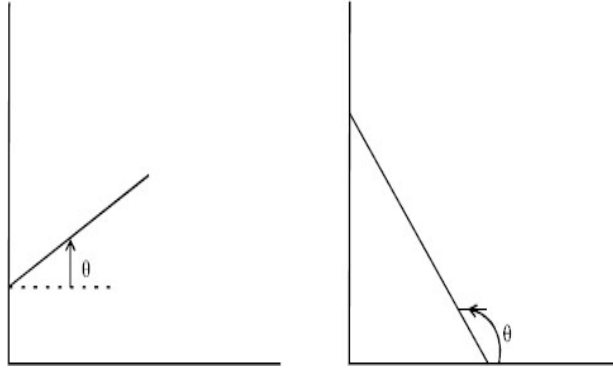
ஒரு கோடு  $AP$  கிடைமட்டமாக கிடைக்காவிட்டால், அதன் சாய்வு கோணத்தை, நேர்மறை  $x$ -அச்சில் குறைந்தபட்ச நேர்மறை கோணத்தில் உள்ள  $P$  உடன் இணைந்து சுழற்ற வேண்டும்.  $\theta$ -  $AP$ -ன் சாய்வு கோணம் ஆகும்.  $AP$  கிடைமட்டமாக இருந்தால்,  $\theta = 0$ .  $AP$  செங்குத்தாக இருந்தால்,  $\theta = 90^\circ$ .

ஒரு கோடு  $PQ$ - இன் சரிவு  $m = \tan \theta$  என வரையறுக்கப்படுகிறது.

சாய்வு  $x$ - அச்சில் ஒரு கோட்டின் வளைவை குறிக்கிறது. செயல்பாட்டுற்ற மாறி  $y$ , ஒரு மாறாத அலகு மாற்றத்திற்கான மாறுபாட்டின் அளவை இது வழங்குகிறது. உருவாகும் திசை மற்றும் மாற்றத்தின் அளவு இரண்டும் சரிவு மூலம் சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளது.

ஒரு கோட்டின் சரிவை ஐந்து வழிகளில் அறியலாம்.

- (i) சரிவு  $x$ -அச்சின் கோட்டிலிருந்து எதிர்மறை திசையில்  $x$ -அச்சின் கோட்டுக்கு தொடுகோடு நகரும் போது பெறப்படும் கோணம் ஆகும்.  $\theta$  என்பது  $x$ -அச்சின் நேர்மறையான திசையுடன் கூடிய கோணமாக இருந்தால், சாய்வின் கோடு = தொடுகோடு = எதிரெதிர் பக்கத்தின் நீளம்/அருகில் உள்ள பக்கத்தின் நீளம். கீழே உள்ள வரைபடங்களைக் காண்க.



- (ii) ஒரு கோட்டின் சரிவை ஒழுங்குபடுத்தல்களிலும் ஆய அச்சுக்களிலும் அளவிடப்படலாம்.  $(x_1, y_1)$  மற்றும்  $(x_2, y_2)$  ஆகியவை கோட்டின் இரண்டு புள்ளிகளாக இருந்தால், அதன் சாய்வு:  $(y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ .
- (iii) ஒரு கோட்டின் சமன்பாடு  $y = a + bx$ , எனில், இந்த சமன்பாடு ' $b$ '-ல் தரப்பட்டுள்ளது.
- (iv) சாய்வு என்பது  $x$  அல்லது  $byx = \sum x_i y_i / \sum x_i^2$  இல்  $y$  இன் பின்னடைவு குணகம் ஆகும். ஆனால்  $x_i$  என்பது  $x$  மதிப்புகளின் விலகல் அவற்றின் சராசரி மற்றும்  $y_i$  என்பது  $Y$  மதிப்புகளின் விலகலாகும்.
- (v) சாய்வு  $y$  இன் மாறுதலின் அளவுகளாலும் ஆய்வு செய்யப்படுகிறது,  $\Delta y$ ,  $x$ ,  $\Delta x$  ல் மாற்றம் அளவு மூலம் வகுக்கப்படுகிறது. சாய்வு =  $\Delta y / \Delta x$ .

உதாரணம் 3.16:

1. மூன்று கோடுகள் (i) 30, (ii) 45 மற்றும் 60  $x$ -அச்சின் நேர்மறையான திசையுடன் ஒவ்வொரு கோணத்தையும் உருவாக்கலாம். எனவே கோட்டின் சாய்வு:

(i)  $\tan 30^\circ = 1/\sqrt{3}$

(ii)  $\tan 45^\circ = 1; \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

2. ஒரு கோட்டின் இரண்டு புள்ளிகள்: 2, -4 மற்றும் 1, 7. அதன் சாய்வு  $= (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1) = 7 - (-4) / 1 - 2 = 11 / -1 = -11$ . கோட்டிற்கு எதிர்மறையான சாய்வும் உள்ளது.

3. ஒரு இயந்திரத்தின் மதிப்பு ₹1,00,000. 5 ஆண்டுகளுக்கு பின்னர், அதன் மதிப்பு ₹60,000 ஆகக் குறையும். மதிப்பு என்பது ஒரு நேரான செயல்பாடு என்றால் தேய்மானம் செயல்பாட்டை கண்டுபிடி.

தீர்வு: ஒரு வருடத்தில் இயந்திரத்தின் மதிப்பு 't' என்று இருக்கும்:  $v = a + bt$ . T=0 மற்றும்  $v = 60000$  t = 5  $v = 1,00,000$ . பின்வரும் இரண்டு சமன்பாடுகளை நாம் பெறுகிறோம்:

(i)  $1,00,000 = a + b(0) \text{ ora } = 1,00,000 \quad \dots (1)$

(ii)  $60000 = a + b(5) \text{ ora } + 5b = 60000 \quad \dots (2)$

சமன்பாடு (1) மற்றும் (2)யை தீர்க்க,  $5b = -40000$  அல்லது  $b = -8000$  பெறலாம்.

வருடாந்திர வீழ்ச்சி விகிதம் ₹8000 மற்றும் இயந்திரத்தின் மதிப்பு ஆண்டு ஒன்றுக்கு ₹8000 ஆக குறையும்.

நேரியல் விலை செயல்பாடு மற்றும் அதன் சாய்வு

மொத்த செலவு (TC) =  $1500 + 400Q$ , Q ஆனது உற்பத்தி செய்யப்படும் அளவைக் குறிக்கும், மேலும் நிலையான காலம் 1500 என்பது நிலையான செலவு மற்றும் Q இன் குணகம் 400 ஆகும். வெளியீடு ஒரு அலகு அல்லது உயர்ந்துவிட்டால் இது மொத்த செலவில் ஏற்படும் மாற்றத்தைக் குறிக்கும் வளைவின் சரிவு ஆகும். ஒரு நேரியல் செயல்பாட்டின் போது, வளைவின் மீது அனைத்து புள்ளிகளிலும் சாய்வு நிலையானது.

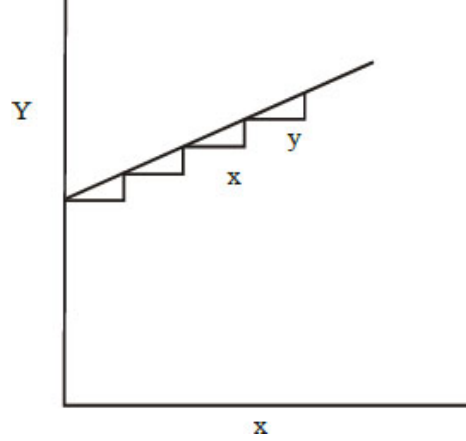
சரிவு என்பது நமது ஆய்வில் மிகவும் பொருத்தமான கருத்தாகும். சுயாதீன மாறியில் ஒரு அலகு மாற்றத்தை சார்ந்து மாறியில் ஏற்படும் மாற்ற விகிதத்தை சாய்வு அளவிடுகிறது. இது ஒரு கட்டத்தில் வளைவின் தொடுகோடு மூலம் வழங்கப்படுகிறது.

<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 5px;">தொடுகோடு =</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 5px;">எதிர் பக்கம்</td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 5px;">அருகிலுள்ள பக்கம்</td> </tr> </table> </td> </tr> </table>	தொடுகோடு =	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 5px;">எதிர் பக்கம்</td> </tr> </table>	எதிர் பக்கம்		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 5px;">அருகிலுள்ள பக்கம்</td> </tr> </table>	அருகிலுள்ள பக்கம்	$= \frac{\Delta Y}{\Delta X}$
தொடுகோடு =	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 5px;">எதிர் பக்கம்</td> </tr> </table>	எதிர் பக்கம்					
எதிர் பக்கம்							
	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 5px;">அருகிலுள்ள பக்கம்</td> </tr> </table>	அருகிலுள்ள பக்கம்					
அருகிலுள்ள பக்கம்							

மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு

பின்வரும் வரைபடத்தில், சாய்வு =  $\Delta Y/\Delta X$  மூலம் வழங்கப்படுகிறது. விலைவளைவு மற்றும் சாய்வு

குறிப்புகள்



நாம் அலகு 1 என  $\Delta X$  தரநிலையாகக் கொண்டுள்ளோம். பின்னர்  $\Delta y$  நிழல் முக்கோணத்தின் செங்குத்துப் பகுதி சாய்வு ஆகும். மேலும் நான்கு முக்கோணங்கள் சித்தரிக்கப்படுவதால் இது நிலையானது.

உண்மையில் சாய்வு என்பது பின்னடைவு கோட்டின் பின்னடைவு குணகம் ஆகும். X என்பது Y-ன் அளவு எனக் கருதுக. எனவே, மொத்த விலை விவரங்கள் பின்வருமாறு.

						மொத்தம்	சராசரி
X	2	3	5	8	2	20	6
Y	2300	2700	3500	4700	6300	17500	3500
X-சராசரி $X = \bar{X}$	-4	-3	-1	2	6	0	-
Y-சராசரி $Y = \bar{Y}$	-1600	-1200	-400	800	2400	0	-
xy	6400	3600	400	1600	14400	26400	-
$x^2$	16	9	1	4	36	66	-

X-யின் பின்னடைவு Y:  $Y = a + bX$

மதிப்பு ' $b$ ' =  $\sum xy / \sum x^2 = 26400 / 66 = 400$ . இது வளைவின் சரிவு.

$a = Y - bX$  இன் (X இன் சராசரி) =  $3900 - 400(6) = 1500$  இன் சராசரி

எனவே, பின்னடைவு சமன்பாடு:  $Y = 1500 + 400X$ . உண்மையில் இந்த சமன்பாடு,  $TC = 1500 + 400Q$  என தொடங்கின. வரைபடம் (i) இதை தருகிறது.

ஒரு வளைவின் சாய்வு வேறுபாட்டால் கண்டறியப்பட்டது. நாம்  $TC = 1500 + 400Q$  ஐ அறியலாம். TCI Q-வை பொறுத்து வேறுபடுத்தி நாம் சாய்வு கண்டறியலாம்.

$$dTC/dQ = 400.$$

ஒரு நேரியல் செயல்பாடு வகை  $Y = BX$ -ன் சாதகமான குறுக்கு வெட்டு கிடைக்காது. X மற்றும் Y இன் பின்வரும் வடிவத்தை கருத்தில் கொள்ளுங்கள்:



X	1	2	3	4	5
Y	100	200	300	400	500

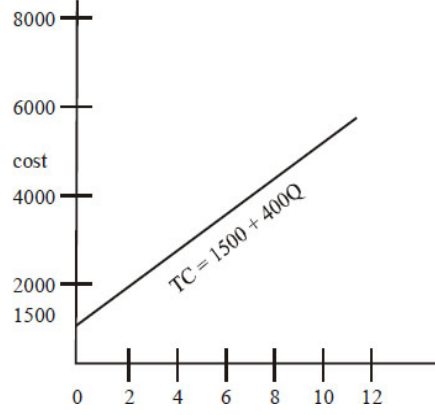
மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு

இந்த மாதிரி ஒரு நேர்க்கோட்டை விவரிக்கிறது. ஆனால் Y-ன் குறுக்கு வெட்டு பூஜ்ஜியம், இதை வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், கோடு மூலத்தின் வழியாக செல்கிறது. வரைபடம் (ii) அதே கணக்கைக் கொடுக்கிறது.

குறிப்புகள்

செலவு வளைவு மற்றும் சரிவு

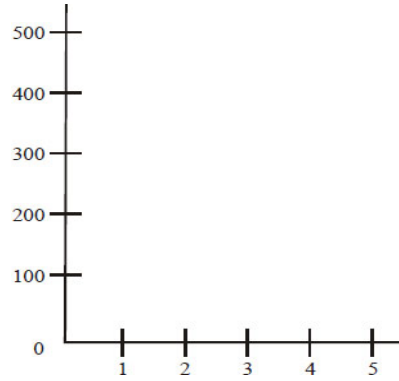
$$Y = a + bx$$



வரைபடம் (i)

செலவு வளைவு மற்றும் சரிவு

$$Y = bx$$



வரைபடம் (ii)

நேரியல் கோரிக்கை செயல்பாடு மற்றும் அதன் சாய்வு

கோரிய அளவு மற்றும் விலை மதிப்புகள் நேர்கோட்டுடன் தொடர்புடையது மற்றும் கோரிக்கை செயல்பாடு பின்வருமாறு:

அலகு விலை	P	4	5	6	7	8
அளவு	Q	1400	1200	1000	800	600

மாறிகள் மற்றும்  
செயல்பாடு

குறிப்புகள்

நாம் P இல் ஒரு அலகு மாற்றத்திற்காக Q இல் உள்ள மாற்ற விகிதத்தை கண்டுபிடிப்பதில் ஆர்வமாக உள்ளோம். இந்த மாற்றம் விகிதம் 200 என்று நீங்கள் அறிந்துள்ளீர்கள். நாம் பின்னடைவு சமன்பாடு, அத்துடன் வேறுபாடு வழியினூடாக இதைச் செய்யலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 3.17:

						மொத்தம்	சராசரி
P	4	5	6	7	8	30	6
Q	1400	1200	1000	800	600	5000	1000
P-சராசரி P= p	-2	-1	0	1	2	0	-
Q-சராசரி Q= q	400	200	0	-200	-400	0	-
pq	-800	-200	0	-200	-800	-2000	-
p <sup>2</sup>	4	1	0	1	4	10	-

முதலில் பின்னடைவு மாதிரி முயற்சி செய்யப்பட்டது.

சாய்வு அல்லது பின்னடைவு குணகம் =  $b = \sum pq / \sum p^2 = -2000 / 10 = -200$   
மாறிலி = Q - B இன் சராசரி (P இன் சராசரி)  
=  $1000 - (-200 \times 6) = 1000 + 1200 = 2200$

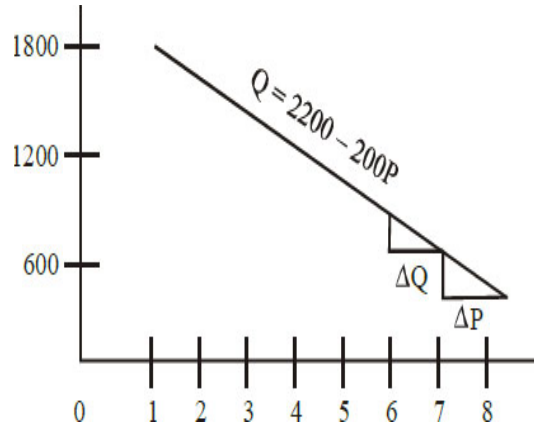
பின்னடைவு சமன்பாடு: Q = 2200 - 200P. எதிர்மறையான அல்லது மறைமுகமான சாய்வு என்பது அளவுகோல் மற்றும் விலைவாசி விகிதத்தில் உள்ளது எனக் குறிப்பிடுகிறது, இது Q விழும் பொழுது நேர்மாறாக உயரும்.

இப்போது நமக்கு தெரியும்: Q = 2200 - 200P என்பது P ஐப் பொறுத்து Q வேறுபடுத்துகிறது.

$$dQ / dP = -200$$

இது முந்தைய பதிலைக் கொண்டிருக்கும் பின்னடைவு குணகம் போலாகும். கீழே உள்ள வரைபட தேவை வளைவை சித்தரிக்கிறது. அதன் வளைவு எதிர்மறையாக இருப்பது கீழ்நோக்கி சரிவு ஆகும்.

தேவை வளைவு மற்றும் சாய்வு



சரிவு = P இல் மாற்றம்/ Q இல் மாற்றம்

$$= \Delta Q / \Delta P$$

நேர்கோட்டு செயல்பாடு மற்றும் சரிவு

வெவ்வேறு விலையில் பொருட்களின் வழங்கல் கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணையின் படி இருக்க வேண்டும்:

அலகு விலை	P	1	2	3	4	5
அளவு	Q	600	800	1000	1200	1400

சாய்வு நேர்மறை 200-க்கு சமம் என்பதை காட்டுகிறது. சமன்பாடு முன்னதாகவே செயல்பட முடியும்.

P-சராசரி $P=p$	-2	-1	0	1	2	0
Q-சராசரி $Q=q$	-400	-200	0	200	400	0
$pq$	800	200	0	200	800	2000
$p^2$	4	1	0	1	4	10

சமன்பாடுகள்:  $Q = a + bp$

$b = \text{சாய்வு} = \Sigma pq / \Sigma p^2 = 2000/10 = 200$

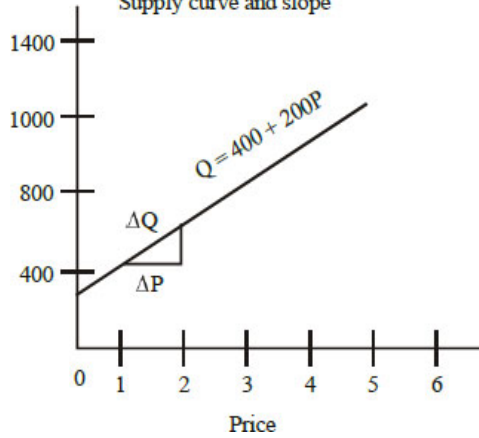
$a = Q - B (P \text{ ன் சராசரி}) = 1000 - 200 (3) = 400$  ன் சராசரி

பின்னடைவு சமன்பாடு:  $Q = 400 + 200p$

கீழே உள்ள வரைபடம் வளைவை அளிக்கிறது.

சாய்வு  $= \Delta Q / \Delta P = 200$

வழங்கல் வளைவு மற்றும் சாய்வு  
Supply curve and slope



நேர்கோடு அல்லாத செயல்பாடுகளின் சாய்வு வகைகள்:

வளைவில் உள்ள அனைத்து புள்ளிகளுக்கும் ஒரே சாய்வு கொண்ட நேர்கோட்டு செயல்பாடுகளைப் போலல்லாமல், வளைவில் உள்ள அனைத்து புள்ளிகளுக்கும் நேரியல் செயல்பாடுகளின் விஷயத்தில் சரிவு இல்லை.

செலவு வளைவு மற்றும் வருவாய் வளைவு  $500 + 13Q + 2Q^2$  மற்றும்  $125Q - 2Q^2$ , முறையே இருக்கட்டும்.

இதற்கான செலவு வளைவு பின்வருமாறு:

மாறிகள் மற்றும்  
செயல்பாடு

குறிப்புகள்

மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு

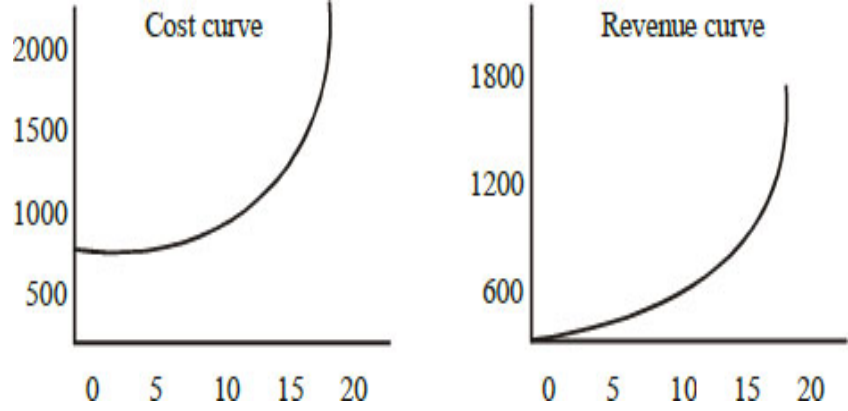
Q	0	5	10	15	20
TC	500	615	830	1145	1560

குறிப்புகள்

வருவாய் வளைவு விவரம் பின்வருமாறு:

Q	0	5	10	15	20
TR	0	575	1050	1425	1700

கீழே உள்ள வரைபடங்கள் செலவு மற்றும் வருவாய் வளைவுகளை விவரிக்கின்றன:



வளைவின் சரிவு மதிப்புகள் எல்லா புள்ளிகளிலும் இல்லை. 'Q' வெவ்வேறு அளவுக்கு மாறுபட்ட சாய்வு நிலைகள் உள்ளன.

Q க்கு பொறுப்பேற்றிருக்கும் செலவு செயல்பாட்டின் முதல் வகைக்கெழு சாய்வுக்கு கொடுக்கிறது. இது:  $13 + 4Q$ . மேலேயான சாய்வு செயல்பாடுகளில் Q இன் மதிப்பைக் கொண்டு, 'Q' மதிப்புகளுக்கு சாய்ந்தவாறு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

Q:	0	5	10	15	20
சாய்வு $(13 + 4Q)$	13	33	53	73	93

Q க்கு பொறுப்பான வருவாய் செயல்பாடுகளின் முதல் வகைப்பாடு அதன் சாய்வுகளை கொடுக்கிறது. இது:  $125 + 4Q$ . எனவே இவ்வேறுபாட்டிற்கான சாய்வுகளின் "Q" மதிப்புகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:

Q	0	5	10	15	20	
சாய்வு	125	105	85	65	45	$(125 + 4Q)$

எடுத்துக்காட்டு 3.18: கடந்து செல்லும்  $45^\circ$  வளைவுகளை கொண்ட தோற்றத்தின் மூலம் ஒரு வரியின் சரிவு என்ன?

P என்ற ஒரு புள்ளியை எடுத்துக்கொள்ளுங்கள்.  $PM \perp OX$  ஐ வரையுங்கள். பின்னர் சாய்வு

$$\tan 45^\circ = \frac{MP}{OM} = 1 \text{ இருந்து வடிவியல் மூலம் } MP = OM \text{ வழங்கப்படுகிறது.}$$

பன்முக செயல்பாடுற்ற மாறிகள் கொண்ட நேரான செயல்பாடு

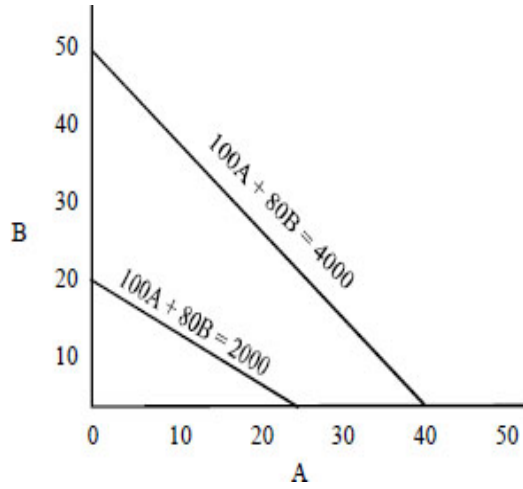
இதுவரை நாம் ஒரே ஒரு சுயாதீன மாறி சம்பந்தப்பட்ட நேரியல் செயல்பாடுகளை தீர்க்கப்பட வேண்டும். நாம் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட சுயாதீன மாறி கொண்ட நேர்கோட்டு செயல்பாடுகளை கொண்டிருக்கலாம்.

ஒரு நிறுவனம் இரண்டு தயாரிப்புகளான A மற்றும் B உருவாக்குகிறது. அலகு A-இன் பங்களிப்பு 100 மற்றும் B-இன் பங்களிப்பு 80 ஆகும். A மற்றும் 'B' அலகுகள் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்றன. நேர்கோட்டு செயல்பாடு மற்றும் மொத்த பங்களிப்பு செயல்பாடுகள் பின்வருமாறு:  $100a + 80b$ . பங்களிப்புச் செயல்பாடுகள் A, B ஆகியவற்றுடன் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு பங்களிப்பை வழங்கும் ஒரு கலவையாகும்.

₹2000 மற்றும் ₹4000 அளவு பங்களிப்பு தேவைப்படுகிறது. ₹2000 மற்றும் ₹4000 பங்களிப்புகளை வழங்கும் A மற்றும் B இன் வரைபட கலவையை செய்யலாம்.

₹ 4000 பங்களிப்புத் தொகை 40 அலகுகள் மூலம் அல்லது A மற்றும் B என்ற 50 அலகுகள் மூலம் பெற முடியும்.

இருமாறி நேரியல் செயல்பாடுகள்



மேலே உள்ள வரைபடத்தில், 'A' என்பது x- அச்சில் இருந்து 'Y' அச்சுக்கு எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது. A 40 அலகுகள் மற்றும் B 50 அலகுகள் இணைக்கப்பட்டு A மற்றும் B-ஆனது 4000 மொத்த பங்களிப்பை வழங்கியது. இதேபோல், A மற்றும் B பிரிவுகளின் 25 அலகுகள் இணைக்கப்படும் வரிசையானது A மற்றும் B ஆகியவற்றின் கூட்டுத்தொகைகளை 2000 ஆம் ஆண்டின் மொத்த பங்களிப்பைக் குறிக்கிறது. இந்த கோணங்களுக்கு இணையான எல்லா கோடு எல்லை A மற்றும் B ஆகியவற்றின் மொத்த பங்களிப்புகளின் கலவைகளை சில அளவுகளாக மாற்றி வழங்குகின்றன. அதிக மொத்த பங்களிப்பின் வளைவு தோற்றமானது நேர்மாறாகவும் இருக்க வேண்டும்.

3 சுயாதீனமான மாறிகள் சம்பந்தப்பட்டிருந்தால், நாம் இன்னும் 3 + 1 பரிமாண வரைகலைப் பதிப்பை கொண்டிருக்கலாம். 3 சுயாதீன மாறிகளின் சமன்பாடு வடிவமானது வழங்கல் முறையில் மட்டுமே உள்ளன.

மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு

குறிப்புகள்

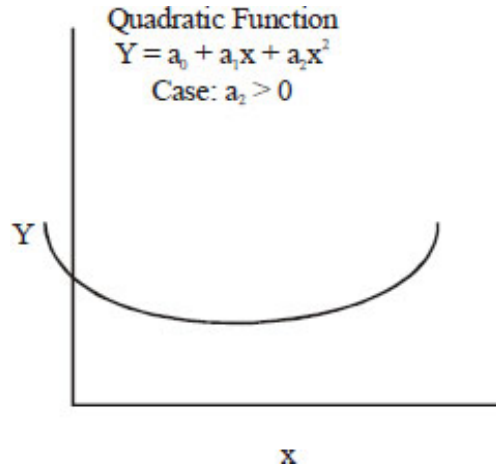
மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு

குறிப்புகள்

“n” சுயாதீனமான மாறிகள் உள்ளன என வைத்துக்கொள்வோம். இங்கே நேரியல் சமன்பாட்டின் பொது ஒழுங்கு:  $Y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n$ ,  $x_1, \dots, x_n$  சுதந்திரமான மாறிகள் மற்றும்  $a_0, a_1, \dots, a_n$  ஒரு மாறிலி அல்லது குணகங்களாகும்.

நேர்க்கோடு அல்லாத செயல்பாடுகள்

உயர்ந்த பல்லுறுப்புக்கோவைகள் என்பது 2 அல்லது அதற்கு மேலான நேரியல் அல்லாத செயல்பாடுகளைக் கூறுகிறது. 2 வது படி பல்லுறுப்புக்கோவை என்பது ஒரு இருபடிச் செயல்பாடாகும் இதில் 3-வது படி பல்லுறுப்புக்கோவையானது ஒரு கன செயல்பாடாகவே கருதப்படுகிறது.  $a_2 < 0$  பின்னர் வரைபடம் ஒரு 'மலை' போல் தோன்றுகிறது என்றால், இருபடிச் செயல்பாடுகளை வரைபடத்தில்  $a_2 > 0$  என்றால், வரைபடம் 'பள்ளத்தாக்கு' கீழே உள்ள வரைபடத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



ஒரு படித்தான செயல்பாடு

ஒரே மாதிரியான செயல்பாடுகள் என்பது பொருளாதாரத்தில் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படும் ஒரு சிறப்பு வகையாகும்.

ஒரு செயல்பாடு அளவு n ஆனது ஒரே மாதிரியானதாகும் அதன் ஒவ்வொரு மாறிகள் மாற்றப்படும் போது k முறை, மூலம் மாறி புதிய செயல்பாடு kn முறை அசல் செயல்பாடு ஆகும்.

$z = f(x, y)$  என்பது அளவு n ஐ ஒத்ததாக இருந்தால்,

$$f(kx, ky) = k^n z = k^n f(x, y)$$

எடுத்துக்காட்டு 3.19:  $f(x, y) = x^2 - 3xy + 5y^2$  ஆனது படி 2 இன் ஒரேவிதமான செயல்பாடு ஆகும்.

$$f(kx, ky) = k^2x^2 - 3kx - ky + 5k^2y^2$$

$$= k^2(x^2 - 3xy + 5y^2) = k^2 f(x, y)$$

கனச் செயல்பாடு

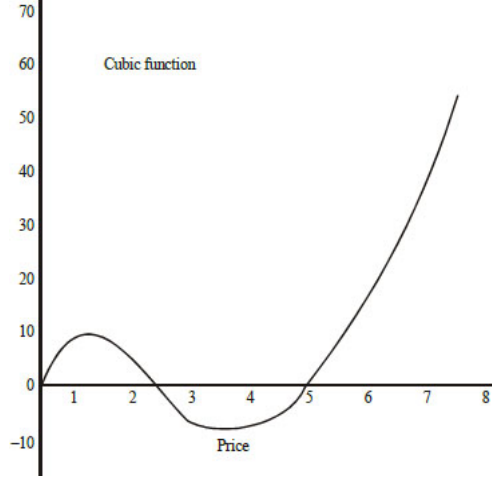
Q = ஒரு செயல்பாடு என தேவை அளவு P = விலை, என:  $Q = P^2 - 7P + 10$  இருபடிச் சமன்பாட்டை தொடரலாம். இதிலிருந்து நாம் மொத்த வருவாய் செயல்பாடு பெற முடியும்  $TR = PQ = P(P^2 - 7P + 10) = P^3 - 7P^2 + 10P$ . இது

ஒரு கனசதுரமாக 3 வது ஒழுங்கு பல்லுறுப்புக்கோவையின் ஒரு வரம்பற்ற வடிவமாகும்.

நாம் வளைவை 'P' என மதிப்பிட்டு, TR களைப் பெறுவோம். அது கீழே தாக்கல் செய்யப்பட்டுள்ளது:

அலகுக்கு விலை = P = 0	1	2	3	4	5	6	7
மொத்த வருவாய் = TR = 0	4	0	-6	-8	0	24	70
(P <sup>3</sup> - 7P <sup>2</sup> + 10P)							

கீழேயுள்ள வரைபடம் வருவாய் செயல்பாட்டை வழங்குகிறது.



மொத்த வருவாய் செயல்பாட்டின் முதல் வகைக்கெழு குறுக்கு வருவாய் செயல்பாடு ஆகும். அதாவது, விலையில் ஒரு குறிப்பிட்ட மாற்றத்திற்கான மொத்த வருவாய் மாற்றத்தின் விகிதம் =  $3P^2 - 14P$  ஆகும். இது வளைவின் சரிவாகும். இந்த வளைவுகள் இடத்திலிருந்து இடம் மாறுபடுகிறது.

கோப் டக்ளஸ் தயாரிப்பு செயல்பாடு

L மூலதனத்திற்கான உழைப்பு K யை குறிக்கிறது என்றால்  $\alpha, \beta$  என்பது மாறிலி  $\alpha + \beta = 1$  கோப் டக்ளஸ் தயாரிப்பு செயல்பாடு L, K ஆல் PL, PK ஆகும்.

$$Y = aL^\alpha K^\beta$$

நாம் வேண்டிய  $a.(pL)^\alpha .(pK)^\beta = a.p^\alpha K^\beta$

$$= a.p^{\alpha+\beta} L^\alpha K^\beta = p.aL^\alpha K^\beta = pY$$

முதல்  $\alpha + \beta = 1$

எனவே கோப் டக்ளஸ் தயாரிப்பு செயல்பாடு நேர்கோட்டுக்கு ஒத்ததாக உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 3.20: நிரூபி (i)  $Y = \left( \frac{a}{L} + \frac{\beta}{K^r} \right)^{-1/r}$

மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு

குறிப்புகள்

மாறிகள் மற்றும்  
செயல்பாடு

$$(ii) Y = a[\delta K^{-r} + (1-\delta)L^{-r}]^{-1/r}$$

1 ல் அளவுகள் ஒரே மாதிரியானவை

குறிப்புகள்

திருப்பு அளவுகோல்

$Y = f(K, L)$  ஒரு ஒழுங்கான ஒற்றை தயாரிப்பு செயல்பாடு தொழிலாளர்  $L$  மற்றும் முதல்  $K$  ஆகும்.

$L, K$  c- ன் அனைத்து உள்ளீடுகளையும் வெளியீடு c- மடி வெளியீட்டை உயர்த்தும்.

$F(cK, cL) = cY$  என்பதால்

இதனை வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், ஒரு நேர்கோட்டு ஒத்த உற்பத்தி செயல்பாடு, நிலையான அளவிலான உற்பத்தியில் அளவுக்கு திரும்புவதை குறிக்கிறது. இதில் எந்த உள்ளீட்டையும் பயன்படுத்தவில்லை என்றால் வெளியீடு இல்லை. உள்ளீடுகள் இருமடங்காக இருந்தால் வெளியீடுஎல்லை இருமடங்காக இருக்கும்.

தேவை செயல்பாடு மற்றும் வழங்கல் செயல்பாடு

$x$  தேவைப்படும் ஒரு பொருளின் அளவைக் குறிப்பிடுவதைக் குறிக்கலாம்  $p$ , அதன் விலை,  $x$  மற்றும்  $p$  ஆகியவை மாறுபாடுகளால் நாம் தேவைப்படும் செயல்பாடு எழுதலாம்.

$x = f(p)$   $p$  இல்  $x$  இன் சார்பைக் காட்டும்

$p = F(x)$   $x$  இல்  $p$  இன் சார்பைக் காட்டும்

இவை வெளிப்படையான கோரிக்கை செயல்பாடு  $g(x, p) = 0$  இன் வெளிப்படையான வடிவங்கள் ஆகும்.

பொருளாதாரத்தில் பிற செயல்பாடுகளைப் பொறுத்தவரையில் ஒரு கோரிக்கையின் செயல்பாட்டில் மாறுபாடுகள், கற்பனையான அளவு மற்றும் உண்மையான காணக்கூடிய அளவுகளில் இல்லை. அளவுருக்களின் மதிப்புகள் உள்ள மாற்றங்கள் கோரிக்கை வளைவில் மாற்றங்களை ஏற்படுத்துக்கின்றன.

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வாதங்கள் ஒரு வழங்கல் செயல்பாட்டிற்கு பொருந்தும், மேலும்  $x$  மாறி விடும். விநியோக வளைவின் சரிவு நேர்மறையானது மற்றும் ஒரு தேவை வளைவு பொதுவாக எதிர்மறையாக உள்ளது.

செலவு செயல்பாடுகள் மற்றும் உற்பத்தி செயல்பாடுகள்

$X$  என்பது மொத்த விலையில் ஒரு நிறுவனத்தால் உற்பத்தி செய்யப்படும் அளவு  $C$  என்றால், நாம் மொத்த செலவுச் செயல்பாடு  $C = f(x)$  வெளிப்படையாக உள்ளது. மறைமுக வடிவத்தில் இதை எழுதுவோம்:

$$g(C, x) = 0$$

உற்பத்தியின் சராசரி செலவு அல்லது அலகின் செலவினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் மொத்த செலவினங்களை பிரிப்பதன் மூலம் பெறப்படுகிறது.

$$AC = C/x \text{ or } C = AC.x$$

உற்பத்தி செயல்களின் அறிவில் இருந்து செலவு வளைவுகளைப் பெறலாம். குறிப்பிட்ட அளவு வெளியீடுகளுடன் தொடர்புடைய உள்ளீடுகள் மூலம் உற்பத்தி உறவு விவரிக்கப்பட்டுள்ளது.



$$Y = f(L,K)$$

உற்பத்தி செயல்பாடு L, K உற்பத்தித் திறன் மற்றும் மூலதனத்தின் அளவு ஆகியவை முறையே Y ஆகும்.

$P_L$  என்பது உழைப்பு ஊதியம் அல்லது விலை என்றால்,  $P_K$  மூலதன அலகுக்கு விலை என்றால், நாம் அனைத்து செலவினங்களையும் (அதாவது, L, K இந்த வகையில் ) மொத்தமாக செலவழிக்க முடியும்.

$$C = LP_L + KP_K$$

இலாப செயல்பாடு

$E =$  லாபம் = மொத்த வருவாய் - மொத்த செலவு. உதாரணமாக, மேலே கொடுக்கப்பட்ட நெறிமுறைகள் எடுத்துக்காட்டாக, லாபம் =  $125Q - 2Q^2 - (500 + 13Q + 2Q^2) = 125Q - 2Q^2 - 500 - 13Q - 2Q^2 = -4Q^2 + 112Q - 500$ . 0, 5, 10, 15 மற்றும் 20 அலகுகளுக்கான லாபம்: -500, 40, 220, 280 மற்றும் 140 முறையே ஆகும்.

இலாப வளைவின் சாய்வு, அதாவது,  $e = dE / dQ = -8Q + 112 - 500 = -8Q + 112$  ஆகியவற்றுடன் முதல் வரிசையில் வகைப்படுத்தப்படும்.  $Q = 0, 5, 10, 15$  மற்றும் 20 என்ற விகிதத்தில் உள்ளது: 112, 72, 32, -8 மற்றும் -48. கீழே உள்ள மொத்த லாபமும் லாப வட்டி வளைவுஎல்லை கொடுக்கப்படுகின்றன.

லாபத்தின் அதிகபட்ச வெளியீட்டு நிலை என்ன?

இலாப செயல்பாடு:  $E = -4Q^2 + 112Q - 500$ .

முதல் வகைக்கெழு  $\delta E / \delta Q = -8Q + 112$ . இலாபம் அதிகரிக்கும் வெளியீடு பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமான முதல் வகைக்கெழுவை விடாமல் வழங்குவதன் மூலம் வழங்கப்படுகிறது. எனவே  $-8Q + 112 = 0$ ;  $8Q = 112$  அல்லது  $Q = 14$ . 14 அலகுகளில் இலாபம் = 284. பதில் சரியாக இருப்பதை உறுதி செய்வதற்கு 2 வது வழி வகை செய்யப்பட வேண்டும், அதன் மதிப்பு எதிர்மறையாக இருந்தால், பதில் சரியானது. மற்றும்  $d^2E / dQ^2 = -8$ . எங்கள் பதில் சரியானவை ஆகும்.

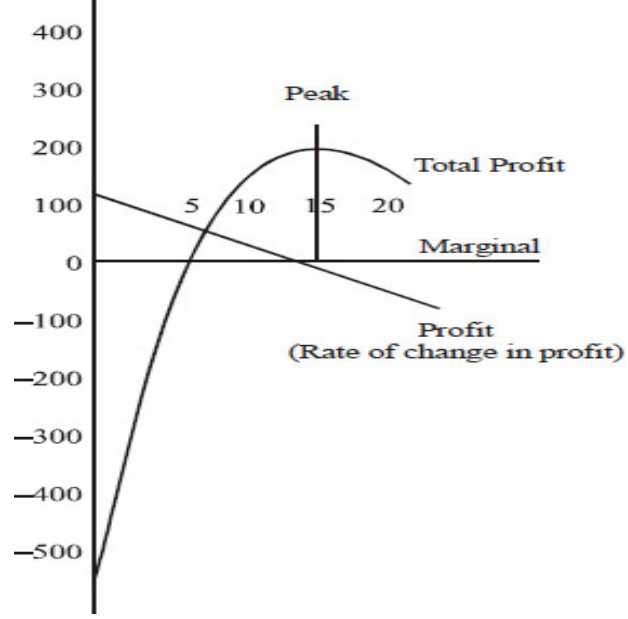
நிகர லாபம் (அதாவது, மொத்த லாபத்தின் சரிவு) பூஜ்ஜியத்தை அடைந்தால், மொத்த லாபம் அதிகபட்சம் ஆகும். இந்த அளவின் அளவு இலாப இலாபத்தை அதிகரிக்கிறது. பின்வரும் வரைபடத்திலிருந்து நாம் 14 அலகுகளாக அதைப் படித்தோம்.

மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு

குறிப்புகள்

மாறிகள் மற்றும்  
செயல்பாடு

குறிப்புகள்



### 3.3 குறுகலான செலவு மற்றும் தேவை நெகிழ்ச்சி

முக்கியமாக உற்பத்தி செலவு மற்றும் வருவாய் தீர்மானத்தின் இரண்டு நுட்பங்கள் உள்ளன: (i) உறிஞ்சுதல் செலவு (ii) குறுகலான செலவு

#### உறிஞ்சுதல் செலவு

உறிஞ்சுதல் செலவு என்பது மொத்த செலவின உத்தியாகும், அதேசமயம் மொத்த செலவு (அதாவது, நிலையான செலவு மற்றும் மாறி செலவின) உற்பத்தி செலவினமாக விதிக்கப்படும். வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், உறிஞ்சுதல் செலவுகளில், அனைத்து உற்பத்தி செலவுகள் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருட்களின் விலையில் உறிஞ்சப்படுகின்றன. இந்த முறையில், நிலையான தொழிற்சாலை மேல்நிலைகள் இயல்பான திறன் அடிப்படையில் முன்னரே தீர்மானிக்கப்பட்ட மேல்நிலை வீதத்தின் அடிப்படையில் உறிஞ்சப்படுகின்றன. ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்கான இலாபத்தை கணக்கிடுவதற்கு முன்பாக உட்செலுத்தப்பட்ட மேல்நிலைகள் சரிசெய்யப்படுகின்றன. இறுதிச் சரக்கிருப்பின் மொத்த செலவில் மதிப்பில் அனைத்து நேரடி செலவுகள் மற்றும் நிலையான தொழிற்சாலை பின்னணியையும் அடங்கும் (மற்றும் சில நேரங்களில் நிர்வாகம் பின்னணியையும் கூட).

உறிஞ்சுதல் செலவு ஒரு பாரம்பரிய அணுகுமுறை மற்றும் இது வழக்கமான செலவு அல்லது முழு செலவு என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

#### குறுகலான செலவு

உறிஞ்சுதல் செலவினங்களுக்கான ஒரு மாற்றாக மாறும் செலவினம் என்பது மாறி செலவு அல்லது நேரடி செலவு என்று அறியப்படுகிறது. இந்த நுட்பத்தின் கீழ், மாறி செலவுகள் மட்டுமே தயாரிப்பு செலவுகள் மற்றும் சரக்கு மதிப்பீட்டில் சேர்க்கப்படுகின்றன. நிலையான உற்பத்திச் செலவுகள் உற்பத்திப் பொருட்களுக்கு ஒதுக்கீடு செய்யப்படவில்லை, ஆனால் அவை காலச் செலவுகளாக கருதப்படுகின்றன. இவ்வாறாக, அந்த ஆண்டின்

இலாப நட்டக் கணக்கையும் அது நேரடியாக சாட்டியது. நிர்ணயிக்கப்பட்ட செலவுஎல்லை சரக்கிருப்பு மதிப்பீட்டில் நுழையக் கூடாது.

மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு

உறிஞ்சுதல் செலவுகள், விளிம்புநிலைச் செலவுகள் ஆகியவை இரண்டும் உற்பத்தி அல்லாத செலவுகளின் காலநிலை செலவாகும் (அதாவது, நிர்வாகம், விற்பனை மற்றும் விநியோகம் மேல்நிலைகள்). வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், இவை கண்டுபிடிக்கும் செலவுகள் அல்ல.

குறிப்புகள்

தயாரிப்பு செலவுகள் மற்றும் காலச் செலவுகள்

உற்பத்தி செலவுகள் என்பவை உற்பத்திச் செலவின் ஒரு பகுதியாக இருக்கும். இத்தகைய செலவுகள் சரக்கு மதிப்பீட்டில் சேர்க்கப்பட்டுள்ளது. மறுபுறம், காலச் செலவுகள் உற்பத்திச் செலவுடன் தொடர்புடையதாக இல்லை. அத்தகைய செலவுகள் இவை செலவிடப்பட்ட காலப்பகுதியின் செலவில் நடத்தப்படுகின்றன. இவை பொருட்கள் அல்லது சரக்குளின் விலையில் பகுதியாக இல்லை. இவை, காலத்தின் இலாப நட்டக் கணக்கிற்கு நேரடியாக மாற்றப்பட்டுள்ளன.

குறுகலான செலவின் பொருள்

குறுகலான செலவு என்பது ஒரு கூடுதல் உற்பத்தி பிரிவை உற்பத்தி செய்யும் கூடுதல் செலவு ஆகும். இது அனைத்து மாறும் செலவுகளின் மொத்தம் ஆகும். இது அனைத்தும் நேரடி செலவுகள் மற்றும் மாறி மேல்நிலைகளால் ஆனது. CIMA லண்டன் குறுகலான செலவின் அளவு வரையறுத்துள்ளது, வெளியீடுகளின் அளவு அதிகரித்தால் அல்லது ஒரு அலகு குறைந்தால், எந்தவொரு வெளியீட்டின் வெளியீடாக மொத்த செலவுகள் மாற்றப்படுகின்றன. அந்தப் பிரிவு உற்பத்தி செய்யப்படவில்லை என்றால் அது தவிர்க்கப்பட வேண்டிய பொருளின் ஒரு அலகின் விலை ஆகும். செலவு என்பது எந்த அளவிற்கு இருந்தாலும், எந்த அளவிற்கு செயல்பாட்டு அளவும் மாறாமல் இருக்கும்.

உதாரணம் 3.21: ஒரு நிறுவனம் 100 அலகுகளை ஒரு மாதத்திற்கு உற்பத்தி செய்கிறது. மாதத்திற்கான மொத்த நிலையான செலவு ₹5,000 மற்றும் அலகு ஒன்றுக்கு குறுகலான செலவு ₹250 ஆகும். மாதத்திற்கான மொத்த செலவு:

	₹
100 அலகுக்கான குறுகலான (மாறி) செலவு	25,000
நிலையான செலவு	5,000
மொத்த செலவு	30,000
வெளியீடு ஒரு அலகு மூலம் அதிகரித்தால், செலவு பின்வருமாறு தோன்றும்:	
குறுகலான செலவு (101 × 250)	25,250
நிலையான செலவு	5,000
மொத்த செலவு	30,250

இதனால் ஒரு கூடுதல் அலகு உற்பத்தி செய்யப்படும் கூடுதல் செலவு 250 ஆகும். இது குறுகலான செலவினம் ஆகும். எனினும், உற்பத்தி அளவு அதிகரிக்கும் போது நிலையான செலவுகள் அதிகரிக்கும், எனவே, இது உற்பத்தித் திறன் அதிகரிக்க காரணமாக இருக்கலாம்.

மாறிகள் மற்றும்  
செயல்பாடு

குறிப்புகள்

பணிகள் மூலம் தேவைகளின் நெகிழ்தன்மை

நெகிழ்தன்மை என்பது தொழில் மற்றும் பொருளாதாரத்தில் மிகவும் பயன்படும் ஒரு கருத்தாகும். கோரிக்கை பற்றிய நெகிழ்தன்மை, அளிப்பு போன்றவை வியாபார ஆய்வுகளின் பொதுவான பேச்சுவழக்கில் உள்ளதாகும்.

நெகிழ்தன்மை கோரிக்கைகளில் பொருளின் விலை, வாடிக்கையாளரின் வருமானத்தை அதிகரித்தல், போட்டி தயாரிப்பின் விலை (குறுக்கு நெகிழ்ச்சி, தேவை என அழைக்கப்படும்) விளம்பரங்கள், பதவி உயர்வு பிரச்சாரங்கள் போன்றவை வர்த்தக நிறுவனங்களில் மிகவும் பயனுள்ள கருத்துக்கள் ஆகும். விலை, வருமானம், போட்டியாளர் தயாரிப்பு அல்லது விளம்பரம் மற்றும் விகிதாசார செலவின் விலையில் ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு மாற்றம் வேண்டும் என்பதே இதன் நோக்கம்.

நெகிழ்தன்மை கோரிக்கையின் விலை

நெகிழ்தன்மை கோரிக்கையின் விலையை இப்போது பார்க்கலாம். இது 'E' என குறிக்கப்படுகிறது. வரையறை மூலம், E தரப்பட்டுள்ளது: [விலையில் மாற்ற விகிதம் / விலையில் மாற்றத்திற்கான விகிதம்]

$$[-\Delta Q / Q] / [\Delta Q / \Delta P]$$

இங்கே Q என்பது அளவு, P என்பது விலை, மற்றும்  $\Delta Q$  மற்றும்  $\Delta P$  ஆகியவை முறையே Q மற்றும் P இல் உள்ள மாற்றங்கள் ஆகும். [இரு திசை மற்றும் பரிமாண நெகிழ்தன்மையில் எதிர்மறை குறியீட்டு பயன்படுத்தப்படுகிறது மற்றும் Q (அளவு) P(விலை)-யில் இருந்து மாறுபடும், '-' அடையாளம்  $\Delta Q$  வீரியம் குறைந்தது].

$$E = - [\Delta Q / Q] \times [P / \Delta P]$$

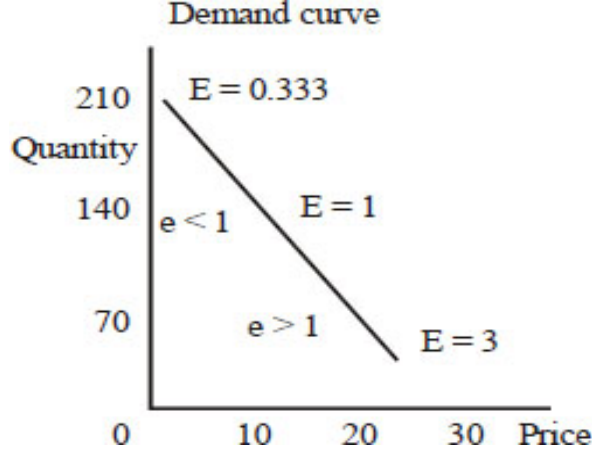
$$= - [P / Q] \times [\Delta Q / \Delta P]$$

$\Delta Q / \Delta P$  என்பது ஒரு சாய்வு செயல்பாடு என்பதை நினைவில் வைத்துக்கொள்ள வேண்டும், விலைக்கு பொறுப்பான அளவு சரிவு. எனவே, நெகிழ்ச்சித்தன்மை கோரிக்கையின் வளைவு சாய்வு பெருக்கம்-[P/Q]. அனைத்து சாதாரண பொருட்களிலும், ஆடம்பர பொருட்களிலும் விலை நெகிழ்தன்மை எதிர்மறையாக இருக்கிறது, ஆனால் வழக்கமாக எதிர்மறை குறி புறக்கணிக்கப்படுகிறது.

கோரிக்கை செயல்பாடு  $Q = 280 - 7P$ ; அதன் நெகிழ்தன்மை(E)  $-(P/Q) \times$  சாய்வு. சாதாரணமாக சாய்வு என்பது P-யை பொறுத்து Q-ன் முதல் வகைக்கெழு ஆகும். எனவே,  $dQ/dP = -7$ . P-யின் வெவ்வேறு மதிப்புகளுக்கு P கணக்கிடப்படுகிறது மற்றும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டது மற்றும் வரைபடம் கோரிக்கை வளைவை கொடுக்கிறது.

நெகிழ்வுத்திறன்,  $> 1$  என்பது விலை மீள்வதாகவும் விலை குறைக்கப்படலாம் எனவும் கூறப்படுகிறது. நெகிழ்வு  $< 1$  தேவை இல்லாத போது விலையை குறைப்பதன் மூலம் அதிகமாக விற்க முடியாது அதே நேரத்தில் விலையை உயர்த்துவதன் மூலம் உங்களின் விற்பனை அளவானது கடுமையாக பாதிக்கப்படும்.

தேவை வளைவு



குறிப்புகள்

P	10	20	30
தொடர்புடைய Q	210	140	70
சரிவு	-7	-7	-7
நெகிழ்ச்சி = $-(P/Q) \times (\text{சரிவு})$	0.333	1	3
மொத்த வருவாய் (P × Q)	2100	2800	2100

விலை ₹30 லிருந்து ₹20 ஆக குறைக்கப்படும்போது விற்பனை அளவானது ₹70 முதல் ₹140 வரை அதாவது, 33% முதல் 100% ஆக அதிகரித்துள்ளது. நெகிழ்திறன் அதிகமாக இருந்தபோது, P இன் விற்பனையை அதிகரிக்க அல்லது குறைக்க நிறுவனங்கள் செயல்படுகின்றன. மேலும் விற்பனை வருவாயானது ₹2100 முதல் ₹2800 வரை அதிகரிக்க வாய்ப்புள்ளது. விலை நெகிழ்ச்சித்திறன் 1 க்கு குறைவாக இருக்கும்போது விலை உயர்வின் மூலம் நல்ல வருவாய் கிடைக்கும். விலை ₹10 முதல் ₹20 ஆக உயர்த்தப்பட்டபோது, 100% அளவானது 210 முதல் 140 லிருந்து 33% மட்டுமே வீழ்ச்சியடைந்தது. அதே நேரத்தில் வருவாய் ₹2100 இலிருந்து ₹2800 ஆக உயர்ந்தது. இதனால் விற்பனையாளருக்கு விலையில் மீள்திறனற்ற கோரிக்கை வளைவை உயர்த்துவதற்கு அவர் செலுத்துகிறார். இதேபோல், ஒரு மீள் கோரிக்கை வளைவை அவர் கட்டியெழுப்பும்போது, அது விலைகளை குறைக்க செலுத்துகிறது.

விலையுயர்வு என்பது  $> 1$  விலை அளவுக்கு அப்பால் ₹20. எனவே, ₹20-லிருந்து எந்த விலை உயர்வையும் விற்பனையாளர் குறைந்த விற்பனையாகவே கொண்டிருக்கிறார். ஆனால் உயர் விலையில் இருந்து ₹20 க்கு விலை குறைக்கப்படுமேயானால், அது அவருக்கு பயனளிக்கும். விலை நெகிழ்ச்சி  $< 1$  முதல் ₹20 இல் இருக்கும் பொழுது அது விலைக்கு கீழே உள்ளது. விற்பனையாளர்களிடமிருந்து எந்த ஒரு விலையுயர்ந்த நிலையும் விற்பனையாளருக்கு மாற்றமுடியாது. ஆனால் விற்பனையாளரின் விலையை எந்த ஒரு விலையுயர்ந்த நிலையிலிருந்து விலக்குவதற்கும் தேவை நெகிழ்ச்சி புள்ளியை நோக்கி விலையில் எந்த விலை உயர்வையும் இயக்க நேரிடும்.

மாறிகள் மற்றும்  
செயல்பாடு

குறிப்புகள்

அமைப்பு பயன்படுத்தும் விலையில் நெகிழ்ச்சித்தன்மையின் சரிவு பயன்பாட்டை நீங்கள் கவனிக்கலாம். விலை நெகிழ்வு சாய்வு முறை P/Q ஆகும். சாய்வு விலை நெகிழ்ச்சித்தன்மையானது விலை நேரத்திற்கு நேர் விகிதத்தில் நேரடியான விகிதாசாரமாக இருப்பதை நீங்கள் கவனிக்கலாம்.

தேவைக்கான வருவாய் நெகிழ்ச்சி

வாடிக்கையாளர்களின் வருமானத்தில் மாற்றம் செய்ய வேண்டிய அளவீட்டை மாற்றும் பொழுது கோரிக்கை செயல்முறையின் மூலம் வருவாய் நெகிழ்ச்சியடைவது விவரிக்கப்படுகிறது.

வருமான நெகிழ்வு =  $[\Delta Q / Q] / [\Delta I / I]$  என்கே Q என்பது வருமானம் மற்றும்  $\Delta Q$  ஆகியவற்றின் அளவு மற்றும் Q மற்றும் I இல் மாற்றங்கள் உள்ளன. எதிர்மறை அறிகுறி இரு திசை மற்றும் பரிமாணத்தில் நெகிழ்ச்சி எனப் பயன்படுத்தப்படுவதைக் கவனிக்கவும், மேலும் Q (அளவு) விலைக்கு மாறுபடும்.

$$= [\Delta Q / Q] \times [I / \Delta I]$$

$$= -[I / Q] \times [\Delta Q / \Delta I]$$

கீழ்க்கண்ட கோரிக்கை வருமானம் செயல்படுவதைக் கருத்தில் கொள்ளுங்கள்:  $Q = 500 + 0.05 Q$ - வின் அளவு தேவை மற்றும் வருமானம். பின் Q மற்றும் I இன் பின்வரும் அட்டவணைகள் இணை உத்தரவிடப்பட வேண்டும்:

I	1000	1500	2000	2500
Q	550	975	600	625
சரிவு: $\Delta Q / \Delta I$	0.05	0.05	0.05	0.05
நெகிழ்ச்சி = $(I/Q) \times (\Delta Q / \Delta I)$	0.091	0.130	0.167	0.2

[வருவாய் கோரிக்கை செயல்பாட்டின் சரிவு, அந்த செயல்பாட்டின் முதல் வரிசை ஒழுங்குமுறை ஆகும். இந்த செயல்பாடு:  $Q = 500 + 0.05I$ . அதன் முதல் வரிசை வகை:  $\delta Q / \delta I = 0.05$ .

தேவைக்கான குறுக்கு நெகிழ்ச்சி

இது ஒரு பொருளின் விலையை தயாரிப்பதற்கு தேவையான அளவே விகிதம் ஆகும்.

X மற்றும் Y- இன் நிரப்பு பொருட்கள் என்றால் [அதாவது, கார் மற்றும் பெட்ரோல் போன்ற மற்றவற்றின் பயன்பாட்டைப் பயன்படுத்துவது] இதில் தேவை மற்றும் விலையுயர்வுக்கான விலையை உயர்த்துவதாகும்.

குறுக்கு நெகிழ்வு (நிரப்பு பொருட்கள்)  $Q_x$  மற்றும்  $P_y = [-DQ_x / Q_x] / [\Delta P_y / P_y] Q_x$  என்பது பெட்ரோல் இயக்கப்படும் காரின் அளவு,  $P_y$  யின் Y விலை (பெட்ரோல்) மற்றும்  $Q_x$  மற்றும்  $\Delta P_y$  ஆகியவை முறையே அளவு மற்றும் விலை மாற்றங்கள் ஆகும். [எதிர்மறை அடையாளம் இரு திசை மற்றும் பரிமாணத்திலும் நெகிழ்திறனாக பயன்படுத்தப்படுவதைக் கவனிக்கவும், Q (அளவு) விலைக்கு எதிராக மாறுபடுவதை கவனிக்கவும்.

$$= [-\Delta Q_x / Q_x] \times [P_y / \Delta P_y]$$

$$-\left[ \frac{P_y}{Q_x} \right] \times \left[ \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_y} \right]$$

X மற்றும் Y போட்டியிடும் பொருள்கள் என்றால் [காபி மற்றும் தேயிலை போன்ற மற்றவற்றின் உபயோகமற்ற பயன்பாட்டின் ஒரு விளைவின் பயன்பாடாக இருந்தால், Y இன் விலை உயரும் போது, X உயர்வு மற்றும் அதற்கு நேர்மாறாக தேவைப்படுகிறது.

குறுக்கு நெகிழ்ச்சி (மாற்று பொருட்கள்)  $Q_x$  மற்றும்;  $P_y = [\Delta Q_x / Q_x] / [\Delta P_y / P_y]$

$$= \left[ \frac{\Delta Q_x}{Q_x} \right] \times \left[ \frac{P_y}{\Delta P_y} \right]$$

$$\left[ \frac{P_y}{Q_x} \right] \times \left[ \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_y} \right]$$

விளம்பரம் மற்றும் ஊக்குவிப்பு தேவை நெகிழ்ச்சி

இது, விளம்பரம் மற்றும் பதவி உயர்வு ஆகியவற்றிற்கு செலவிடப்பட்ட தொகையில் மாற்றம் செய்ய வேண்டும் என்ற அளவில் உள்ள மாற்றத்தின் விகிதம் ஆகும்.

விளம்பரம் மற்றும் ஊக்குவிப்பு தேவை நெகிழ்ச்சி =  $[(\Delta/Q) \times (\Delta Q/\Delta A)]$  இதில் A என்பது விளம்பரத்திற்காக செலவழித்த தொகை. இங்கே சரிவு பொதுவாக நேர்மறையாகவும் விளம்பரம் மற்றும் பதவி உயர்வுக்கு தேவை நெகிழ்ச்சியாகவும் உள்ளது. அதனால் தான் பெரிய நிறுவனங்கள் விளம்பர பதவி உயர்வு குறித்து அதிக செலவு செய்கின்றனர்.

### 3.3.1 செயல்பாட்டின் மீப்பெருமதிப்புகள் மற்றும் மீச்சிறுமதிப்புகள்

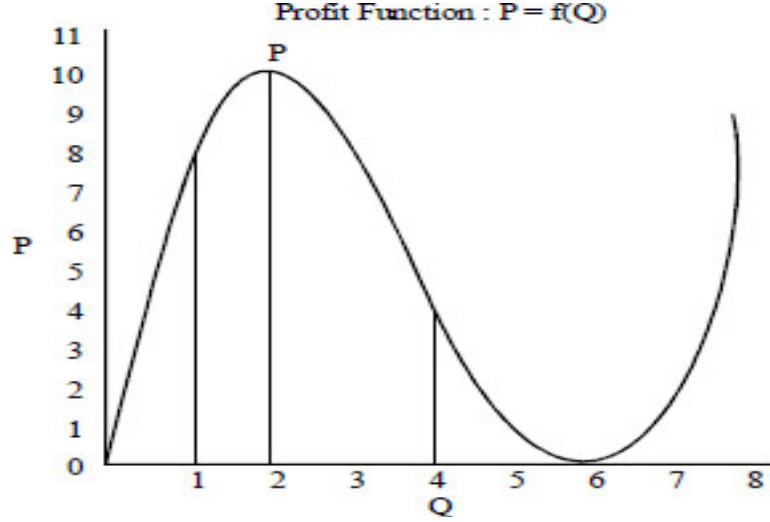
ஒரு செயல்பாடானது, குறிப்பாக உயர் நிலை செயல்பாடாகும். செயல்பாடுற்ற மாறியின் மாறுபாட்டின் சில மதிப்பிற்கும், செயல்பாடுற்ற மாறியின் சில மதிப்பிற்கும் மிக அதிகமானதாக இருக்கலாம், மேலும் பல “உச்சங்கள்” மற்றும் “இறக்கங்கள்” இருக்கலாம். இந்த ‘உச்சங்கள்’ ‘மீப்பெருமதிப்புகள்’ என்று அழைக்கப்படுகின்றன, “இறக்கங்கள்” “மீச்சிறு மதிப்புகள்” என்று அழைக்கப்படுகின்றன. எனவே, மீப்பெருமதிப்புகள் மற்றும் மீச்சிறு மதிப்புகளை ஆய்வு செய்ய வேண்டும்.

$P = f(Q)$  செயல்பாட்டின் கீழ் கொடுக்கப்பட்ட வரைபடத்தை பாருங்கள்.

குறிப்புகள்

மாறிகள் மற்றும்  
செயல்பாடு

குறிப்புகள்



Q = 1 முதல் 4 வரையிலான இடைவெளியில் வரைபடத்தை கவனியுங்கள். F(Q) x = 2 இன் இடது பக்கம் அதிகரித்து Q = 2 இன் வலதுபுறத்தில் குறைகிறது மற்றும் P இல் மிக அதிகமாக உள்ளது, Q = 2 இடைவெளியைக் கவனியுங்கள், Q = 5 முதல் 7 வரை. Q = 6 இன் இடதுபுறத்தில், f(Q) குறைகிறது மற்றும் Q = 6 இன் வலதுபுறத்தில், f(Q) அதிகரித்து Q = 6 ஆகக் குறைவாக இருக்கும். F(Q) உயரும் போது, சாய்வு நேர்மறையானது மற்றும் குறைக்கும்போது, சாய்வு எதிர்மறையாக இருக்கிறது. சாய்வு பூஜ்ஜியமாக இருக்கும்போது, f(x) அதிகபட்சமாகவோ அல்லது குறைந்தபட்சமாகவோ இருக்கும். எனவே, சாய்வு பூஜ்ஜியம் என்றால், f(x) அதன் அதிகபட்சம் அல்லது அதன் குறைந்தபட்சம் என்று நிச்சயமாக நாம் எவ்வாறு சொல்ல முடியும்? இங்கே 2 வது வரிசை வழி வகுப்பு அல்லது  $d^2P/dQ^2$  எங்கள் மீட்புக்கு வருகிறது.  $D^2P/dQ^2$  இன் மதிப்பு  $<0$ , அதாவது எதிர்மறை, f(Q) அதன் அதிகபட்ச புள்ளியில் உள்ளது மற்றும்  $d^2P/dQ^2 > 0$ , அதாவது நேர்மறை, f(Q) அதன் குறைந்தபட்ச புள்ளியில் உள்ளது.

உதாரணம் 3.27:

இலாப செயல்பாடு என்பது  $P = Q^3/3 - 4Q^2 + 12Q$ .

Q வின் அதிகபட்ச மற்றும் குறைந்தபட்ச இலாபத்தை கண்டுபிடிக்கவும்.

தீர்வு:

இலாபம் =  $Q^3/3 - 4Q^2 + 12Q$ ;

1ம் வழிபொருளை காண்பி  $dP/dQ = Q^2 - 8Q + 12$

நாம் இதை 0 சமமாக அமைக்க என்றால், எங்களுக்கு கிடைக்கும்:  $Q^2 - 8Q + 12 = 0$ .

அதனால்,  $(Q-2)(Q-6) = 0$ .

அதனால்,  $(Q-2) = 0$  அல்லது  $(Q-6) = 0$ .

அதனால்,  $(Q) = 2$  அல்லது  $Q = 6$ .

2 வது பிரிவானது:  $d^2P/dQ^2$  இன்  $Q^2 - 8Q + 12 = 2Q - 8$ ;



நாம் மதிப்பு வைத்து இருந்தால்,  $Q = 2$ , 2 வது வகைக்கெழுவில் வைத்து இருந்தால்,  $2(2) - 8 = -4$  என்பது 2 வது வகைக்கெழுவின் மதிப்பு ஆகும்.  $Q = 6$  ஐ வைத்து இருந்தால், அதன் மதிப்பு:  $2(6) - 8 = 4$ . ஆகும்.

ஆரம்ப நுண்கணிதம் கூறுகையில் 2 வது வகைக்கெழுவின் மதிப்பு எதிர்மறையானதாக இருந்தால், இலாபத்தின் அளவு அந்த வெளியீட்டின் நிலையில் அதிகபட்சம் ஆகும். இங்கே,  $Q = 2$  க்கு, 2 வது வகைக்கெழுவானது எதிர்மறையானது மற்றும்  $Q = 2$  இல், லாபம் அதிகமானது ஆகும்.

கணக்கிட முடியும் இலாப சமன்பாட்டை எடுத்துக்கொள்ளுங்கள்: லாபம் =  $Q^3/3 - 4Q^2 + 12Q$ . இங்கே  $Q = 2$  ஐ வைக்கவும்.  $8/3 - 4(4) + 12(2) = 10.67$  என இலாபத்தைப் பெறுகிறோம்.  $Q = 6$  இல்,  $216/3 - (4 \times 26) + 12(6) = 72 - 144 - 72 = 0$ . என்ற இலாபத்தை நாம் பெறுகிறோம்.

நாம் கீழே உள்ள வெவ்வேறு  $Q$  அளவுகளை லாபம் பெற வரிசைப்படி புள்ளிகளை பெற முடியும்:

Q	0	1	2	3	4	5	6	7
லாபம் = P	0	9	10.67	9	5.33	1.67	0	2.33

இந்த புள்ளிகள் மேலே கூறப்பட்ட இலாப செயல்பாட்டின் வரைபடத்தில் திட்டமிடப்பட்டுள்ளன.

குறிப்பு: ஒரு செயல்பாடு பல மீப்பெரு மதிப்புகளை மற்றும் அதனுடன் தொடர்புடைய மீச்சிறு மதிப்புகளை கொண்டிருக்கலாம்.

மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு

குறிப்புகள்

மாறிகள் மற்றும்  
செயல்பாடு

குறிப்புகள்

### உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறிக

1. கோடிட்டத்தை தகுந்த வார்த்தைகளால் நிரப்புக.
  - a. \_\_\_\_\_ முறையில் நிரலாக்க நுட்பம் ஒரே ஒரு வியாபாரத்தின் தொழில்நுட்பம் மற்றும் பொருளாதாரம், ஒரே ஒரு சமன்பாடுகள் மற்றும் ஏற்றத்தாழ்வுகளை விளக்குகிறது.
  - b. \_\_\_\_\_ இன் புள்ளிவிவர நுட்பம், விற்பனை தொகுதி போன்ற மாறுபாடுகளின் இடையே கடந்தகால உறவுகளின் கடந்த போக்குகளை ஆராய்கிறது.
  - c. \_\_\_\_\_ மாதிரியானது முடிவுகளின் விளைவுகள் தனிப்பட்டவை அல்ல, முழு உறுதியுடன் கணிக்க முடியாத சூழ்நிலைகளை பிரதிபலிக்கிறது.
  - d. பல்லுறுப்புக்கோவல்கள் மற்றும் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் வெளிப்படுத்தப்பட்ட ஒரு செயல்பாடானது \_\_\_\_\_ செயல்பாடு ஆகும்.
2. பின்வரும் அறிக்கைகள் உண்மை அல்லது தவறானவையா என்பதை கண்டறிக.
  - a. பகுதியின் வரம்பு என்பது இரண்டு தீவிர புள்ளிகளுக்கு இடையில் உள்ள மதிப்புகளை வாசிப்பதாகும்.
  - b. ஏற்றுக்கொள்ளும் மாதிரி புள்ளிவிவர தரக் கட்டுப்பாட்டின் கட்டமாகும், இது தேவையான அளவு கொண்டதை நிராகரிக்கவோ ஏற்றுக்கொள்ளவோ முடியுமா என்பதை முடிவு செய்ய முயற்சிக்கிறது.
  - c. உருவகப்படுத்துதல் முடிவுகளின் தன்மையான அனுமானம் மற்றும் மிகவும் துல்லியமானவை அல்ல.
  - d.  $f'(x) \geq 0$  என்றால்,  $f(x)$   $x$  இன் செயல்பாடு அதிகரிக்கிறது மற்றும்  $f''(x) \leq 0$  என்றால்,  $f(x)$   $x$  இன் செயல்பாடு குறைகிறது.

### 3.4 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்

- |    |              |              |
|----|--------------|--------------|
| 1. | a. கணித      | b. பின்னடைவு |
|    | c. நிகழ்தகவு | d. இயற்கணித  |
| 2. | a. தவறான     | b. உண்மை     |
|    | c. உண்மை     | d. உண்மை     |

### 3.5 சுருக்கம்

- ஒரு மாறியின் வழி மற்ற மாறிகள் சார்ந்து செயல்படும் விதத்தை குறிக்கிறது.

- புள்ளி  $(c, f(c))$  என்பது,  $y = f(x)$ , (i)  $f(c+h) \leq f(c)$ , மற்றும் (ii)  $f(c-h) \leq f(c)$  என்ற சிறிய  $h \geq 0$  என்று அழைக்கப்படுகிறது.  $f(c)$  என்பது தான் அதிக பட்ச மதிப்பு  $f(x)$  எனப்படுகிறது.
- ஒரு செயல்பாடு  $f(x)$  அதிகரித்து வருகிறது (குறைந்து)  $f(x+c) \geq f(x) \geq f(x-c)$  [  $f(x+c) \leq f(x) \leq f(x-c)$  ] அனைத்து  $c \geq 0$ .

மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடு

குறிப்புகள்

### 3.6 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்

- இயற்கணித செயல்பாடுகள்: இயற்கணித செயல்பாடுகளை ஒரு கூட்டு எண் மூலம் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் மற்றும் ஒரு இயற்கணித சமன்பாடுகளின் ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட எண்ணிக்கையை தீர்க்கும் திறன் ஆகியவற்றின் மூலம் பெறலாம். பல்லுறுப்புக்கோவைகள், பகுத்தறிவு மற்றும் தீவிர செயல்பாடுகளை இயற்கணிதமாகக் கொண்டுள்ளன
- உறிஞ்சுதல் செலவு: இது மொத்த செலவு நுட்பம் (அதாவது, நிர்ணயிக்கப்பட்ட செலவு மற்றும் மாறும் செலவு) உற்பத்திச் செலவு என அளவிடப்படும்.
- மீப்பெருமதிப்புகள் மற்றும் மீச்சிறுமதிப்புகள்: மீப்பெருமதிப்புகள் மற்றும் மீச்சிறுமதிப்புகள் மிகப்பெரிய மதிப்பு (அதிகபட்சம்) அல்லது மிகச்சிறிய மதிப்பு (குறைந்தபட்சம்), ஒரு செயல்பாடு ஒரு குறிப்பிட்ட பகுதிக்குள் அல்லது செயல்பாட்டு எல்லைக்குள் ஒரு புள்ளியில் எடுக்கும்.

### 3.7 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்

#### குறு விடை வினாக்கள்

1. இரட்டைப்படை மற்றும் ஒற்றைப்படை செயல்பாடுகளை வேறுபடுத்துக.
2. உண்மையான மதிப்பு என்ன?

#### நெடு விடை வினாக்கள்

1. மாறிகள் மற்றும் செயல்பாடுகளை எடுத்துக்காட்டுகளுடன் விளக்குக.
2. பின்வரும் செயல்பாடுகளில் மீப்பெருமதிப்புகள் மற்றும் மீச்சிறுமதிப்புகள் பற்றி விவாதிக்கவும்.

(i)  $x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 10$

(ii)  $x^3 - 3x^2 - 9$

(iii)  $x = \frac{1}{x+1}$

(iv)  $\frac{(x+3)^2}{x^2+1}$

மாறிகள் மற்றும்  
செயல்பாடு

$$(v) x + \sin 2x \text{ (for } 0 \leq x \leq \pi)$$

குறிப்புகள்

$$(vi) \cos x + \cos 3x \text{ (for } 0 \leq x \leq \pi)$$

### 3.8 மேலும் படிக்க

தாஹா, எச்.ஏ. 2006. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி: ஒரு அறிமுகம், 8 வது பதிப்பு. புது தில்லி: இந்தியாவின் ப்ரிண்ட்ஸ் ஹால்.

ஜென்சன், பால் ஏ, மற்றும் ஜோனதன் எப். 2003. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி மாதிரிகள் மற்றும் முறைகள். நியூயார்க்: ஜான் விலே ரூ சன்ஸ்.

குப்தா, பி.கே., மற்றும் டி.எஸ்.ஹிரா. 2002. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி அறிமுகம் புது தில்லி: எஸ். சந்த் ரூ கோ.

கோத்தாரி, சி.ஆர். 1982. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி ஒரு அறிமுகம். புது தில்லி: விகாஸ் பப்ளிஷிங் ஹவுஸ் பிரைவேட். லிமிடெட்.

காலாவதி, எஸ். 2013. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி, 4 வது பதிப்பு. புது தில்லி: விகாஸ் பப்ளிஷிங் ஹவுஸ் பிரைவேட். லிமிடெட்.

## அலகு 4 நேரியல் நிரலாக்கம்: அறிமுகம்

### அமைப்பு

- 4.0 அறிமுகம்
- 4.1 நோக்கங்கள்
- 4.2 பல்வேறு வகையான நேரியல் நிரலாக்க வடிவம்
  - 4.2.1 நேரியல் நிரலாக்க பொருள்
  - 4.2.2 தொழில்நுறையின் முக்கியத்துவம் மற்றும் செயல்முறை செயலாக்கம்
  - 4.2.3 நேரியல் நிரலாக்க சிக்கல்களின் கூறுகள்
  - 4.2.4 நேரியல் நிரலாக்க சிக்கலின் உருவாக்கம்
- 4.3 LPP -ன் நியதி மற்றும் தரநிலை வடிவம்
- 4.4 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 4.5 சுருக்கம்
- 4.6 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 4.7 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 4.8 மேலும் படிக்க

### குறிப்புகள்

### 4.0 அறிமுகம்

இந்த அலகு நேரியல் நிரலாக்கத்திற்கு(LP) உங்களை அறிமுகப்படுத்துகிறது. இங்கு நீங்கள் LP பிரச்சனையின் பல்வேறு கூறுகளை முதலில் அறிந்துகொள்வீர்கள். ஒரு LP பிரச்சனை எவ்வாறு உருவாகலாம் மற்றும் LPP இன் நிலையான மற்றும் நியமன வடிவங்கள் பற்றி நீங்கள் கற்றுக் கொள்வீர்கள்.

### 4.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகை நீங்கள் படித்து முடித்த பின்பு உங்களால்,

- நேரியல் நிரலாக்கத்தின் அர்த்தத்தை புரிந்து கொள்ள முடியும்.
- LP இல் பயன்படுத்தப்படக்கூடிய பல்வேறு துறைகள் பற்றி ஆய்வு செய்ய முடியும்.
- LP பிரச்சனையை வடிமைக்க முடியும்.
- LP பிரச்சனைகளின் நிலையான வடிவத்தை விவரிக்க முடியும்.

### 4.2 பல்வேறு வகையான நேரியல் நிரலாக்க வடிவம்

குறிப்பாக பிரச்சினைகள் குறித்தும் பொருட்களின் உற்பத்தி தொடர்பான, முடிவெடுப்பது எப்போதும் வணிக மற்றும் தொழில்நுறை உலகில் மிகவும் முக்கியமானது, சரக்கு/பொருட்கள் உற்பத்தி மற்றும் எந்த அளவுகளில் அவற்றை உற்பத்தி செய்ய வேண்டும் எந்த செயல்முறை அல்லது செயலாக்கங்கள் தயாரிக்கப்பட வேண்டும் என்று உற்பத்தி மேலாளருக்கு முன்னால் சில

குறிப்புகள்

முக்கிய கேள்விகள் வைக்கப்படுகின்றன. இந்த தொடர்பில் ஆல்.பிரட் மார்ஷல் வணிகர்கள் எப்போதும் தனது உற்பத்தி செயல்பாடு மற்றும் உள்ளீட்டு விலைகளைப் படிப்பதாகவும், அவரது செலவுகள் குறைந்தபட்சம் ஆகக்கூடிய வரையில் ஒரு உள்ளீட்டை மாற்றுகிறது என்றும் குறிப்பிடுகிறார். மார்ஷல் கருத்துப்படி இந்த மாதிரியான மாற்றீடு வணிகர் பயிற்சி பெற்ற உள்ளூர்வால் சாதாரண கணக்குகளுடன் ஒப்பிடப்படுகிறது. ஆனால் இப்போது முறையான கணக்கீடுகளின் ஒரு முறையே நேரியல் செய்நிரலாக்கம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இந்த முறை முதலில் ஒரு ரஷ்ய கணிதவியலாளர் L.V. கன்டோரோவிச் அவர்களால் உருவாக்கப்பட்டது. ஆனால், 1947 ஆம் ஆண்டில் அமெரிக்க விமானப் படைகளின் சிக்கனமான கொள்முதல் நடவடிக்கைகளை திட்டமிடுவதற்காக ஜார்ஜ் B. டாண்ட்சிக்கால் உருவாக்கப்பட்டது. இன்று, நடைமுறை வணிக சிக்கல்களின் பரந்த அளவிலான தீர்வுக்கு இந்த முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது. தொழில்துறையில் உள்ள பல பிரச்சனைகளுக்கு தீர்வு காண மின்னணு கணினியின் வருகையானது அதன் பயன்பாடுகளை மேலும் அதிகரித்துள்ளது. இது பல்துறை மேலாண்மை நுட்பங்களில் ஒன்றாக கருதப்படுகிறது.

4.2.1 நேரியல் நிரலாக்க பொருள்

நேரியல் நிரலாக்கம் (LP) என்பது இரண்டாம் உலகப் போருக்குப் பின் வணிக முடிவெடுக்கும் துறையில் குறிப்பாக, உறுதியான நிலைமைகளின் கீழ் ஒரு பெரிய கண்டுபிடிப்பு ஆகும். 'நேரியல்' என்ற வார்த்தை என்பது, உறவுகள் நேர்க்கோடுகளால் குறிக்கப்படும், அதாவது,  $y = a + bx$  'நிரலாக்கம்' என்ற வார்த்தையானது, திட்டமிட்ட முறையில் முடிவுகளை எடுப்பதாகும். இவ்வாறு, LP என்பது, குறிப்பிட்ட நிகழ்வுகளின் சார்பான வேறுபாடுகள் நேர்கோடாக இருப்பதைக் கருத்தில் கொண்டிருக்கும் ,கருத்தாய்வுகளின் கீழ் ஒரு முடிவெடுக்கும் நுட்பமாகும். உண்மையில், டாண்ட்சிக் முதலில் 'நேரியல் கட்டமைப்பில் ஒன்றிணைந்த செயல்திட்டங்களின் நிரலாக்கம்' என்று அழைத்தார், அதன் பின்னர் அது 'நேரியல் நிரலாக்கம்' என்று சுருக்கப்பட்டது. LP பொதுவாக அதிகபட்சத்தை (விற்பனையை அல்லது லாபத்தை அதிகப்படுத்துதல்) தீர்க்க அல்லது சில அனுமானங்களுக்கு உட்பட்டு குறைக்கப்படுதல் (செலவு குறைத்தல்) சிக்கல்களில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஒரு முறையான வழியில் செலுத்த, நேரியல் நிரலாக்கம் என்பது அதிகப்படுத்துதல் (அல்லது குறைத்தல்), நேரியல் செயல் மாறிகள் கட்டுப்பாட்டு ஏற்றத்தாழ்வுகளை குறிக்கும். எனவே, L.P. திட்டமிடல், தயாரிப்பு-கலவை மற்றும் பலவற்றின் சிக்கல்களில் உறுதியான நிலைமைகளின் கீழ் கிடைக்கக்கூடிய ஆதாரங்களை உகந்த முறையில் வழங்குவதற்கு அமைப்புக்கு உதவ வடிவமைக்கப்பட்ட ஒரு கணித நுட்பமாகும்.

4.2.2 தொழில்துறையின் முக்கியத்துவம் மற்றும் செயல்முறை செயலாக்கம்

ஒரு தீர்வை வழங்குவதற்கான LP சிக்கல் சில சார்பற்ற மாறிகளுக்கு அதிகபட்சம் அல்லது குறைக்கப்படலாம், இது சுதந்திர மாறிகள் பல்வேறு கட்டுப்பாடுகளுக்கு உட்பட்ட போது பல சுதந்திர மாறிகளின் செயல்பாடு ஆகும். சார்பு மாறி பொதுவாக இலாபங்கள், உற்பத்தி, செலவுகள், பணிச்சூழல்கள், கப்பலின் கொள்ளளவு போன்றவற்றை ஏற்றுமதி செய்யக்கூடிய

சில பொருளாதார நோக்கங்கள் ஆகும். மேலும், இலாபங்கள் பொதுவாக விரும்பப்படுகின்றன. குறைவான இலாபம் மற்றும் குறைவான செலவுகள் அதிக செலவினங்களுக்கு முன்னுரிமை அளிக்கப்படுகின்றன. எனவே, நிறுவனத்தின் குறிக்கோள் ஒன்றின் சார்புடைய மாறியின் அதிகபட்சம் அல்லது குறைப்பதை பிரதிநிதித்துவப்படுத்துவது பொருத்தமானதாகும். LP பொதுவாக நேர்மறையான அனுமானங்களைக் கொண்டு கொடுக்கப்பட்ட கட்டுப்பாட்டின் கீழ் இத்தகைய குறிக்கோள்களைக் குறித்து கவனம் கொண்டுள்ளது. உண்மையில், வணிக ரீதியிலான பரந்தளவிலான பல்வகை வணிகப் பயன்பாட்டிற்கு அதன் வலிமையைப் பெறுவதற்கு சக்தி வாய்ந்ததாகும். LP பயன்பாடுகளில் ஏராளமானவை தினமும் அதிகரித்து வருகின்றன. ஆதார ஒதுக்கீடு பிரச்சினைகளை தீர்ப்பதில் LP விரிவாக பயன்படுத்தப்படுகிறது. உற்பத்தி திட்டமிடல் மற்றும் அட்டவணை, போக்குவரத்து, விற்பனை மற்றும் விளம்பரம், நிதி திட்டமிடல், மெல்லிய கோப்பு பகுப்பாய்வு, பெருநிறுவன திட்டமிடல் மற்றும் பல. மேலும் குறிப்பாக, பின்வரும் துறைகளில் LP வெற்றிகரமாக பயன்படுத்தப்பட்டது:

குறிப்புகள்

- (i) வேளாண்மை: விவசாய மேலாண்மை சிக்கல்களில் ஏராளமான வளங்களை ஒதுக்கீடு செய்வதன் மூலம் ஏராளமான வருமானம், உழைப்பு, நீர் வழங்கல் அல்லது உழைப்பு மூலதனம், நிகர வருவாயை அதிகரிக்க LP பயன்படுத்தப்படலாம்.
- (ii) ஒப்பந்த விருதுகள்: LP க்கு வழங்குவதன் மூலம் ஒப்பந்தங்களை மதிப்பிடுதல், மலிவான வழியில் விருதுகள் வழங்கப்படுமென உறுதிப்படுத்துகிறது.
- (iii) தொழிந்துறை: தொழில் மற்றும் தொழிந்துறைகளில் LPயின் பயன்பாடுகள் மிகவும் வேறுபட்ட வகையிலானவை. செலவின குறைப்பு பற்றிய போக்குவரத்து சிக்கல்கள் இந்த நுட்பத்தால் தீர்க்கப்பட முடியும். உற்பத்தித் தயாரிப்பு (தயாரிப்பு-கலவை) மற்றும் சரக்குக் கட்டுப்பாட்டு சிக்கல்களை தீர்க்கும் நுட்பத்தையும் பயன்படுத்தலாம்.

இவ்வாறாக, LP பல்வேறு துறைகளில் நவீன காலத்தில் வர்த்தகம் மற்றும் தொழிலில் முடிவெடுக்க மிக பரவலாக பயன்படுத்தப்படும் நுட்பம் ஆகும்.

#### 4.2.3 நேரியல் நிரலாக்க சிக்கல்களின் கூறுகள்

LP நுட்பத்தை எளிதாக ஏற்றுக்கொள்வதற்கு, சில அடிப்படை கருத்துகள் மற்றும் குறிப்புகள் உள்ளன. அத்தகைய கருத்துக்கள் பற்றிய ஒரு சுருக்கமான குறிப்பு பின்வருமாறு:

- (i) நேரியல்: நேரியல் வரி என்பது தொடர்புடைய மாறிகள் மத்தியில் நேர் கோடு அல்லது விகிதாசார உறவுகளை குறிக்கிறது. பொருளாதார கோட்பாட்டின் நேர்காணலானது நிலையான வருவாய் என்று அறியப்படுகிறது, இதன் பொருள், உள்ளீடுகளின் அளவு இரட்டிப்பாக்கப்பட்டால், அதனுடன் தொடர்புடைய வெளியீடுகளும் லாபங்களும் இரட்டிப்பாகின்றன என்பதாகும். எனவே, இரு எந்திரங்கள் மற்றும் இரண்டு தொழிலாளர்கள் ஒரு இயந்திரம் மற்றும் ஒரு தொழிலாளி என இரு மடங்காக உற்பத்தி செய்ய முடியும் என்பதை

குறிப்புகள்

நேரியல் அனுமானம் குறிக்கிறது. நான்கு இயந்திரங்கள் மற்றும் நான்கு தொழிலாளர்கள் என்பது இரண்டு இயந்திரங்கள் மற்றும் இரண்டு தொழிலாளர்களின் ரெட்டிப்பு ஆகும்.

(ii) செயல்முறை மற்றும் அதன் நிலை. செயல்முறை என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட வெளியீட்டை உருவாக்க குறிப்பிட்ட உள்ளீடுகளின் கலவையாகும். ஒரு செயலில், உற்பத்தியின் காரணிகள் நிலையான விகிதங்களில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன, நிச்சயமாக, தொழில்நுட்பத்தைப் பொறுத்து, ஒரு மாற்றீடாக எந்த செயல்பாடுகளும் சாத்தியமில்லை. ஒரு பொருளை தயாரிப்பதற்காக ஒரு நிறுவனத்திற்கு பல செயல்முறைகள் இருக்கலாம், ஒரு செயல்முறை மற்றொரு இடத்திற்கு மாற்றப்படலாம். இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட செயல்முறைகள் ஒரே நேரத்தில் பயன்படுத்தப்படும்போது, ஒரு செயல்முறையின் மற்றொரு குறுக்கீடு இல்லை. ஒரு தயாரிப்பு இரண்டு வெவ்வேறு வழிகளில் உற்பத்தி செய்யப்படலாம் என்றால், ஒரு நேர்கோட்டு திட்டத்தின் நோக்கத்திற்காக இரண்டு வெவ்வேறு செயல்முறைகள் (அல்லது நடவடிக்கைகள் அல்லது முடிவு மாறிகள்) உள்ளன.

(iii) அடிப்படை செயல்பாடு. இது குறிக்கோள் சார்பாக அறியப்படுகிறது, இது அளவின் தீர்மானங்களை அதிகப்படுத்த வேண்டும் அல்லது குறைக்க வேண்டும் என்பதைக் குறிப்பிடுகிறது. உதாரணத்திற்கு, வருவாய் அல்லது இலாபமானது, அதிகபட்சமாக அதிகரிக்கும் போது அல்லது இது போன்ற ஒரு செயல்பாட்டை, குறைக்கும்போது வரும் சிக்கல்கள். ஒரு குறிக்கோள் செயல்பாடு, உற்பத்தி அல்லது கையகப்படுத்துதலின் அலகுக்கு வருவாய் (லாபம்) அல்லது செலவுக் குணகங்களுடன் கூடிய அனைத்து நடவடிக்கைகளையும் உள்ளடக்கியது. இதன் இலக்கு, செயல்பாட்டை அதிகரிக்க அல்லது இந்த செயல்பாடுகளை குறைக்க முடியும். இதன் இலக்கு, செயல்பாட்டை அதிகரிப்பது அல்லது இந்த செயல்பாட்டை குறைப்பதாக இருக்கலாம். குறியீட்டு வடிவத்தில்,  $ZX$  அதன் செயல்பாடுகளில்  $X$  மட்டத்தில் குறிக்கோளின் செயல்பாட்டின் மதிப்பை குறிக்கலாம். இது ஒரு குறிப்பிட்ட மட்டத்தில் உற்பத்தி செய்யப்படும் தனிப்பட்ட நடவடிக்கைகளின் மொத்த தொகையாகும். நடவடிக்கைகள்  $j = 1, 2, \dots, n$  என குறிக்கப்படுகின்றன.  $j$  ன் செயல்பாடுகளின் வருவாய் அல்லது செலவு இணை-செயல்திறன்  $C_j$  ஆல் குறிக்கப்படுகிறது. எனவே,  $2X_1$  என்பது,  $X$  அலகுகளின் செயலிகள்  $J = 1, C_1 = 2$  இன் லாபம் (அல்லது இழப்பு) விளைவிக்கும் என்பதைக் குறிக்கிறது.

(iv) கட்டுப்பாடுகள் அல்லது ஏற்றத்தாழ்வுகள். இவை ஒவ்வொன்றும் திட்டமிட மற்றும் தீர்மானிக்க வேண்டிய வரம்புகள் அதாவது, முடிவு மாறிகள் மீது விதிக்கப்படும் கட்டுப்பாடாகும். உதாரணத்திற்கு, ஒரு குறிப்பிட்ட இயந்திரத்திற்கு ஒரு தொழிலாளி செயல்பட வேண்டும் மற்றொரு இயந்திரத்திற்கு குறைந்தபட்சம் நான்கு தொழிலாளர்கள் தேவை (அதாவது,  $>4$ ) பெரும்பாலான 20 இயந்திரங்கள் (அதாவது,  $<20$ ) தேவைப்படும் தயாரிப்பின் எடை 10 lbs மற்றும் அதற்கு அதிகமாக இருக்க வேண்டும், எல்லாவிதமான கட்டுப்பாடுகளையும் அல்லது அனைத்து உதாரணங்களும் சமமற்றதாக அறியப்படும்.



குறிப்புகள்

$X > C$  போன்ற ஏற்றத்தாழ்வுகள் ( $X$  ஆனது  $C$  அல்லது  $X < C$  யை விட அதிகமாக உள்ளது, ( $C$  யை விட  $X$  குறைவாக இருக்கும்) கடுமையான ஏற்றத்தாழ்வுகள் என்று கூறப்படுகிறது. தடைகளை போன்ற பலவீனமான ஏற்றத்தாழ்வுகள் வடிவில் இருக்கலாம்.  $X \leq C$  ( $X$  குறைவாகவோ அல்லது சமமாக இருக்கும்) அல்லது  $X \geq C$  ( $X$  யை விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும்).  $X = C$  ( $X$  ஆனது  $C$  க்கு சமமாகக் கூறுகிறது) போன்ற கடுமையான சமமான வடிவங்களில் தடைகள் இருக்கலாம்.

இப்போது  $b_i$  பல்வேறு உற்பத்தி செயல்முறைகளில் பயன்படுத்தக்கூடிய  $i$  ஆனது ஆதாரங்களின் அளவு  $b$  யைக் குறிக்கிறது. ஆதாரத்துடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள இணை செயல்திறன்  $i$  தயாரிப்பு அலகு ஆகும் தயாரிப்புக்காக உற்பத்தி செய்ய வேண்டிய ஆதாரங்களின் அளவு  $j$  ஆகும்.

- (v) சாத்தியமான தீர்வுகள். இவை அனைத்தும் கொடுக்கப்பட்ட கட்டுப்பாட்டின் கீழ் வேலை செய்யக்கூடிய சாத்தியமான தீர்வுகள் ஆகும். அனைத்து சாத்தியமான தீர்வுகளையும் உள்ளடக்கிய இப்பகுதி சாத்தியமான பகுதி என குறிப்பிடப்படுகிறது.
- (vi) சிறந்த தீர்வு. உகந்த தீர்வு அனைத்து சாத்தியமான தீர்வுகளிலும் சிறந்தது.

நேரியல் நிரலாக்க மாதிரியின் பொது வடிவம்

நேரியல் நிரலாக்க பிரச்சனை கணிதரீதியாக பின்வருமாறு கூறப்படுகிறது: அளவை தேர்ந்தெடு.

$$X_j \geq 0 (j = 1, \dots, n) \quad \dots(4.1)$$

இது அல்லாத எதிர்மறை நிலை என்றும் அறியப்படுகிறது மற்றும் எளிமையான வகையில்  $X$  எதிர்மறையாக இருக்கக்கூடாது.. அதிகரிக்க,

$$Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \quad \dots(4.2)$$

இந்த கட்டுப்பாடுகள்,

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq b_i \quad (i=1, \dots, m) \quad \dots(4.3)$$

இது எளிய வடிவத்தில் ஒரு நேர்கோட்டு நிரலாக்க மாதிரியின் வழக்கமான கட்டமைப்பு ஆகும். இந்த மாதிரியை லாபம் அதிகரிக்கும் நிலைமை என வரையறுக்க முடியும், அங்கு  $n$  உற்பத்தி நடவடிக்கைகள் குறைந்த அளவிலான  $m$  வளங்களைக் கொண்டிருக்கும் நிலையில், முடிவு செய்யப்பட வேண்டிய  $X_j$  இல் தொடரும்.  $J$  ன் செயல்பாட்டின் ஒவ்வொரு அலகுக்கும்  $C$  மறுபரிசீலனை செய்கிறது மற்றும் வளத்தின் ஒரு அளவு  $a_{ij}$  ஆனது  $i$

யை பயன்படுத்துகிறது. Z ஆனது கொடுக்கப்பட்ட அமைப்புக்கான புறநிலை செயல்பாட்டின் உகந்த மதிப்பை குறிக்கிறது.

#### ஊகங்கள் அல்லது நிபந்தனைகள் பூர்த்தி செய்யப்பட வேண்டும்

குறிப்புகள்

LP மாதிரியானது விகிதாசார, உறுதிப்பாடு, கூடுதல் தன்மை, தொடர்ச்சி மற்றும் வரையறுக்கப்பட்ட தேர்வுகள் ஆகியவற்றின் அடிப்படையிலானது.

விகிதாசாரமானது புறநிலை செயல்பாடு மற்றும் கட்டுப்பாடற்ற ஏற்றத்தாழ்வுகள் ஆகியவற்றில் கருதப்படுகிறது. பொருளாதார சொற்களியல், இதன் பொருள் நிலையான அளவிலான வருவாயைக் குறிக்கிறது என்பதாகும், அதாவது, ஒரு தயாரிப்பு ஒரு அலகு ₹5 லாபத்தை கொண்டிருந்தால், பின்னர் 2 அலகுகள் ₹10, 4 அலகுகள் ₹20 என்றும் பங்களிக்கும்.

உறுதி அனுமானம் என்பது, புறநிலை செயல்பாட்டில் உள்ள அனைத்து கெழுக்களின் முந்தைய அறிவு, கெழுக்கள், மற்றும் ஆதார மதிப்புகளை குறிக்கும். LP மாதிரியானது நிச்சயமான நிபந்தனைகளின் கீழ் செயல்படுகிறது.

கூடுதலான நடவடிக்கைகள் ஒவ்வொன்றும் தனித்தனியாக நடத்திய மொத்தத் தொகையின் கீழ் வழங்கப்படுவதாகும். எடுத்துக்காட்டாக, புறநிலை செயல்பாடுகளின் மொத்த இலாபமானது, ஒவ்வொரு தயாரிப்புகளாலும் தனித்தனியாக வழங்கப்பட்ட இலாபத்தின் மொத்தக்கு சமமாக இருக்கும்.

கூட்டுத்தன்மை அனுமானம் என்பது, ஒவ்வொரு செயல்களின் கூட்டுத்தொகையினதும் தனித்தனியாக நடத்தப்பட்ட மொத்த நடவடிக்கைகளாகும். எடுத்துக்காட்டாக, புறநிலை செயல்பாடுகளின் மொத்த இலாபமானது, ஒவ்வொரு தயாரிப்புகளாலும் தனித்தனியாக வழங்கப்பட்ட இலாபத்தின் மொத்தக்கு சமமாக இருக்கும்.

தொடர்ச்சியான அனுமானம் என்பது பொருள் மாறுபாடுகள் மாறிவிடுகிறது என்பதாகும். அதன்படி, தயாரிப்பு கலப்பு சிக்கல்களின் விஷயத்தில், பாரிய மதிப்புகளுடன் கூடிய வெளியீடுகளின் சேர்க்கை, சாத்தியமானது மற்றும் அடிக்கடி பெறப்படுகின்றன.

வரையறுக்கப்பட்ட தேர்வுகள் அனுமானம் என்பது முடிவெடுப்பதற்கான முடிவுக்கு தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட முடிவுகளின் எண்ணிக்கையை குறிக்கிறது மற்றும் முடிவு மாறிகளில் எதிர்மறை மதிப்புகள் இல்லை.

#### 4.2.4 நேரியல் நிரலாக்க சிக்கலின் உருவாக்கம்

LPP இன் கணித சூத்திரத்திற்கான செயல்முறை கீழ்க்கண்ட வழிமுறைகளைக் கொண்டுள்ளது:

படி 1: சிக்கலின் முடிவு மாறிகள் குறிப்பிடப்படுகின்றன.

படி 2: முடிவு மாறிகள் ஒரு நேர்கோட்டு செயல்பாடு என உகந்ததாக (அதிகப்பட்சம் அல்லது குறைவான) நோக்கத்தின் செயல்பாடு உருவாக்கப்பட்டது.

படி 3: மூல வரம்பு, சந்தை தடைகள், மாறிகள் இடையே தொடர்பு போன்ற பிரச்சினையின் மற்ற நிலைமைகள், முடிவு மாறிகள் அடிப்படையில் நேரான சமன்பாடற்ற அல்லது சமன்பாடுகள் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது..

படி 4: முடிவான மாறுபாடுகளின் எதிர்மறையான மதிப்புகள் ஏதேனும் தவறான புற விளக்கம் இல்லை என்பதால் பரிசீலனையிலிருந்து அல்லாத எதிர்மறையான கட்டுப்பாடு சேர்க்கப்பட்டுள்ளது.

குறிக்கோள் செயல்பாடு, கட்டுப்பாடுகளின் தொகுப்பு மற்றும் அல்லாத எதிர்மறை கட்டுப்பாடு ஒன்றாக ஒரு நேர்கோட்டு நிரலாக்க சிக்கலை உருவாக்குகின்றன.

ஒரு நேர்கோட்டு நிரலாக்க சிக்கலின் பொது உருவாக்கம்

LPP இன் பொது வடிவம் பின்வருமாறு கூறப்படுகிறது:

n முடிவு மாறிகள்  $x_1, x_2, \dots, x_n$  இன் மதிப்பைக் குறிக்கும் பொருட்டு, இலக்கு நோக்கத்தை அதிகரிக்க அல்லது குறைக்க,

$$Z = C_1x_1 + C_2x_2 + \dots + C_nx_n \quad \dots(4.4)$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n (\leq, =, \geq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n (\leq, =, \geq) b_2 \\ : \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n (\leq, =, \geq) b_i \\ : \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n (\leq, =, \geq) b_m \end{array} \right\} \quad \dots(4.5)$$

இங்கே, தடை சமன்பாடு  $\leq$  அல்லது  $\geq$  அல்லது ஒரு சமன்பாட்டின் (=) வடிவத்தில் கூட இருக்கலாம் மற்றும் இறுதியாக எதிர்மறை அல்லாத கட்டுப்பாடுகளை பூர்த்தி செய்யலாம்:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad \dots(4.6)$$

நேரியல் நிரலாக்க சிக்கலின் அணி வடிவம்

LPP பின்வருமாறு அணி வடிவத்தில் வெளிப்படுத்த முடியும்:

$Z = Cx \rightarrow$  குறிக்கோள் செயல்பாடு அதிகரிக்க அல்லது குறைக்க

$Ax (\leq, =, \geq) b \rightarrow$  மாறிலி சமன்பாட்டிற்கு உட்பட்டது

$b > 0 > x \geq 0 \rightarrow$  அல்லாத எதிர்மறை கட்டுப்பாடுகள்

இங்கே

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$C = (C_1, C_2, \dots, C_n)$$

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

$$b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} a_{11}a_{12}\dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\dots a_{2n} \\ \vdots \\ a_{m1}a_{m2}\dots a_{mn} \end{pmatrix}$$

உதாரணம் 4.1: ஒரு உற்பத்தியாளர் இரண்டு வகை மாதிரிகள்,  $M_1$  மற்றும்  $M_2$  ஆகியவற்றை உற்பத்தி செய்கிறார். வகை  $M_1$  ஒவ்வொரு மாதிரியின் போதும் 4 மணி நேரம் அரைக்க தேவைப்படுகிறது மற்றும் 2 மணி நேரம் மெருகூட்டலுக்கு தேவைப்படுகிறது. ஆனால், வகை  $M_2$  2 மணி நேரம் அரைப்பதற்கு தேவைப்படுகிறது மற்றும் 5 மணி நேரம் மெருகூட்டலுக்கு தேவைப்படுகிறது. உற்பத்தியாளர்கள் 2 அரைப்புள்ளிகள் மற்றும் 3 மெருகூட்டுபவர்கள் உள்ளனர். ஒவ்வொரு சாணை ஒரு வாரம் 40 மணி நேரம் வேலை செய்கிறது, ஒவ்வொரு மெருகூட்டுபவர் வாரத்திற்கு 60 மணி நேரம் வேலை செய்கிறார்கள்.  $M_1$  மாதிரி மீதான லாபம் ₹3.00 மற்றும் மாதிரி  $M_2$  இல் ₹4.00. ஒரு வாரத்தில் தயாரிக்கப்பட்டவை சந்தையில் விற்கப்படுகின்றன. உற்பத்தியாளர் தனது உற்பத்தித் திறனை இரண்டு வகை மாதிரிகளுக்கு எவ்வாறு வழங்க வேண்டும், இதனால் அவர் ஒரு வாரத்தில் அதிகபட்ச இலாபத்தை பெறலாமா?

தீர்வு:

முடிவு மாறிகள்:  $X_1$  மற்றும்  $X_2$  ஆகியவை  $M_1$  மற்றும்  $M_2$  இவைகளின் எண்ணிக்கையாக இருக்கும்.

குறிக்கோள் செயல்பாடு: இரண்டு மாதிரிகளும் இலாபத்தை கொடுக்கும் என்பதால், இலாபத்தை அதிகரிக்க வேண்டும், அதாவது,

$$\text{Max } Z = 3X_1 + 4X_2$$

கட்டுப்பாடுகள்: இரண்டு கட்டுப்பாடுகள் உள்ளன: ஒன்று அரைக்கும் கட்டுப்பாடு மற்றும் மற்றொன்று மெருகூட்டல் கட்டுப்பாடு.

ஒரு வாரத்திற்கு 40 மணிநேரம் அரைவை இயங்குகிறது. 2 அரைவை உள்ளன. எனவே, தயாரிப்பாளருக்கு  $2 \times 40 = 80$  மணிநேரம் அரைக்கின்றது.  $M_1$ -ற்கு 4 மணி அரைக்கின்றது, மற்றும்  $M_2$ -விற்கு 2 மணி நேரம் அரைக்கின்றது.

அரைக்கும் போது கொடுக்கப்படும் கட்டுப்பாடு,

$$4X_1 + 2X_2 \leq 80$$

3 மெருகூட்டுதல்கள் இருப்பதால், ஒரு வாரத்திற்கு மெருகூட்டு செய்ய கொடுக்கப்பட்ட நேரம்  $3 \times 60 = 180$ .  $M_1$  விற்கு 2 மணி நேரம் மெருகூட்டு தேவைப்படுகிறது, மேலும்  $M_2$  விற்கு 5 மணி நேரம் தேவைப்படுகிறது. எனவே, நமக்கு  $2X_1 + 5X_2 \leq 180$  ஆக உள்ளது.

எனவே,

$$\text{Max } Z = 3X_1 + 4X_2$$

$$\text{கீழ்கண்டபடி } 4X_1 + 2X_2 \leq 80$$

$$2X_1 + 5X_2 \leq 180$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

உதாரணம் 4.2: ஒரு நிறுவனம் இரண்டு வெவ்வேறு வகையான தயாரிப்புகளை உற்பத்தி செய்கிறது, தயாரிப்பு M மற்றும் தயாரிப்பு N. இந்த இரண்டு தயாரிப்புகளையும் உற்பத்தி செய்வதற்கு அதே இயந்திரத்தை பயன்படுத்துகிறது. தயாரிப்பு M-இன் ஒரு அலகிற்கு 10 நிமிடங்கள் தேவைப்படுகிறது, தயாரிப்பு N-இன் ஒரு அலகிற்கு 2 நிமிடங்கள் தேவைப்படுகிறது. அதிகபட்ச மணிநேரம், ஒரு இயந்திரம் ஒரு வாரம் உகந்ததாக செயல்பட 35 மணி நேரம் ஆகும். தயாரிப்பு M விற்கு 1 கிலோ மூலப்பொருள் தேவைப்படுகிறது. மேலும் தயாரிப்பு N விற்கு 0.5 கிலோ மூலப்பொருள் தேவை. மேலும், தயாரிப்பு M இன் சந்தை கட்டுப்பாடு 600 கிலோ, எனில் அதே நேரத்தில் தயாரிப்பு N வாரத்திற்கு 800 அலகுகளாக இருக்கும். தயாரிப்பின் உற்பத்தி செலவு அலகு ஒன்றுக்கு ₹5 ஆகும், அது ₹10 ரூபாய்க்கு விற்கப்படுகிறது. உற்பத்தி N இன் விலை அலகுக்கு ₹6 வீதம் 8 ரூபாய்க்கு விற்கப்படுகிறது. ஒரு வாரத்திற்கு உற்பத்தி செய்யப்பட வேண்டிய, தயாரிப்பு M மற்றும் தயாரிப்பு N இன் அலகுகளின் எண்ணிக்கை அதிகபட்ச இலாபத்தை பெறுவதற்காக கணக்கிடப்படுகிறது.

தீர்வு:

முடிவு மாறிகள்:  $X_1$  மற்றும்  $X_2$  ஆகியவை A மற்றும் B இன் தயாரிப்புகள்.

குறிக்கோள் செயல்பாடு: பொருளின் அடக்க விலை, ஒரு அலகு என்பது ₹5 அலகு ஆகும், இது அலகுக்கு ₹10 ரூபாய்க்கு விற்கப்படுகிறது.

∴ அதாவது, ஒரு அலகு தயாரிப்பின் இலாபம்  $A=10-5=5$ .

∴ அதாவது, தயாரிப்பு ஒரு அலகு ஒன்றிற்கு  $X_1$  உற்பத்தியின்  $A$  ₹5 $X_1$  இலாபம் ஈட்டுகிறது.

இதேபோல், ஒரு அலகின் லாபம்  $B=8-6=2$ .

∴ அதாவது,  $X_2$  அலகுகள் தயாரிப்பு Bயின் ₹  $2X_2$  லாபத்தை பங்களிக்கின்றது.

∴ அதாவது, குறிக்கோள் செயல்பாடு,

$$\text{Max } Z = 5X_1 + 2X_2$$

கட்டுப்பாடுகள்: தேவை நேர கட்டுப்பாடு வழங்கப்படுகிறது,

$$10X_1 + 2X_2 \leq (35 \times 60)$$

$$10X_1 + 2X_2 \leq 2100$$

மூல பொருள் கட்டுப்பாடு வழங்கப்பட்டது,

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

$$X_1 + 0.5X_2 \leq 600$$

சந்தையில் தேவை B என்பது வாரம் தோறும் 800 அலகுகள் ஆகும்.

$$\therefore X_2 \geq 800$$

முழுமையான LPP,

$$Max Z = 5X_1 + 2X_2$$

கீழ்கண்டபடி,  $10X_1 + 2X_2 \leq 2100$

$$X_1 + 0.5X_2 \leq 600$$

$$X_2 \geq 800$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

உதாரணம் 4.3: ஒருவருக்கு அவரது தோட்டத்திற்கு 10, 12 மற்றும் 12 அலகுகள் முறையே A, B மற்றும் C தேவைப்படுகிறது. ஒரு திரவ உற்பத்தியில் 5, 2 மற்றும் 1 அலகுகள் A, B மற்றும் C ஆகியவற்றைக் கொண்டுள்ளது. ஒரு உலர்ந்த தயாரிப்பு கார்பன் ஒன்றுக்கு 1, 2 மற்றும் 4 அலகுகளை A, B, C கொண்டிருக்கிறது. செலவைக் குறைத்து, தேவைகளை பூர்த்தி செய்வதற்காக திரவ உற்பத்திக்கு ஜாடிக்கு ₹3 விற்கவும் மற்றும் உலர் தயாரிப்பு கார்பனுக்கு ₹2 விற்கும் விற்கப்பட்டால், வாங்குவதற்கு தேவைப்படும் ஜாடிகளின் எண்ணிக்கை என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

தீர்வு:

முடிவு மாறிகள்:  $X_1$  மற்றும்  $X_2$  ஆகியவற்றின் எண்ணிக்கை திரவ மற்றும் உலர் அலகுகளின் தயாரிப்புகள் ஆகும்.

குறிக்கோள் செயல்பாடு: பொருட்களில் விலை கொடுக்கப்பட்டதால் நாம் செலவுகளை குறைக்க வேண்டும்.

$$Min Z = 3X_1 + 2X_2$$

கட்டுப்பாடுகள்: மூன்று இரசாயனங்கள் மற்றும் அவற்றின் தேவைகளை வழங்கியுள்ளதால் இந்த மூன்று இரசாயனங்களுக்கு மூன்று கட்டுப்பாடுகள் உள்ளன.

$$5X_1 + X_2 \geq 10$$

$$2X_1 + 2X_2 \geq 12$$

$$X_1 + 4X_2 \geq 12$$

முழுமையான LPP,

$$Min Z = 3X_1 + 2X_2$$

கீழ்கண்டபடி,

$$5X_1 + X_2 \geq 10$$

$$2X_1 + 2X_2 \geq 12$$

$$X_1 + 4X_2 \geq 12$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

எடுத்துக்காட்டு 4.4: ஒரு காகித ஆலை இரண்டு வகை காகிதங்கள் X, Y ஆகியவற்றை உருவாக்குகிறது. மூலப்பொருட்களின் கட்டுப்பாடுகள் காரணமாக, இது ஒரு வாரத்தில், தரம் X 400 டன்கள் மற்றும் தரம் Y 300 டன்களை உற்பத்தி செய்ய முடியாது. ஒரு வாரத்தில் 160 உற்பத்தி நேரங்கள் உள்ளன. ஒரு டன் தயாரிப்புகளை X மற்றும் Y உற்பத்தி செய்வதற்கு 0.2 மற்றும் 0.4 மணி நேரம் தேவைப்படுகிறது, அதன்படி முறையே ₹200 மற்றும் ₹500 டன் ஒன்றுக்கு இலாபம் ஈட்டுகின்றது. லாபத்தை அதிகரித்தல் மற்றும் உகந்த தயாரிப்பு கலவையை கண்டறியும் ஒரு LPP இதை வகுக்க வேண்டும்.

தீர்வு:

முடிவு மாறிகள்:  $X_1$  மற்றும்  $X_2$  என்பது இரு தரவரிசை வகுப்புகளின் எண்ணிக்கை, X மற்றும் Y ஆகியவற்றின் எண்ணிக்கையாக இருக்கட்டும்.

குறிக்கோள் செயல்பாடு: காகிதத்தின் இரண்டு தரங்களுக்கான லாபத்திலிருந்து X மற்றும் Y கொடுக்கப்பட்டால், குறிக்கோள் செயல்பாடு இலாபத்தை அதிகரிக்க வேண்டும்.

$$MaxZ = 200X_1 + 500X_2$$

கட்டுப்பாடுகள்: இரண்டு கட்டுப்பாடுகள் உள்ளன, ஒன்று மூலப்பொருட்களைக் குறிக்கிறது, மற்றொன்று உற்பத்தி நேரங்களைக் குறிக்கும்.

$$MaxZ = 200X_1 + 500X_2$$

கீழ்க்கண்டபடி,

$$X_1 \leq 400$$

$$X_2 \leq 300$$

$$0.2X_1 + 0.4X_2 \leq 160$$

எதிர்மறை அல்லாத கட்டுப்பாடு  $X_1, X_2 \geq 0$

உதாரணம் 4.5: ஒரு நிறுவனம் இரண்டு தயாரிப்புகளை உற்பத்தி செய்கிறது, A மற்றும் B. B யின் ஒவ்வொரு அலகுக்கும் ஒரு முறை ஒரு அலகு தயாரிப்பதற்கு இரு மடங்கு எடுக்கும், நிறுவனம் மட்டும் A உற்பத்தி செய்யும் போது, ஒரு நாளைக்கு 2000 அலகுகளை தயாரிக்க நேரம் கிடைக்கும். மூலப்பொருட்கள் A மற்றும் B இரண்டும் ஒரு நாளைக்கு 1500 அலகுகள் தயாரிக்க போதுமானது. தயாரிப்பு B க்கு ஒரு சிறப்பு மூலப்பொருள் தேவை, ஒரு நாளைக்கு 600 அலகுகளை மட்டுமே தயாரிக்க முடியும். அலகு ஒன்றுக்கு ₹2 இலாபம் மற்றும் அலகு ஒன்றுக்கு ₹4 இலாபம் ஈட்டினால், வரைகலை முறை மூலம் உகந்த தயாரிப்புகளை காணலாம்.

தீர்வு: A மற்றும் B ஆகியவற்றின் அலகுகளின் எண்ணிக்கை முறையே  $X_1$  மற்றும்  $X_2$  என்க.

குறிப்புகள்

இந்த இரண்டு பொருட்களையும் விற்பனை செய்த பிறகு பெறப்படும் இலாபம், புறநிலை செயல்பாட்டினால் வழங்கப்படுகிறது.

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 4X_2$$

குறிப்புகள்

இந்த நிறுவனம் ஒரு நாளில் மிகவும் 2000 அலகுகளில் உற்பத்தி செய்ய முடியும் என்பதால், தயாரிப்பு B அதிக நேரம் தேவைப்படுகிறது, உற்பத்தி கட்டுப்பாடு மூலம் வழங்கப்படும்,

$$X_1 + 2X_2 \leq 2000$$

மூலப்பொருள் போதுமானது என்பதால், ஒரு நாளைக்கு 1500 அலகுகள் உற்பத்தி செய்யப்படுகிறது. A மற்றும் B,  $X_1 + 2X_2 \leq 1500$

தயாரிப்பு B க்கு சிறப்பு பொருட்கள் உள்ளன எனவே, நாம்  $X_2 \leq 600$

மேலும், நிறுவனம் எதிர்மறையான அளவுகளை  $X_1 \geq 0$  மற்றும்  $X_2 \geq 0$  உருவாக்க முடியாது என்பதால்.

எனவே, சிக்கல் இறுதியில் வடிவத்தில் வைக்க முடியும்:

இலாபங்கள்,  $Z = 2X_1 + 4X_2$  அதிகபட்சம் என்று  $X_1$  மற்றும்  $X_2$  வைக்க கண்டறியவும்.

$$\text{கீழ்க்கண்டபடி, } X_1 + 2X_2 \leq 2000$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 1500$$

$$X_2 \leq 600$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

உதாரணம் 4.6: A நிறுவன உற்பத்தியாளர்கள் A, B மற்றும் C. முறையே ₹3, ₹2 மற்றும் ₹4 ஆகிய இலாபங்கள் உள்ளன. நிறுவனம் 2 இயந்திரங்களைக் கொண்டிருக்கிறது மற்றும் ஒவ்வொரு தயாரிப்புக்கு ஒவ்வொரு கணினியில் நிமிடங்களில் தேவையான செயலாக்க நேரம் உள்ளது.

		தயாரிப்பு		
		A	B	C
இயந்திரங்கள்	C	4	3	5
	D	3	2	4

இயந்திரங்கள் C மற்றும் D ஆகியவை முறையே 2000 மற்றும் 2500 இயந்திர நிமிடங்களை கொண்டிருக்கின்றன. நிறுவனம் A 100 அலகுகள், 200 அலகு B மற்றும் 50 அலகு C தயாரிக்க வேண்டும், ஆனால் 150 க்கும் மேற்பட்ட அலகுகள் இலாபத்தை அதிகரிக்க ஒரு LP பிரச்சனை அமைக்கவும்.

தீர்வு:  $X_1, X_2, X_3$  ஆகியவை முறையே A, B, C அலகுகளின் எண்ணிக்கையாகும்.



இலாபங்கள் முறையே ₹3, ₹2 மற்றும் ₹4 என்பதால், இந்த மூன்று தயாரிப்புகளை விற்பனை செய்த பிறகு,

$$Z = 3X_1 + 2X_2 + 4X_3$$

இயந்திரத்தில் இந்த மூன்று தயாரிப்புகளை உற்பத்தி செய்வதற்கு தேவையான நிமிடங்களின் எண்ணிக்கை C  $4X_1 + 3X_2 + 5X_3$  மற்றும் இயந்திரம் D  $3X_1 + 2X_2 + 4X_3$  வழங்கப்படுகிறது.

இயந்திரங்கள் C மற்றும் D மீது கட்டுப்பாடுகளை 2000 நிமிடங்கள் மற்றும் 2500 நிமிடங்களில் கொடுக்கும்.

$$4X_1 + 3X_2 + 5X_3 \leq 2000$$

$$3X_1 + 2X_2 + 4X_3 \leq 2500$$

மேலும், நிறுவனத்தின் 100 அலகுகள் A, 200 அலகு B மற்றும் 50 அலகு C ஆகியவை உற்பத்தி செய்யப்படுகின்றன, ஆனால் 150 க்கும் அதிகமான அலகுகள் இல்லை, மேலும் கட்டுப்பாடு ஏற்படுகிறது,

$$100 \leq X_1 \leq 150$$

$$200 \leq X_2 \leq 300$$

$$50 \leq X_3 \leq 100$$

எனவே, நிறுவனத்தின் ஒதுக்கீடு சிக்கலை, இறுதி வடிவத்தில் வைக்க முடியும்:

அதிகபட்சமாக  $X_1, X_2, X_3$  மதிப்புகளைக் கண்டுபிடிக்க,

$$Z = 3X_1 + 2X_2 + 4X_3$$

கிழக்கண்ட விவரங்களின்படி,

$$4X_1 + 3X_2 + 5X_3 \leq 2000$$

$$3X_1 + 2X_2 + 4X_3 \leq 2500$$

$$100 \leq X_1 \leq 150, 200 \leq X_2 \leq 300, 50 \leq X_3 \leq 100$$

உதாரணம் 4.7: ஒரு விவசாயிக்கு 100-ஏக்கர் பண்ணை உள்ளது. அவர் அனைத்து உருளைக்கிழங்கு, முட்டைகோஸ் அல்லது கத்தரிக்காய் விற்க முடியும். உருளைக்கிழங்கிற்கு ₹1.00 கிலோ, முட்டைகோஸ்ஸிற்கும் ₹0.75 கிலோ ஒரு மேலும் கத்தரிக்காய்க்கு ₹2 கிலோ விகிதத்தில் உயர்த்தி ஈட்ட முடியும் உள்ளது. ஏக்கருக்கு மகசூல் சராசரியாக 2000 கிலோ உருளைக்கிழங்கு, 3000 முட்டைக்கோஸ் மற்றும் 1000 கிலோ கத்தரிக்காய் உள்ளது. ஹெக்டர்க்கு கிலோ ₹0.50 ரூபாய்க்கு உரங்களை வாங்கி, ஒரு ஏக்கருக்கு தேவையான அளவு உருளைக்கிழங்கு மற்றும் முட்டைக்கோசுக்கு 100 கிலோ மற்றும் கத்தரிக்கு 50 கிலோ தேவைப்படும். ஒரு ஏக்கருக்கு விதைத்தல், பயிரிடுதல் மற்றும் அறுவடை செய்வதற்கு தேவைப்படும் மனிதவளமானது உருளைக்கிழங்கிற்கும் வெங்காயங்களுக்கும் 5 மனித நாட்களாகும், மற்றும்

குறிப்புகள்

முட்டைக்கோசுக்கு 6 மணிநேரம் ஆகும். மொத்தம் 400 மனித வேலை தேவைப்படுகிறது. மனிதன் ஒரு நாளைக்கு ₹20. விவசாயிகளின் இலாபத்தை அதிகரிக்க ஒரு நேர்கோட்டு நிரலாக்க மாதிரியாக இந்த உதாரணத்தை தீர்க்கவும்.

குறிப்புகள்

தீர்வு:  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  ஆகியவற்றை முறையே உருளைக்கிழங்கு, முட்டைக்கோஸ் மற்றும் கத்தரிக்காயை வளர்க்கவும். விவசாயிகள்  $2000X_1$  கிலோ உருளைக்கிழங்கு,  $3000X_2$  முட்டைக்கோஸ் மற்றும்  $1000X_3$  கிலோகிராம் கத்தரிக்காய் ஆகியவற்றை உற்பத்தி செய்கின்றனர்.

∴ அதாவது விவசாயிகளின் மொத்த விற்பனை,

$$= ₹ (2000X_1 + 0.75 \times 3000X_2 + 2 \times 1000X_3)$$

∴ அதாவது உரம் செலவினம்,

$$= ₹ 20 (5X_1 + 6X_2 + 5X_3)$$

அதாவது விவசாயிகளின் இலாபம்,

$$Z = \text{விற்பனை (₹)} - \text{மொத்த செலவினம் (₹)}$$

$$= (2000X_1 + 0.75 \times 3000X_2 + 2 \times 1000X_3) - 0.5 \times [100(X_1 + X_2) + 50X_2]$$

$$- 20 \times (5X_1 + 6X_2 + 5X_3)$$

$$Z = 1850X_1 + 2080X_2 + 1875X_3$$

பண்ணையின் மொத்த பரப்பளவு வரம்பு 100 ஏக்கர் என்பதால்,

$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 100$$

மேலும், மொத்த மனித நாட்களின் மனிதத்திறன் 400 மனித நாட்களாக வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$5X_1 + 6X_2 + 5X_3 \leq 400$$

எனவே, விவசாயியின் ஒதுக்கீடு சிக்கல் இறுதியில் வடிவத்தில் வைக்கப்படலாம்:

$X_1$ ,  $X_2$  மற்றும்  $X_3$  மதிப்பை பெரிதாக்கும் போது,

$$Z = 1850X_1 + 2080X_2 + 1875X_3$$

உட்பட்டு,

$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 100$$

$$5X_1 + 6X_2 + 5X_3 \leq 400$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

உதாரணம் 4.8: ABC நிறுவனம் இரண்டு பொருட்களான, பழச்சாறு மற்றும் சலவை இயந்திரங்களை தயாரிக்கிறது. இரண்டு வெவ்வேறு துறைகள் I மற்றும் II இல் உற்பத்தி நடைபெறுகிறது. பழச்சாறுகள் துறை I லும் மற்றும்

குறிப்புகள்

சலவை இயந்திரங்கள் துறை II லும் தயாரிக்கப்படுகிறது. இந்த இரண்டு பொருட்களும் வாரந்தோறும் விற்கப்படுகின்றன. வாராந்திர உற்பத்தியில் 25 பழச்சாறு இயந்திரங்கள் மற்றும் 35 சலவை இயந்திரங்களை கடக்கக் கூடாது. இந்த அமைப்பு எப்போதும் இரண்டு துறைகளில் மொத்தம் 60 ஊழியர்களைப் பயன்படுத்துகிறது. ஒரு பழச்சாறு இயந்திரத்திற்கு இரண்டு மனிதனின் ஒரு வார உழைப்பு தேவை, ஒரு சலவை இயந்திரத்திற்கு ஒரு மனிதனின் ஒரு வார உழைப்பு தேவை. ஒரு பழச்சாறு இயந்திரம் ₹60 லாபம் ஈட்டி தந்தது மற்றும் சலவை இயந்திரம் ₹40 லாபம் பங்கு அளிக்கிறது அதிகமான இலாபத்தை அடைவதற்கு எத்தனை பழச்சாறு மற்றும் சலவை இயந்திரங்களை அமைக்க வேண்டும்? இது ஒரு LPP ஆக வடிவமைக்க.

தீர்வு:  $X_1$  மற்றும்  $X_2$  ஆனது பழச்சாறு மற்றும் சலவை இயந்திரங்களின் அலகுகளின் எண்ணிக்கை ஆகும்.

ஒவ்வொரு பழச்சாறு மற்றும் சலவை இயந்திரம் ₹60 மற்றும் ₹40 இலாபம் பங்களிக்கிறது. எனவே, இந்த புறநிலை செயல்பாடு  $Z = 60X_1 + 40X_2$

இதில் இரண்டு கட்டுப்பாடுகள் விதிக்கப்பட்டு உள்ளன: வாராந்திர உற்பத்தி மற்றும் உழைப்பு.

வாராந்திர உற்பத்தி 25 பழச்சாறு மற்றும் 35 சலவை இயந்திரங்களை தாண்ட முடியாது என்பதால்,

$$X_1 \leq 25$$

$$X_2 \leq 35$$

ஒரு பழச்சாறு இயந்திரத்திற்கு இரண்டு மனித-வாரம் கடின உழைப்பு மற்றும் ஒரு சலவை இயந்திரத்திற்கு ஒரு மனித-வாரம் கடின உழைப்பு வேண்டும் மற்றும் தொழிலாளர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை 60 ஆகும்.

$$2X_1 + X_2 \leq 60$$

எதிர்மறையற்ற கட்டுப்பாடுகள்: முதல் பழச்சாறு மற்றும் சலவை இயந்திரங்கள் எண்ணிக்கை உற்பத்தி எதிர்மறையாக இருக்க முடியாது, நம்மிடம்  $X_1 \geq 0$  மற்றும்  $X_2 \geq 0$ .

எனவே, பழச்சாறு மற்றும் சலவை இயந்திரங்களில், உற்பத்தி பிரச்சனை இருக்க முடியும் பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்ட ஒரு LP மாதிரி வடிவத்தில் வைக்கவும்.

அதிகபட்சமாக  $X_1$  மற்றும்  $X_2$  மதிப்புகளைக் கண்டுபிடி,

$$Z = 60X_1 + 40X_2$$

உட்பட்டு,

$$X_1 \leq 25$$

$$X_2 \leq 35$$

$$2X_1 + X_2 \leq 60$$

$$\text{மற்றும் } X_1, X_2 \geq 0$$

### 4.3 LPP -ன் நியதி மற்றும் தரநிலை வடிவம்

பொது LPP பின்வரும் வடிவங்களில் வெளிப்படுத்த முடியும், அவை கட்டளை முறையிலான அல்லது நிலையான படிவங்கள்.

நிலையான வடிவத்தில், புறநிலை செயல்பாடு எதுவாக இருந்தாலும், அவை பெரிதாக்கும் அல்லது சிறிதாக்கும், அனைத்து கட்டுப்பாடுகள் சமன்பாடுகள் என வெளிப்படுகிறது. மேலும், RHS ஒவ்வொரு கட்டுப்பாடு மற்றும் அனைத்து மாறுதலின்றி எதிர்மறையாக உள்ளன.

குறிப்புகள்

#### நிலையான படிவத்தின் சிறப்பியல்புகள்

- புறநிலை செயல்பாடு விழைவு வகையைச் சார்ந்தது.
- அனைத்து கட்டுப்பாடுகளும் சமன்பாடுகள் என வெளிப்படுகிறது.
- ஒவ்வொரு கட்டுப்பாடும் வலது பக்கத்தில் எதிர்மறையாக உள்ளது.
- அனைத்து மாறிகளும் எதிர்மறையானவை..

#### கட்டளைமுறையிலான படிவத்தின் சிறப்பியல்புகள்

- புறநிலை செயல்பாடு விழைவு வகையைச் சார்ந்தது.
- அனைத்து கட்டுப்பாடுகள் '≤' வகையைச் சார்ந்தது.
- அனைத்து மாறிகளிலும்  $X_i$  அல்லாத எதிர்மறை உள்ளன..

நியமன வடிவத்தில், புறநிலை செயல்பாடு அதிகபட்சமாக இருந்தால், அல்லாத எதிர்மறை நிலைமைகள் தவிர வேறு அனைத்து கட்டுப்பாடுகளும் '≤' வகை. குறிக்கோள் செயல்பாடு குறைக்கப்படும் போது, அல்லாத எதிர்மறை நிலைமைகள் தவிர வேறு அனைத்து கட்டுப்பாடுகளும் '≥' வகை ஆகும்.

#### குறிப்புகள்:

- ஒரு செயல்பாடு குறைவுப்படுத்தலின்படி  $Z$  எதிர்மறை விழைவு சமம் இந்த கருத்தில், அதாவது  $\text{Min } Z = - \text{Max } (-Z)$ .
- ஒரு திசையில் ஒரு சமத்துவமின்மையை எதிர் கொண்டு ஒரு சமத்துவமின்மையை மாற்றலாம் பெருக்குதல் மூலம் இரு பக்கமும்  $(-1)$  கொண்டு செல்லும் திசையைக் கொள்க.
- ஒருவேளை கட்டுப்பாடு சமன்பாடு என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

இந்த சமன்பாட்டை எதிர் திசைகளில் இரண்டு பலவீனமான ஏற்றத்தாழ்வுகளை மாற்றியமைக்க முடியும்.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1$$

குறிப்புகள்

4. ஒரு மாறியின் அடையாளம் கட்டுப்பாடற்ற நிலையில் இருந்தால், அது இரண்டு வித்தியாசத்தை வெளிப்படுத்த முடியும் எதிர்மறை மாறுபாடுகள், அதாவது,  $X_i$  இருந்தால், பின்னர்  $x_i = x_i' - x_i''$ , எங்கே  $x_i', x_i'', x_i'' \geq 0$ .
5. வழக்கமான வடிவத்தில், அனைத்து கட்டுப்பாடுகள் சமன்பாடுகள் என வெளிப்படுகிறது, இது சாத்தியமான சாய்வு மாறிகள் மற்றும் உபரி மாறிகள் என அழைக்கப்படும். சில கூடுதல் மாறுபாடுகளை அறிமுகப்படுத்துதல் ஒரே ஒரு முறை நீளமான சமன்பாடுகள் பெறப்படுகிறது.  $b_i \geq 0$ .

வரையறை

- (i) பொதுவான LPP கட்டுப்பாடுகள் இருந்தால்,

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m),$$

பிறகு, ஏற்றத்தாழ்வுகளை மாற்ற அறிமுகப்படுத்தப்பட்ட எதிர்மறை மாறிகள்  $S_i$ ,

சாய்வு மாறிகள்  $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + S_i = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$ , என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

சாய்வு மாறுபாடு அல்லாத எதிர்மறை மாறிகள் என்றும் வரையறுக்கப்படுகிறது LHS > சமத்துவமின்மையை '≤' மாற்றுவதற்கு ஒரு சமன்பாடு சேர்க்கப்பட்டது.

- (ii) பொதுவான LPP தடைகள் இருந்தால்,

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_j \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

சாய்வு பின்னர், அதை மாற்ற அறிமுகப்படுத்தப்பட்ட எதிர்மறை

மாறிகள்  $S_i \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - S_i = b \quad (i = 1, 2, \dots, m)$  ஏற்றத்தாழ்வு உபரி எனப்படும்

சமன்பாடு '≥' வை சமன்பாட்டிற்கு மாற்றுவதற்கான கட்டுப்பாடுகளின் LHS இலிருந்து அகற்றப்படாத எதிர்மறை மாறிகள் என உபரி மாறிகள் வரையறுக்கப்படுகின்றன.

உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறிக

1. LP பிரச்சினைகள் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படும் பல்வேறு துறைகள் பட்டியலிடுக.
2. 'நேரியல்' வரையறுக்க.
3. LP பிரச்சனை அனுமானங்களின் 'வரையறுக்கப்பட்ட தேர்வுகள்' என்ன?
4. கட்டளைமுறையிலான படிவத்தின் பல்வேறு தன்மைகளை பட்டியலிடுக.

#### 4.4 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்

நேரியல் நிரலாக்கம்: அறிமுகம்

1. பின்வரும் துறைகளில் LP வெற்றிகரமாக பயன்படுத்தப்பட்டது:
  - (i) வேளாண்மை: விவசாய மேலாண்மை சிக்கல்களில் LP பயன்படுத்தப்படலாம், அது ஏராளமான வளங்களை ஒதுக்கீடு செய்வதன் மூலம் ஏராளமான வருமானம், உழைப்பு, நீர் வழங்கல் அல்லது உழைப்பு மூலதனம், நிகர வருவாயை அதிகரிக்கிறது.
  - (ii) ஒப்பந்தத விருதுகள்: LP க்கு வழங்குவதன் மூலம் ஒப்பந்தப்புள்ளிகளைப் மதிப்பிடுதல், மலிவான வழியில் விருதுகள் வழங்கப்படுமென உறுதிப்படுத்துகிறது.
  - (iii) தொழிற்துறை: தொழில் மற்றும் தொழிற்துறைகளில் LP யின் பயன்பாடுகள் மிகவும் வேறுபட்ட வகையிலானவை. செலவின குறைப்பு பற்றிய போக்குவரத்து சிக்கல்கள் இந்த நுட்பத்தால் தீர்க்கப்பட முடியும். உற்பத்தித் தயாரிப்பு (தயாரிப்பு-கலவை) மற்றும் சரக்குக் கட்டுப்பாட்டு சிக்கல்களை தீர்க்கும் நுட்பத்தையும் பயன்படுத்தலாம்.
2. நேரியல் வரி என்பது தொடர்புடைய மாறிகள் மத்தியில் நேர் கோடு அல்லது விகிதாசார உறவுகளை குறிக்கிறது.
3. வரையறுக்கப்பட்ட தேர்வுகள் ஊகமானது முடிவான எண்ணிக்கையிலான தேர்வுகள் முடிவெடுப்பவருக்கு கிடைக்கின்றன மற்றும் முடிவு மாறிகள் எதிர்மறை மதிப்பைக் கொள்ளவில்லை.
4. நியமன வடிவத்தின் பல்வேறு பண்புகள் பின்வருமாறு:
  - (i) புறநிலை செயல்பாடு அதிகபட்ச வகையாகும்.
  - (ii) அனைத்து கட்டுப்பாடுகளும் '≤' வகை.
  - (iii) அனைத்து மாறிகளிலும்  $X_i$  அல்லாத எதிர்மறை உள்ளன.

குறிப்புகள்

#### 4.5 சுருக்கம்

- நேரியல் நிரலாக்கமானது, குறிப்பிட்ட நிகழ்வுகளின் சார்பான வேறுபாடுகள் நேர்கோடாக இருப்பதாகக் கருதுவதால், கொடுக்கப்பட்ட சிக்கல்களின் கீழ் முடிவெடுக்கும் நுட்பமாகும்.
- LP என்பது வியாபாரத்திலும் தொழிற்துறையிலும் முடிவெடுக்கும் மிகவும் பரவலாக பயன்படுத்தப்படும் நுட்பமாகும். இதனால், உற்பத்தி திட்டமிடல் மற்றும் அட்டவணை, போக்குவரத்து, விற்பனை மற்றும் விளம்பரம், நிதி திட்டமிடல், மெல்லிய கோப்பு பகுப்பாய்வு, பெருநிறுவன திட்டமிடல் மற்றும் பல துறைகளில் பயன்பாட்டைக் காண்கிறது.
- குறிக்கோள் செயல்பாடு என அறியப்படும் அளவுகோலின் செயல்பாடு, LP சிக்கல்களின் ஒரு கூறு ஆகும். அளவின் தீர்மானங்களை

குறிப்புகள்

அதிகப்படுத்த வேண்டும் அல்லது குறைக்க வேண்டும் என்பதை இது குறிப்பிடுகிறது.

- சாத்தியமான தீர்வுகள், இயன்ற தீர்வுகள் கீழ் வேலை செய்ய முடியும் என்று அனைத்து தீர்வுகளும் உள்ளன.
- இரண்டு முடிவு மாறிகள் கொண்ட எளிய நேர்கோட்டு LP சிக்கல்களை வரைகலை முறையைப் பயன்படுத்தி எளிதில் தீர்க்க முடியும்.
- LPP இன் நிலையான வடிவத்தில், எல்லா கட்டுப்பாடுகளும் சமன்பாடுகள் என வெளிப்படுத்தப்படுகின்றன. நிலையான வடிவத்தில் அனைத்து கட்டுப்பாடுகளும் சமநிலைகளாக வெளிப்படுத்தப்படுகின்றன, இது கூடுதல் மாறிகள் அறிமுகப்படுத்துவதன் மூலமாக மந்த மாறிகள் மற்றும் உபரி மாறிகள் என அழைக்கப்படும்.

4.6 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்

- கட்டுப்பாடுகள்: முடிவு மாறிகள் மீது விதிக்கப்பட்ட கட்டுப்பாடுகள் அல்லது வரம்புகள்
- முடிவு மாறிகள்: நோக்க செயல்பாட்டிற்கும், செலவு அல்லது இலாபத்திற்கும் பொருந்தும் மாறிகள்

4.7 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்

குறு விடை வினாக்கள்

1. நேரியல் நிரலாக்கத்தில் என்ன விகிதம் உள்ளது?
2. நேர்கோட்டு நிரலாக்கத்தில் நீங்கள் எதைப் புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?
3. LP மாதிரியின் அடிப்படை கூறுகள் என்ன?

நெடு விடை வினாக்கள்

1. ஒரு நிறுவனம் 3 தயாரிப்புகளான A, B மற்றும் C. உற்பத்தி செய்கிறது. இலாபங்கள்: ₹3, ₹2 மற்றும் ₹4 முறையே. நிறுவனம் இரண்டு இயந்திரங்களை கொண்டுள்ளது, ஒவ்வொரு தயாரிப்பில் ஒவ்வொரு இயந்திரத்திற்கும் நிமிடங்களில் தேவையான செயலாக்க நேரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

இயந்திரங்கள்	தயாரிப்புகள்		
	A	B	C
I	4	3	5
II	2	2	4

I மற்றும் II இயந்திரங்கள் முறையே 2000 மற்றும் 2500 நிமிடங்கள் உள்ளன. நிறுவனம், 100 A, 200 B மற்றும் 50 C தயாரிக்க வேண்டும் ஆனால் 150 க்கு மிகாமல். இலாபத்தை அதிகரிக்க நிறுவனத்தால் தயாரிக்கப்படும் ஒவ்வொரு தயாரிப்புகளின் எண்ணிக்கையையும்

கண்டுபிடிக்கவும். மேலே உள்ளதை ஒரு LP மாதிரியை போல் உருவாக்கவும்.

நேரியல் நிரலாக்கம்: அறிமுகம்

2. ஒரு நிறுவனம் இரண்டு வகையான தோல் பட்டை A மற்றும் B ஆகியவற்றை உற்பத்தி செய்கிறது. A உயர்ந்த தரம் மற்றும் B தரம் குறைவாக இருக்கும். பட்டை ஒன்றுக்கு கிடைக்கப்பெறும் லாபம் ₹10 மற்றும் ₹5 ஆகும். ஒரு நாளைக்கு 850 பட்டைகள் செய்வதற்கு மூலப்பொருட்களின் விநியோகம் போதுமானதாக உள்ளது. பட்டை A விற்கு, ஒரு சிறப்பு வகை கொக்கி தேவை மற்றும் 500 கொக்கிகள் ஒரு நாளுக்கு கிடைக்கின்றன. நாளொன்றுக்கு பட்டை B க்கு 700 கொக்கிகள் கிடைக்கும். A பட்டையானது B யை விட இரு மடங்கு அதிகமாக தேவைப்படும் மற்றும் இதே போன்று அனைத்திற்கும் தேவைப்படுமாயின் நிறுவனத்தினால் 500 பட்டைகள் மட்டுமே உற்பத்தி செய்ய முடியும்.
3. ஒரு நிலையான செங்கலின் எடை 5 கிலோ ஆகும். இது  $B_1$  மற்றும்  $B_2$  ஆகிய இரண்டு பொருட்களையும் கொண்டுள்ளது, இதில்  $B_1$  ஆனது ₹5 கிலோவும்,  $B_2$  ஆனது ₹8 கிலோவாகவும் இருக்கும். ஒரு சிறப்பு நோக்கம் செங்கல் 5 கிலோ ஆகும். இது  $B_1$  மற்றும்  $B_2$  ஆகிய இரண்டு பொருட்களையும் கொண்டுள்ளது, இதில்  $B_1$  கிலோவிற்கு 5 கிலோவும்,  $B_2$  செலவில் கிலோவுக்கு 8 ஆகவும் இருக்கும். செங்கல் விலைக்கு தொடர்புடையதாக இருக்கலாம் என எதிர்பார்க்கப்படுவதால், செங்கல் 4 கிலோ  $B_1$  க்கும் 2 கிலோ  $B_2$  க்கும் குறைவானதாக இல்லை. மேலே உள்ள சிக்கலை LP மாதிரியாக வடிவமைக்கவும்.

குறிப்புகள்

#### 4.8 மேலும் படிக்க

- தாஹா, H.A. 2006. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி: ஒரு அறிமுகம், 8வது பதிப்பு. புதுடில்லி: ப்ரிண்ட்ஸ்-ஹால் இந்தியா.
- ஜென்சன், பவுல் A., மற்றும் ஜொனாதன் F. பார்ட் 2003. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி மாதிரிகள் மற்றும் முறைகள். நியூயார்க்: ஜான் வில்லி & மகன்கள்.
- குப்தா, P.K., மற்றும் D.S. ஹிரா. 2002. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி அறிமுகம். புதுடில்லி: S. சந்த் & கோ.
- கோத்தாரி, C.R. 1982. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி ஒரு அறிமுகம். புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.
- கலாவதி, S, 2013. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி, 4வது பதிப்பு. புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.



## அலகு 5 எளிய பின்னடைவு மற்றும் ஒட்டுறவு ஆய்வு

குறிப்புகள்

### அமைப்பு

- 5.0 அறிமுகம்
- 5.1 நோக்கங்கள்
- 5.2 ஒட்டுறவு ஆய்வு குறித்த அறிமுகம்
  - 5.2.1 ஒட்டுறவின் கெழு மற்றும் நேரியில் பின்னடைவு
- 5.3 LP சிக்கலுக்கான தீர்வு: வரைகலை மற்றும் ஒற்றை முறை
  - 5.3.1 வரைகலை முறையில் LPP தீர்வுகாண செயல்முறை
  - 5.3.2 ஒற்றை முறை
- 5.4 இருமை இயல்பு மற்றும் கூர்ந்து அறியும் திறன் ஆய்வு கருத்து
  - 5.4.1 இரட்டை சிக்கல் உருவாக்கம்
  - 5.4.2 இரட்டை சிக்கல் விளக்கம்
  - 5.4.3 உணர்திறன் பகுப்பாய்வு
  - 5.4.4 நிழல் விலை
  - 5.4.5 பொருளாதார பொருள்விளக்கம்: தீர்வு காண மேற்கொள்ளும் புரிதல்
- 5.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 5.6 சுருக்கம்
- 5.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 5.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 5.9 மேலும் படிக்க

### 5.0 அறிமுகம்

இந்த அலகில் நீங்கள் மாதிரி ஆய்வு தரவுகளில் மறைமுக உறவு பகுப்பாய்வு மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட நடவடிக்கை அல்லது மனநிலையுடன் மிக நெருக்கமாக தொடர்பு கொண்ட மாறிகள் அமைக்கும் உறவு பகுப்பாய்வு நுட்பங்களைப் பற்றி அறிந்து கொள்வீர்கள்.

LPP இன் நிலையான மற்றும் நியமன வடிவங்களைப் பற்றியும் நீங்கள் அறிந்து கொள்வீர்கள். நேர்கோட்டு நிரலாக்கத்தில் சில சிறப்பு வழக்குகள் உள்ளன. அதில் நீங்கள் சிதைவு அல்லாத சாத்தியமான தீர்வுகள் மற்றும் மாற்று உகந்தவற்றைக் கற்றுக் கொள்வீர்கள். நீங்கள் இருமை மற்றும் உணர்திறன் பகுப்பாய்வு பற்றி அறிந்துகொள்வீர்கள்.

### 5.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகை நீங்கள் படித்து முடித்த பின்பு உங்களால்,

- தொடர்பு என்ன என்பதை புரிந்து கொள்ள முடியும்

- தொடர்புகளின் குணகம் பற்றி விளக்க முடியும்
- ஒரு LP கணக்குகளை தீர்க்க ஒற்றை முறையைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- இருமை மற்றும் உணர்திறன் பகுப்பாய்வு பற்றிய கருத்தை புரிந்து கொள்ள முடியும்

## 5.2 ஒட்டுறவு ஆய்வு குறித்த அறிமுகம்

ஒட்டுறவு பகுப்பாய்வு என்பது பொதுவாக ஒரு மாறியின் கோணம் பற்றி விவரிக்க பயன்படுத்தப்படும் புள்ளிவிவர கருவியாகும். இந்த தொடர்பு எப்பொழுதும் ஒரு நேர்கோடாக இருப்பதாக கருதப்படுகிறது. இந்த பகுப்பாய்வு பின்னடைவு சார்பு மாறியின் வேறுபாடுகளை எவ்வளவு நன்றாக விளக்குகிறது என்பதை அளவிட, பின்னடைவு பகுப்பாய்வு மூலம் பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஒட்டுறவு என்ற வார்த்தை இரு மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள உறவு அல்லது கூட்டுச்சார்பை குறிக்கிறது. ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புடைய பல்வேறு நிகழ்வுகள் உள்ளன. உதாரணமாக, ஒரு குறிப்பிட்ட பொருட்களின் தேவை அதிகரிக்கும்போது, அதன் விலை உயரும், அதன் தேவை குறைந்துவிட்டால் அதன் விலை குறைந்துவிடும். இதேபோல், வயது அதிகரிக்க, அதிகரிக்க குழந்தைகளின் உயரம், உயரம் சார்ந்த குழந்தைகளின் எடை, பணம் வழங்குவதன் மூலம் பொது அளவு விலைகள் மேலே செல்கின்றன. அத்தகைய உறவு வேறு பல நிகழ்வுகளுக்கு கவனிக்கப்படலாம். இந்த இரண்டு கோட்பாடுகளுக்கு இடையேயான அளவுகோல்களைக் கொண்டு கோட்பாடு தீர்மானிக்கப்படுகிறது, இது ஒட்டுறவு கோட்பாடு எனப்படுகிறது.

தொடர்பு கோட்பாட்டின் அடிப்படையில், இரண்டு தொடர்புடைய நிகழ்வுகளில் நிகழும் ஒப்பீட்டு மாற்றங்களை ஆய்வு செய்ய முடியும் மற்றும் அவற்றின் காரண-விளைவு உறவை ஆராயவும் முடியும். இருப்பினும், 'கருப்பு பூனை போன்ற கெட்ட குணங்களை ஏற்படுத்துகிறது', 'நிரப்பப்பட்ட பானிகள் நல்ல அதிர்ஷ்டத்தை விளைவிக்கின்றன' என்று மக்கள் மனதில் நினைத்துப் பார்க்க வேண்டும், அதேபோல் மற்றவர்களின் நம்பிக்கைகளும் கற்பனை கோட்பாட்டால் விளக்கப்பட்டிருக்க முடியாது, ஏனென்றால் அவை கற்பனையாகவும், கணித ரீதியாக நியாயப்படுத்த முடியாதவை. இவ்வாறு, ஒட்டுறவு உடைய மற்றும் அளவிடக்கூடிய மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவு தொடர்பில் உள்ளது. இரண்டு அளவுகளில் அனுசூலத்தில் வேறுபாடு இருந்தால், ஒரு இயக்கம் (அதிகரிப்பு அல்லது குறைதல்), அதே வேகத்தில் அல்லது எதிர் திசையில் ஒரு இயக்கத்தோடு சேர்ந்து அதிகமான மாற்றத்தில் அதிகமான மாற்றம் கொண்ட மற்ற அளவுகள் தொடர்புள்ளதாக கூறப்படுகிறது. இந்த வகையான தொடர்பு, ஒட்டுறவு என்று அறியப்படுகிறது அல்லது சில நேரங்களில் இணை மாறுபாடு என புள்ளிவிவரங்களில் அழைக்கப்படுகிறது.

இரு நிகழ்வுகளும் ஒரு காரண விளைவு தொடர்பை கொண்டிருப்பது அவசியம் என்பதைப் புரிந்துகொள்வது அவசியமாகும். அத்தகைய உறவு இல்லை என்றால் எந்த தொடர்பும் இருக்காது. உதாரணமாக, மாணவர்களின் உயரம் மற்றும் மரங்களின் உயரம் அதிகரிக்கும் போது, அது ஒரு தொடர்பு காரணி என அழைக்கப்படக்கூடாது, ஏனெனில் இரண்டு நிகழ்வுகள் மாணவர்களின் உயரம் மற்றும் மரங்களின் உயரம் ஆகியவை கூட தொடர்புடையவையாக இல்லை. எனினும், ஒரு பண்டத்தின் விலைக்கும்

அதன் தேவைக்கும் ஒரு பொருளின் விலை மற்றும் அதன் வட்டி விகிதம் மற்றும் சேமிப்பு ஆகியவற்றிற்கும் இடையேயான உறவாகும். எல்லா நிகழ்வுகளிலும் ஏற்படும் மாற்றம் மற்ற நிகழ்வுகளின் ஒரு மாற்றத்தால் விளக்கப்படுகிறது.

இயற்கை விஞ்ஞானங்களைப் பற்றிய நிகழ்வுகள் தொடர்பாக அந்த தொடர்பைப் புரிந்து கொள்வது என்பது முழுமையான கணித விதிகளுக்குக் குறைக்கப்படலாம் என்பதை இங்கு குறிப்பிடத்தக்கது. எ.கா. வெப்பம் எப்போதும் ஒளியுடன் அதிகரிக்கும். ஆனால், சமூக விஞ்ஞானங்களைப் பற்றிய நிகழ்வுகள், இரு நிகழ்வுகளுக்கு இடையில் எந்தவொரு முழுமையான உறவை நிலைநிறுத்தக் கடினமாக உள்ளது. எனவே சமூக அறிவியலில் நாம் ஒரு பெரிய எண்ணிக்கையிலான சந்தர்ப்பங்களில் இரண்டு மாறிகள் அல்லது எதிர் திசையில் நகர்த்த முனைகின்றன என்றால் தொடர்பு என்ற உண்மையை எடுத்து கொள்ள வேண்டும்.

ஒட்டுறவு நேர்மறையாக இருக்கலாம் அல்லது அது எதிர்மறையாக இருக்கலாம். உறவு நேர்மறை அல்லது எதிர்மறையான மாறிகள் மாறுபடும் திசையை சார்ந்திருக்கும். இரண்டு மாறிகள் ஒரே திசையில் மாறிக்கொண்டே இருந்தால், பின் தொடர்பு நேர்மறை என்று கூறப்படுகிறது ஆனால் இரண்டு மாறிகள் எதிர் திசையில் நடக்கும் போது, தொடர்பு எதிர்மறை என்று கூறப்படுகிறது. இதை பின்வருமாறு விளக்கலாம்:

<u>சார்பற்ற மாறியின் மாற்றங்கள்</u>	<u>சார்பு மாறியின் மாற்றங்கள்</u>	<u>தொடர்பு தன்மை</u>
அதிகரித்தல் (+) ↑	அதிகரித்தல் (+) ↑	நேர்மறை (+)
குறைதல் (-) ↓	குறைதல் (-) ↓	நேர்மறை (+)
அதிகரித்தல் (+) ↑	குறைதல் (-) ↓	எதிர்மறை (-)
குறைதல் (-) ↓	அதிகரித்தல் (+) ↑	எதிர்மறை (-)

ஒட்டுறவு நேராகவோ அல்லது நேர்கோடாகவோ இருக்கலாம். நேரான அல்லாத தொடர்பு கோணல் வரைகளைக் கொண்ட தொடர்பு என்று அழைக்கப்படுகிறது. மாறுபாடுகளுக்கு இடையேயான விகிதத்தின் நிலையான தன்மை அடிப்படையில் வேறுபாடு உள்ளது. ஒரு மாறியின் மாற்றத்தின் அளவு, மற்ற மாறியின் மாற்றத்தின் நிலையான விகிதத்தை தாண்டும்போது, தொடர்பு என்பது நேரானவை என்று கூறப்படுகிறது. இது போன்ற நிலையில், மாறிகளின் மதிப்புகள் ஒரு வரைபடத் தாளில் திட்டமிடப்பட்டிருந்தால், நேர்கோடு கிடைக்கும். ஆனால் ஒரு மாறியில் ஏற்படும் மாற்றத்தின் அளவு மாறுபடும் வேறொரு மாறியில் மாறாத விகிதத்தைக் கொண்டிருக்காது. அதாவது, அந்த விகிதம் ஒரு மாறிலிக்கு பதிலாக மாறி மாறும், பின்னர் தொடர்பு நேரான அல்லாத அல்லது கோணல் வரைகளை என்று கூறப்படுகிறது. அத்தகைய சூழ்நிலையில் மாறிகள் மதிப்புகள் ஒரு வரைபடத் தாளில் திட்டமிடப்பட்டிருந்தால் ஒரு வளைவரை என நாம் பெற்றுக் கொள்வோம்.

ஒட்டுறவு எளிமையான ஒட்டுறவாக இருக்கலாம் அல்லது பகுதி ஒட்டுறவாக அல்லது பன்முக ஒட்டுறவாக இருக்கலாம். இரண்டு மாறிகள் (இது ஒரு சுயாதீனமானது மற்றும் பிற சார்புடையது) ஒட்டுறவு உடைய தொடர்பைக் கொண்டிருப்பது எளிய உறவுமுறையின் பயன்பாடு ஆகும். இரண்டுக்கும்

குறிப்புகள்

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

குறிப்புகள்

மேற்பட்ட மாறிகள் தொடர்புபடுத்தலுடன் ஒட்டுறவு உடைய ஒரு ஆய்வுக்கு உட்படுத்தப்பட்டால், அது பன்முக ஒட்டுறவு அல்லது ஒரு பகுதி ஒட்டுறவாக இருக்கலாம். பன்முக ஒட்டுறவு ஒரு சார்பு மாறி மற்றும் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தன்னிச்சை மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பை ஆய்வு செய்கிறது. பகுதி சார்ந்த தொடர்புகளில் ஒரு சார்பு மாறி மற்றும் ஒரு குறிப்பிட்ட தன்னிச்சை மாறுபாடு ஆகியவற்றுக்கு இடையில் உள்ள தொடர்பை அளவிடுகிறோம்.

இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையிலான ஒட்டுறவை விவரிப்பதற்காக புள்ளிவிவரங்கள் இரண்டு நடவடிக்கைகளை உருவாக்கியுள்ளன. உறுதியான குணகம் மற்றும் ஒட்டுறவுகளின் குணகம் ஆகும்.

#### 5.2.1 ஒட்டுறவின் கெழு மற்றும் நேரியில் பின்னடைவு

'r' என்ற குறியீடாக குறியாக்கத்தின் குணகம் என்பது மற்றொரு மாதிரியின் விளக்கத்தை விவரிக்க மற்றொரு முக்கிய நடவடிக்கை எடுக்கப்படுகிறது. இது இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள உறவின் அளவு ஆகும். இந்த குணகத்தின் மதிப்பானது 1-யை விட அதிகமாகவோ அல்லது -1க்கு குறைவாகவோ இருக்க முடியாது. இவ்வாறாக +1 மற்றும் -1 இந்த குணகம் வரம்புகள் ஆகும். தன்னிச்சையான திசையில் அலகு மாற்றத்திற்கு, அதே திசையில் சார்ந்து மாறியில் ஒரு நிலையான மாற்றம் ஏற்பட்ட பின்னர் குணகத்தின் மதிப்பானது, சரியான நேர்மறையான தொடர்பை +1 குறிக்கும் ஆனால் அத்தகைய மாற்றம் எதிர் திசையில் ஏற்படுகிறது என்றால், குணகத்தின் மதிப்பு -1 இருக்கும், இது சரியான எதிர்மறை தொடர்பு என்பதை குறிக்கிறது. நடைமுறை வாழ்வில், ஒரு நேர்மறையான அல்லது சரியான எதிர்மறையான ஒட்டுறவைப் பெறுவதற்கான வாய்ப்பு, குறிப்பாக சமூக அறிவியல் பற்றிய நிகழ்வுகள் குறித்து மிகவும் தொலைவில் உள்ளது. ஒட்டுறவின் குணகம் பூஜ்ஜிய மதிப்பைக் கொண்டால், அது ஆய்வின் கீழ் மாறிகள் இடையே எந்த தொடர்பும் இல்லை என்பதாகும்.

தொடர்புகளின் குணகத்தை கண்டுபிடிப்பதற்கான பல முறைகள் உள்ளன, ஆனால் பின்வருபவை முக்கியமானவை எனக் கருதப்படுகிறது:

- (i) குறைந்த வர்க்க முறை மூலம் தொடர்பு குணகம்.
- (ii) எளிமையான மறுபயன்பாட்டுக் குணகங்களைப் பயன்படுத்தி தொடர்பின் குணகம்.
- (iii) தயாரிப்பு கணம் முறை மூலம் ஒட்டுறவு குணகம் அல்லது காரல் பியர்ஸனின் ஒட்டுறவு குணகம்.

மேற்கூறிய மூன்று முறைகளை நாம் பின்பற்றினால், r இன் அதே மதிப்பைப் பெறலாம்.

#### குறைந்த வர்க்க முறை மூலம் ஒட்டுறவு குணகம்.

இந்த முறையின் கீழ், முதல் மதிப்பீடு சமன்பாடு எளிய பின்னடைவு பகுப்பாய்வின் குறைந்த வர்க்க முறை பயன்படுத்தி பெறப்படுகிறது. சமன்பாடு பின்வருமாறு பணியாற்றப்படுகிறது:

$$\hat{Y} = a + bXi$$

$$\text{மொத்த மாறுபாடு} = \sum (Y - \bar{Y})^2$$

$$\text{விளக்க முடியாத மாறுபாடு} = \sum (Y - \hat{Y})^2$$

$$\text{விளக்கப்பட்ட மாறுபாடு} = \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2$$

பிறகு, பின்வரும் சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் நாம் ஒட்டுறவு குணகத்தின் மதிப்பைக் காணலாம்.

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{r^2} = \frac{\text{விளக்க மாறுபாடு}}{\text{மொத்த மாறுபாடு}} \\ &= \sqrt{1 - \frac{\text{விளக்க மாறுபாடு}}{\text{மொத்த மாறுபாடு}}} \\ &= \sqrt{1 - \frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}} \end{aligned}$$

ஒட்டுறவு படுத்துதலின் குணகம் என்பது உறுதிப்பாட்டு குணகத்தின் வர்க்க மூலமாக இருக்கும் என்று இது தெளிவாக காட்டுகிறது.

மதிப்பு 'r' -ன் குறுகிய சூத்திரத்தினை குறைந்த வர்க்க முறையின் மூலம் மீண்டும் கண்டறியலாம். அவை பின்வருமாறு எழுதப்பட்டிருக்கிறது:

$$r = \sqrt{\frac{a \sum Y + b \sum XY - n \bar{Y}^2}{\sum Y^2 - n \bar{Y}^2}}$$

a = Y-ன் இடைமறிப்பு

b = மதிப்பீட்டு சமன்பாட்டின் சாய்வு

X = தன்னிச்சை மாறியின் மதிப்புகள்

Y = சார்பு மாறிகளின் மதிப்புகள்

Y<sub>-</sub> = Y-ன் குறிப்பிட்ட மதிப்புகளின் சராசரி

n = மாதிரி உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை

(அதாவது, உற்று நோக்கப்பட்ட தரவுகளின் இணைகள்)

குறிப்புகள்

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

குறிப்புகள்

குறைந்த வர்க்க மூலம் செயல்படும் ஒட்டுறவின் குணகம் கூட்டல் (+) அல்லது கழித்தல் (-) அடையாளம் கணக்கிடப்பட்ட சமன்பாட்டில் 'b' என்ற அடையாளத்துடன் தொடர்புடையது.  $\hat{Y} = a + bX_i$  என்பது ஒரு கழித்தல் குறியீடாக இருந்தால் 'r' என்பதற்கான அறிகுறியானது கழித்தலாக இருக்கும், ஆனால் 'b' என்பது ஒரு கூட்டல் குறியீடாக இருந்தால், 'r' இன் அடையாளமும் கூட்டல் ஆகும். 'r' மதிப்பானது இரண்டு மாறிகள் X மற்றும் Y க்கு இடையிலான தொடர்பின் திசையுடன் அளவை குறிக்கிறது.

எளிய பின்னடைவு குணகம் பயன்படுத்தி ஒட்டுறவு குணகம்

இந்த முறையின் கீழ், Y எனும் சமன்பாடு மற்றும் X இன் சமன்பாடு குறைந்த வர்க்க முறையை பயன்படுத்தி செயல்படுகிறது. இந்த மதிப்பீட்டில் சமன்பாடுகள், X ன் பின்னடைவு குணகம் Y யில் காண்கிறோம்., அதாவது, மதிப்பீடு சமன்பாட்டின் சாய்வு எ.கா., X இன் மதிப்பீடு சமன்பாட்டின் சாய்வு

$$r \frac{\sigma_X}{\sigma_Y}$$

(குறியீட்டு ரீதியாக  $b_{XY}$  என எழுதப்பட்டது) இது  $\sigma_Y$  க்கு சமம், அதேபோல் X இல் Y இன் பின்னடைவு குணகம், அதாவது Y இன் மதிப்பீட்டின்

$$r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$$

சமன்பாடு (குறியீட்டு ரீதியாக  $b_{YX}$  என எழுதப்பட்டது), இது  $\sigma_X$  க்கு சமம். 'r' யை கண்டுபிடிப்பதற்கு, இந்த இரண்டு பின்னடைவு குணகங்களின் உற்பத்தியின் வர்க்க மூலம் கீழே குறிப்பிடப்பட்டுள்ளபடி:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{b_{XY} \cdot b_{YX}} = \sqrt{r \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} \cdot r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}} \\ &= \sqrt{r^2} = r \end{aligned}$$

முன்பு கூறியதுபோல், 'r' என்ற அடையாளம் மறுபயன்பாட்டுக் குணகங்களின் அடையாளம் சார்ந்தது. அவர்கள் குறைந்தபட்ச அடையாளம் கொண்டிருப்பின் பின்னர் 'r' கழித்தல் குறியீட்டை எடுக்கும், ஆனால் 'r' என்ற அடையாளம் கூட்டல் குறியீட்டிற்கான கூடுதலான அடையாளம் என கொண்டால் கூடுதலாக இருக்கும்.

கார்ல் பியர்ஸனின் தொடர்பு குணகம்

கார்ல் பியர்ஸனின் முறை இரண்டு மாறுபாடுகளுக்கு இடையேயான உறவை அளவிடுவதற்கான பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படும் முறையாகும். இந்த குணகம் பின்வரும் ஊகங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டது:

- இரண்டு மாறிகள் இடையே ஒரு நேர்கோட்டு உறவு உள்ளது, அதாவது ஒரு வரைபடத்தில் திட்டமிடப்பட்ட தரவு திட்டமிடப்பட்டால் நேராக வரி பெறப்படும் என்பதாகும்.
- இந்த இரண்டு மாறிகளும் சாதாரணமாக தொடர்புடையவை,

இதில் உள்ள மாறிகள் ஒன்று தனித்தும், மற்றொன்று சார்ந்ததாக இருக்கும்.

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

- (c) ஒரு சாதாரண விநியோகத்தை உருவாக்குவதற்காக, அதிக எண்ணிக்கையிலான தற்சார்பு காரணங்கள் மாறிகள் இரண்டிலும் இயங்குகின்றன.

குறிப்புகள்

கார்ல் பியர்ஸனின் கூற்றுப்படி, 'r' கீழ்க்கண்டவாறு செயல்பட முடியும்:

$$r = \frac{\sum XY}{n\sigma_x\sigma_y}$$

$$X = (X - \bar{X})$$

$$Y = (Y - \bar{Y})$$

இப்போது

$\sigma_x = X$  தொடரின் நிலையான விலகல் மற்றும்  $\sqrt{\frac{\sum X^2}{n}}$  இதற்கு சமமாக உள்ளது

$\sigma_y = Y$  தொடரின் நிலையான விலகல் மற்றும்  $\sqrt{\frac{\sum Y^2}{n}}$  இதற்கு சமமாக உள்ளது

$n = X$  மற்றும்  $Y$  இன் இணைகளின் எண்ணிக்கை.

பெருக்குத் தொகை கணச் சூத்திரம் என அறியப்படும் ஒரு குறுக்கு வெட்டு சூத்திரம் மேலே கூறப்பட்டுள்ள சூத்திரத்திலிருந்து இருந்து பெற முடியும்:

$$r = \frac{\sum XY}{n\sigma_x\sigma_y} = \frac{\sum XY}{\sqrt{\frac{\sum X^2}{n} \cdot \frac{\sum Y^2}{n}}}$$

$$= \frac{\sum XY}{\sqrt{\sum X^2 \sum Y^2}}$$

மேலே உள்ள சூத்திரங்கள் உண்மையான வழிமுறையைப் பெற அடிப்படையாக உள்ளது. முதலில் n, பின்னர் மற்ற கணக்கீடுகளையும் செய்து கொள்ளுங்கள். உண்மையான வழி பின்னங்களாக இருந்தால், இது ஒரு கடினமான பணியாக இருக்கும். கடினமான கணக்கைத் தவிர்ப்பதற்கு

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

நாம் விலகல்களை வெளியே எடுத்து தொடர்புடைய கணக்கீடுகளை செய்து  
கொள்வதன் மூலம் எடுக்கப்பட்ட வழிமுறையைப் பயன்படுத்துகிறோம்.  
அத்தகைய சூழ்நிலையில், 'r' மதிப்பைக் கண்டறிவதற்கு பின்வரும்  
சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தலாம்:

குறிப்புகள்

(a) தொகுக்கப்படாத தரவு:

$$r = \frac{\frac{\sum dX \cdot dY}{n} - \left( \frac{\sum dX}{n} \cdot \frac{\sum dY}{n} \right)}{\sqrt{\frac{\sum dX^2}{n} \left( \frac{\sum dY^2}{n} \right)} \sqrt{\frac{\sum dY^2}{n} \left( \frac{\sum dX}{n} \right)^2}}$$

$$= \frac{\sum dX \cdot dY - \left( \frac{\sum dX \times \sum dY}{n} \right)}{\sqrt{\sum dX^2 - \left( \frac{\sum dX}{n} \right)^2} \sqrt{\sum dY^2 - \frac{(\sum dY)^2}{n}}}$$

இங்கே

$$\sum dX = \sum (X - X_A)$$

$$\sum dY = \sum (Y - Y_A)$$

$$\sum dX^2 = \sum (X - X_A)^2$$

$$\sum dY^2 = \sum (Y - Y_A)^2$$

$$\sum dX \cdot dY = \sum (X - X_A)(Y - Y_A)$$

$X_A = X$  இன் சராசரி மதிப்பீடு

$Y_A = Y$  இன் சராசரி மதிப்பீடு

$n = X$  மற்றும்  $Y$  ஆகியவற்றின் கூர் நோக்குகளின் எண்ணிக்கை

(b) தொகுக்கப்பட்ட தரவு



குறிப்புகள்

$$r = \frac{\frac{\sum fdX.dY}{n} - \left(\frac{\sum fdX}{n} \cdot \frac{\sum fdY}{n}\right)}{\sqrt{\frac{\sum fdX^2}{n} - \left(\frac{\sum fdX}{n}\right)^2} \sqrt{\frac{\sum fdY^2}{n} - \left(\frac{\sum fdY}{n}\right)^2}}$$

அல்லது  $r = \frac{\frac{\sum fdX.dY}{n} - \left(\frac{\sum fdX}{n} \cdot \frac{\sum fdY}{n}\right)}{\sqrt{\sum fdX^2 - \left(\frac{\sum fdX}{n}\right)^2} \sqrt{\sum fdY^2 - \left(\frac{\sum fdY}{n}\right)^2}}$

இங்கே

$$\begin{aligned} \sum fdX.dY &= \sum f(X - X_A)(Y - Y_A) \\ \sum fdX &= \sum f(X - X_A) \\ \sum fdY &= \sum f(Y - Y_A) \\ \sum fdY^2 &= \sum f(Y - Y_A)^2 \quad \sum fdX^2 = \sum f(X - X_A)^2 \end{aligned}$$

கூட்டுறவு குணகத்தின் சாத்தியமான பிழை

r இன் மதிப்பு புரிந்துகொள்ளக்கூடிய மற்றும் சாத்தியமானது எனில், சாத்தியமுள்ள பிழை (PE) r மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கும். இது காரல் பியர்ஸனின் கூட்டிணைவு தொடர்புக்கு உட்பட்டது.

$$PE = 0.6745 \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

r ஆனது PE யை விட குறைவாக இருந்தால் அது குறிப்பிடத்தக்க இல்லை. r, PE யை விட அதிகமாக இருந்தால் தொடர்பு இருக்கிறது. r, 6 மடங்கு PE மற்றும்  $\pm 0.5$  க்கும் அதிகமாக இருந்தால், அது குறிப்பிடத்தக்கதாகக் கருதப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 5.1: பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து X மற்றும் Y க்கு இடையில் 'r' யை கணக்கிட பின்வரும் மூன்று முறைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன:

- குறைந்த வர்க்க முறை
- பின்னடைவு குணகம் அடிப்படையிலான முறை

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

(c) கார்ல் பியர்ஸனின் தயாரிப்பு தருண முறை

பெறப்பட்ட முடிவுகளை மற்ற முறையில் சரிபார்க்கவும்,

குறிப்புகள்

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	9	8	10	12	11	13	14	16	15

தீர்வு: 'r' மதிப்பைக் கணக்கிட பின்வரும் அட்டவணையை உருவாக்குவோம்.

X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY	
1	9	1	81	9	
2	8	4	64	16	
3	10	9	100	30	
4	12	16	144	48	
5	11	25	121	55	
6	13	36	169	78	
7	14	49	196	98	
8	16	64	256	128	
9	15	81	225	135	
n=9	ΣX=45	ΣY=108	ΣX <sup>2</sup> =285	ΣY <sup>2</sup> =1356	ΣXY=597

$$\therefore \bar{X} = 5; \quad \bar{Y} = 12$$

(i) கூட்டுறவு குணகம் குறைந்த வர்க்க முறையின் கீழ் இயங்குகிறது:

முதலாவதாக, இது பற்றி மதிப்பிடப்பட்ட சமன்பாடு.

$$\hat{Y} = a - bX_i$$

இங்கே 
$$b = \frac{\sum XY - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum X^2 - n\bar{X}^2}$$

$$= \frac{597 - 9(5)(12)}{285 - 9(25)} = \frac{597 - 540}{285 - 225} = \frac{57}{60} = 0.95$$

மற்றும் 
$$a = Y - bX$$

$$= 12 - 0.95(5) = 12 - 4.75 = 7.25$$

எனவே, 
$$\hat{Y} = 7.25 + 0.95X_i$$

இப்போது, 'r' குறைந்த வர்க்க முறைப்படி செயல்பட முடியும்:

குறிப்புகள்

$$r = \sqrt{1 - \frac{\text{காரணமற்ற மாறுபாடு}}{\text{மொத்த மாறுபாடு}}}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}} = \sqrt{\frac{\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{a \sum Y - b \sum XY - n\bar{Y}^2}{\sum Y^2 - n\bar{Y}^2}}$$

குறுக்கு வெட்டு சூத்திரத்தின்படி,

$$r = \sqrt{\frac{7.25(108) + 0.95(597) - 9(12)^2}{1356 - 9(12)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{783 + 567.15 - 1296}{1356 - 1296}} = \sqrt{\frac{54.15}{60}}$$

$$= \sqrt{0.9025} = 0.95$$

(ii) முரண்பாட்டின் குணகம் என்பது முரண்பாட்டினை அடிப்படையாகக் கொண்டு அதன் கீழ் செயல்பட்டு வருகிறது:

X இல் Y யின் பின்னடைவு குணகம்

$$b_{yx} = \frac{\sum XY - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum X^2 - n\bar{X}^2}$$

$$= \frac{597 - 9 \times 5 \times 12}{1356 - 9(12)^2} = \frac{597 - 540}{1356 - 1296} = \frac{57}{60}$$

Y இல் X யின் பின்னடைவு குணகம்

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

குறிப்புகள்

$$b_{XY} = \frac{\sum XY - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum Y^2 - n\bar{Y}^2}$$

$$= \frac{597 - 9 \times 5 \times 12}{1356 - 9(12)^2} = \frac{597 - 540}{1356 - 1296} = \frac{57}{60}$$

$$\text{எனவே, } r = \sqrt{b_{YX} \cdot b_{XY}} = \sqrt{\frac{57}{60} \times \frac{57}{60}} = \frac{57}{60} = 0.95$$

(iii) கூட்டுறவுகளின் குணகம் கார்ல் பியர்ஸனின் தயாரிப்பு முறையின் கீழ் செயல்பட்டு வருகிறது:

$$\begin{aligned} &= \frac{\sum XY - n\bar{X}\bar{Y}}{\sqrt{\sum X^2 - n\bar{X}^2} \sqrt{\sum Y^2 - n\bar{Y}^2}} \\ &= \frac{597 - 9(5)(12)}{\sqrt{285 - 9(5)^2} \sqrt{1356 - 9(12)^2}} \\ &= \frac{597 - 540}{\sqrt{285 - 225} \sqrt{1356 - 1296}} = \frac{57}{\sqrt{60} \sqrt{60}} = \frac{57}{60} = 0.95 \end{aligned}$$

எனவே, நாம்  $r = 0.95$  என்ற மதிப்பை பெறலாம். மற்ற இரண்டு முறைகளையும் பயன்படுத்துகின்ற போது அதே மதிப்பை நாம் பெறலாம். எனவே, எந்த முறையை பயன்படுத்தினாலும் அதன் முடிவு ஒரே மாதிரியாக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.2: பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து தொடர்பு மற்றும் மறுபரிசீலனை கோணங்களின் குணகம் கணக்கிடலாம்.

X விளம்பரம் செலவினம் (ரூ '00)

Y விற்பனை வருவாய் (ரூ '000)	5-15	15-25	25-35	35-45	மொத்தம்
75-125	3	4	4	8	19
125-175	8	6	5	7	26
175-225	2	2	3	4	11
225-275	2	3	2	2	9

மொத்தம்

15 15 14 21 n=65

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட தகவல் இருமாறி குழு தரவு என்பதால் கீழே குறிப்பிட்டபடி நாம் 'r' கண்டுபிடித்து பல்வேறு மதிப்புகள் பெற கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணையில் வலது மற்றும் கீழ்நோக்கி நீட்டிக்க வேண்டும்.

Y விற்பனை வருவாய் (ரூ '000)	X விளம்பரம் செலவினம் (ரூ '00)				மொத்தம்	மையப்புள்ளி A = 200fdY Y என்றால்	i=50 ∴ dY	fdY <sup>2</sup>	fdX.	dY
	5-15	15-25	25-35	35-40						
75-125	3	4	4	8	19	100	-2	-38	76	4
125-175	8	6	5	7	26	150	-1	-26	26	15
175-225	2	2	3	4	11	200	0	0	0	0
225-275	2	3	2	2	9	250	1	9	9	-5
மொத்தம் ∑fdX.dY (அல்லது f)	15	15	14	21	n=65			∑fdY	∑fdY <sup>2</sup>	
								=-55	=111	=14
Xன் மையப்புள்ளி If A=30	10	20	30	40						
i=10 ∴ dX	-2	-1	0	1						
fdX	-30	-15	0	21	∑fdX					
					=-24					
fdX <sup>2</sup>	60	15	0	21	∑fdX <sup>2</sup>					
					=96					
fdX.dY	24*	11	0	-21	∑fdX.dY					
					=14					

குறிப்புகள்

$$r = \frac{\frac{\sum fdX.dY}{n} - \left( \frac{\sum fdX}{n} \frac{\sum fdY}{n} \right)}{\sqrt{\frac{\sum fdX^2}{n} - \left( \frac{\sum fdX}{n} \right)^2} \sqrt{\frac{\sum fdY^2}{n} - \left( \frac{\sum fdY}{n} \right)^2}}$$

மேலே உள்ள சமன்பாட்டில் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்புகளை வைத்து:

குறிப்புகள்

$$r = \frac{\frac{14}{65} - \left(\frac{-24}{65} \times \frac{-55}{65}\right)}{\sqrt{\frac{96}{65} - \left(\frac{-24}{65}\right)^2} \sqrt{\frac{111}{65} - \left(\frac{-55}{65}\right)^2}}$$

$$\begin{aligned} & \frac{0.2154 - (+0.3124)}{\sqrt{1.48 - 0.14} \sqrt{1.71 - 0.72}} \\ & = \frac{(-)0.0970}{\sqrt{(1.34) \times (99)}} = \frac{-0.00970}{\sqrt{1.3266}} = \frac{-0.0970}{1.15} = (-)0.0843 \end{aligned}$$

எனவே,

$$r = (-)0.0843$$

இந்த இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையே ஒரு மோசமான எதிர்மறை தொடர்பை காட்டுகிறது. Y (விற்பனை வருவாய்) இல் 0.64% ( $r^2 = (0.08)^2 = 0.0064$ ) வேறுபாடு மட்டுமே X (விளம்பரம் செலவினம்) இல் மாறுபாடுகளால் விளக்கப்பட்டுள்ளது

பின்னடைவின் இரண்டு வரிகள் கீழே உள்ளன:

$$Y \text{ மீது } X \text{ பின்னடைவு வரி: } (X - \bar{X}) = r \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} (Y - \bar{Y})$$

$$X \text{ மீது } Y \text{ பின்னடைவு வரி: } (Y - \bar{Y}) = r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (X - \bar{X})$$

முதலில் பின்வரும் மதிப்புகளை பெற:

$$\bar{X} = A + \frac{\sum fdX}{n} .i = 30 + \frac{(-24)}{65} \times 10 = 26.30$$

$$\bar{Y} = A + \frac{\sum fdY}{n} .i = 200 + \frac{-55}{65} \times 10 = 157.70$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum fdX^2}{n} - \left(\frac{\sum fdX}{n}\right)^2} \times i = \sqrt{\frac{96}{65} - \left(\frac{-24}{65}\right)^2} \times 10 = 11.60$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum fdY^2}{n} - \left(\frac{\sum fdY}{n}\right)^2} \times i = \sqrt{\frac{111}{65} - \left(\frac{-55}{65}\right)^2} \times 50 = 49.50$$

எனவே, Y மீது Xன் பின்னடைவு வரி:

$$(X - 26.30) = \frac{11.6}{49.5}(-0.084)(Y - 157.70)$$

அல்லது  $\hat{X} = -0.02Y + 3.15 + 26.30$

$$\hat{X} = -0.02Y + 29.45$$

X மீது Yன் பின்னடைவு வரி:

$$(Y - 157.70) = \frac{49.5}{11.6}(-0.084)(X - 26.30)$$

அல்லது,  $\hat{Y} = 0.36X + 9.47 + 157.70$

$$\hat{Y} = -0.36X + 167.17$$

### 5.3 LP சிக்கலுக்கான தீர்வு: வரைகலை மற்றும் ஒற்றை முறை

எளிய நேரான நிரலாக்க சிக்கல்களை இரண்டு முடிவு மாறிகள் வரைகலை முறையின் மூலம் எளிதில் தீர்க்கப்பட முடியும்.

#### 5.3.1 வரைகலை முறையில் LPP தீர்வுகான செயல்முறை

வரைபட முறையில் உள்ள படிக்கள் பின்வருமாறு.

படி 1: ஒவ்வொரு ஏற்றத்தாழ்வு கட்டுப்பாடும் ஒரு சமன்பாடு என கருத வேண்டும்.

படி 2: வரைபடத்தில் ஒவ்வொரு சமன்பாட்டையும் சமன்பாடு செய்வதன் மூலம் வடிவியல் ஒரு நேர் கோட்டில் குறிக்கப்படும்.

படி 3: அப்பகுதியை குறிக்கவும். அந்த வரியைப் பொருத்து சமச்சீரற்ற கட்டுப்பாடு என்றால்  $\leq$ , அப்பகுதியில் முதல் பிரிவில் உள்ள வரியின் கீழே உள்ள பகுதி (மாறிகள் அல்லாத குறையற்ற எண் காரணமாக) நிழலிடப்பட்டுள்ளது. சமச்சீரற்ற கட்டுப்பாடு  $\geq$  என்றால், முதல் பிரிவில் நிழலிடப்பட்டுள்ளது.

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

பொதுவான பகுதியில் காணப்படும் புள்ளிகள் ஒரே நேரத்தில் அனைத்து கட்டுப்பாடுகளையும் பூர்த்தி செய்யும். இவ்வாறு பெறப்பட்ட பொதுவான பகுதி, சாத்தியமான பகுதி என்று அழைக்கப்படுகிறது.

படி 4: ஒரு தன்னிச்சையான மதிப்பை ஒதுக்குங்கள், புறநிலை செயல்பாட்டிற்கு பூஜ்ஜியம் என்று கூறவும்.

படி 5: தன்னிச்சையான மதிப்போடு குறிக்கோள் செயல்பாட்டை பிரதிநிதித்துவப்படுத்த ஒரு நேர்க்கோட்டை வரையவும் (அதாவது, தோற்றம் மூலம் ஒரு நேர்க்கோட்டை வரையவும்).

படி 6: சாத்தியமான பகுதியை தீவிர புள்ளி புறநிலை செயல்பாட்டு வரி வரை நீட்டலாம். அதிகபட்சமாக, இந்த வரி தோற்றத்திலிருந்து மிக தொலைவில் நிறுத்தப்படும் மற்றும் சாத்தியமான பகுதியில் குறைந்தபட்சம் ஒரு மூலையினூடாக செல்கிறது. குறைத்தல் வழக்கில், இந்த கோடு தோற்றத்திற்கு அருகே நிறுத்தப்படும் மற்றும் சாத்தியமான பகுதியில் குறைந்தபட்சம் ஒரு மூலையிலிருந்து செல்கிறது.

படி 7: தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட தீவிர புள்ளிகளின் ஒருங்கிணைப்புகளைக் கண்டறியவும் படி 6 மற்றும் Z இன் அதிகபட்ச அல்லது குறைந்தபட்ச மதிப்பைக் கண்டறியவும்.

குறிப்பு: உகந்த மதிப்புகள் சாத்தியமான பகுதியில் மூலையின் புள்ளிகளில் ஏற்படும், சாத்தியமான பகுதியின் மூலையின் புள்ளிகளின் புறநிலை செயல்பாட்டின் மதிப்பைக் கணக்கிட மற்றும் உகந்த தீர்வை வழங்கும் ஒருவரைத் தேர்ந்தெடுக்கவும் போதுமானது ஆகும். அதாவது, அதிகபட்சமயமாக்கலில் சிக்கல் ஏற்பட்டால், உகந்த புள்ளி குறிக்கோள் செயல்பாட்டின் அதிகபட்ச மதிப்பைக் கொண்டிருக்கும் மற்றும் குறைக்கப்படும்போது, குறிக்கோள் செயல்பாட்டைக் கொடுக்கும் மூலக்கூறின் அளவுக்கு உகந்த தீர்வு ஆகும்.

உதாரணம் 5.3: பின்வரும் LPP யை வரைகலை முறையால் தீர்க்கவும்

$$Z \text{ யை குறைக்க} = Z = 20X_1 + 10X_2$$

$$X_1 \text{ உட்பட்டது} = X_1 + 2X_2 \leq 40$$

$$3X_1 + X_2 \geq 30$$

$$4X_1 + 3X_2 \geq 60$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

தீர்வு: சமன்பாட்டின் எல்லையற்ற ஏற்றத்தாழ்வுகள் அனைத்தையும் மாற்ற,



$$X_1 + 2X_2 = 40 \text{ என்றால் } X_1 = 0 \Rightarrow X_2 = 20$$

$$X_2 = 0 \Rightarrow X_1 = 40$$

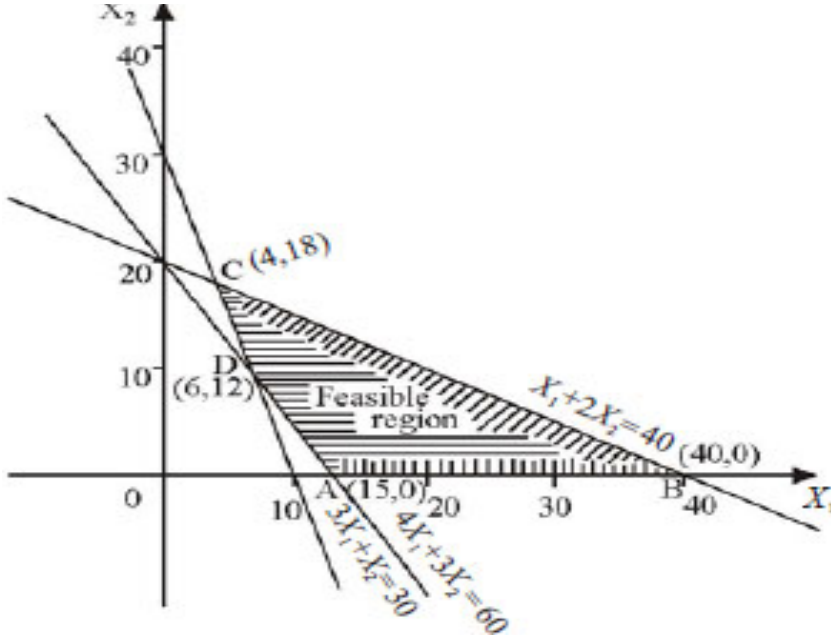
என்றால்

$$X_1 + 2X_2 = 40 \text{ ஆனது } (0,20) (40,0) \text{- ஆக கடந்து செல்கிறது}$$

$$3X_1 + X_2 = 30 \text{ ஆனது } (0,30) (10,0) \text{- ஆக கடந்து செல்கிறது}$$

$$4X_1 + 3X_2 = 60 \text{ ஆனது } (0,20) (0,15) \text{- ஆக கடந்து செல்கிறது}$$

வரைபடத்தில் ஒவ்வொரு சமன்பாட்டையும் திட்டமிடுங்கள்.



சாத்தியமான பகுதி ABCD ஆகும்.

C மற்றும் D ஆகியவை வரிகளை சந்திக்கும் புள்ளிகள் ஆகும்.

$$X_1 + 2X_2 = 40, X_1 + X_2 = 30$$

$$\text{மற்றும், } 4X_1 + 3X_2 = 60$$

தீர்க்கும் போது, நாம்  $C = (4, 18)$  மற்றும்  $D = (6, 12)$

மூலை புள்ளிகள்	Z இன் மதிப்பு= $20X_1 + 10X_2$
A(15,0)	300
B(40,0)	800
C(4,18)	260

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

$\therefore Z$  இன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு D(6,12)இல் நிகழ்கிறது. எனவே, உகந்த தீர்வு  $X_1 = 6, X_2 = 12$  ஆகும்.

### 5.3.2 ஒற்றை முறை

ஒற்றை முறை ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட நடைமுறை ஆகும். இந்த முறையானது ஒரு வழிமுறையை வழங்குகிறது, இது ஒரு சிக்கல் வாய்ந்த தீர்வின் பகுதியிலிருந்து இன்னொரு இடத்திற்கு நகரும், அடுத்தடுத்த முனையத்தில் வழக்கின் குறைவான அல்லது முரணாக இருக்கும் புறச்சூழல் சார்பின் மதிப்பு குறைவாக இருக்கும்.

### வரையறை

(i) LPP க்கு அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வாக  $X_B$  இருக்கட்டும்  
அதிகபட்சமாக  $Z = CX$

$A_X = b$  மற்றும்  $X \geq 0$ , க்கு உட்பட்டு, அது  $X_B = B^{-1}b$ யை, திருப்திப்படுத்துகிறது,

இங்கு B என்பது அடிப்படைக் மாறிகள் மூலம் உருவாகும் அடிப்படை அணி ஆகும்.

திசையன்  $C_B = (C_{B1}, C_{B2}, \dots, C_{Bm})$ ,  $C_{Bj}$  என்பது அடிப்படை மாறிகள் தொடர்புடைய C இன் பாகங்களைக் கொண்டிருக்கும்,  $X_B$  அடிப்படை தீர்வுடன் தொடர்புடைய விலை திசையன் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

(ii) LPP க்கு அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வாக  $X_B$ யை அனுமதிக்கவும்.  
அதிகபட்சமாக  $Z = C_X$ , இதில்  $A_X = b$  மற்றும்  $X \geq 0$ .

$C_B$  யில்  $X_B$  க்கு ஏற்ற விலை திசையன் ஆகட்டும்.  $A_1$  இல் உள்ள ஒவ்வொரு நெடுவரிசை திசையன்  $a_j$ க்கும், இது Bஇன் நெடுவரிசை திசையல்ல, இருப்பினும்

$$a_j = \sum_{i=1}^m a_{ij} b_j$$

எண்ணிக்கைக்கு பிறகு  $Z_j = \sum_{i=1}^m C_{Bi} a_{ij}$  உடன் தொடர்புடைய மதிப்பீடு மற்றும் எண்  $(Z_j - C_j)$  என்பது  $j$  உடன் தொடர்புடைய நிகர மதிப்பீடு என்று அழைக்கப்படுகிறது.

எளிமையான வழிமுறை மூலம் ஒரு LPPயை தீர்க்கும் போது, ஒரு முக்கிய கருதுகோள் தொடக்க அடிப்படையான சாத்தியமான தீர்வின் இருப்பு ஆகும். ஒரு சிறந்த தீர்வைக் கண்டறிவதில் பின்வரும் படிநிலைகள் உள்ளன.

படி 1: கொடுக்கப்பட்ட LPPஇன் குறிக்கோள் செயல்பாடு குறைக்கப்படுவதா அல்லது அதிகப்படுத்துவதா என்பதை முதலில் கண்டுபிடிப்பது அவசியம். குறிக்கோள் புறநிலை சார்பாக இருந்தால், LPP ஒரு அதிகபட்ச சிக்கலாக மாற்றப்பட வேண்டும்.

குறைந்தபட்சமாக  $Z = -$ அதிகபட்சமாக  $(-Z)$

படி 2:  $b_i (i = 1, 2, \dots, m)$ -ன் அனைத்து மதிப்புகளும் நேர்மறையாக இருக்க வேண்டும். எந்த எதிர்மறையான இரு மதிப்பு -1யை பெருக்குவதன் மூலம் நேர்மறை மதிப்பாக மாற்றப்பட வேண்டும்

படி 3: இந்த சிக்கல் நிலையான வடிவத்தில் வெளிப்படுத்தப்பட வேண்டும். சமச்சீர்ற்ற சிக்கல்களை சமன்பாட்டிற்கு மாற்றியமைப்பதற்காக மந்தமான/உபரி மாறிகள் அறிமுகப்படுத்துவதன் மூலம் இது செய்யப்படலாம்.

படி 4:  $X_B = B^{-1}b$  வடிவத்தில் சிக்கலுக்கு ஆரம்ப அடிப்படை தீர்வு கிடைக்கும் மற்றும் எளிய அட்டவணையின் முதல் நெடுவரிசையில் வைக்கவும். ஒற்றை ஆரம்ப அட்டவணை பின்வருமாறு காட்டப்பட்டுள்ளது:

		$C_j$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	..... $C_n$	0	0.....0
$C_B$	$S_B$	$X_B$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	..... $X_n$	$S_1$	$S_2$ ..... $S_m$
$C_{B1}$	$S_1$	$b_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$	..... $a_{1n}$	1	0.....0
$C_{B2}$	$S_2$	$b_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{24}$	..... $a_{2n}$	1	0.....0

படி 5: நிகர மதிப்பீடுகளை  $Z_j - C_j$  மூலம் கணக்கிடு:

$$Z_j - C_j = C_B (a_j - C_j)$$

$Z_j - C_j$  இன் அடையாளத்தை பரிசோதிக்கவும்

- அனைத்து  $Z_j - C_j \geq 0$ , என்றால் தொடக்க அடிப்படை தீர்வு  $X_B$  என்பது ஒரு அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வாகும்.
- குறைந்தபட்சம் ஒரு  $Z_j - C_j > 0$ , என்றால், தீர்வு சரியானது அல்ல என்றால் அடுத்த கட்டத்திற்கு செல்லுங்கள்.

படி 6: நுழைவதற்கு மாறியை கண்டறிய வேண்டும் அதாவது, முக்கிய நெடுவரிசை

ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட எதிர்மறை  $Z_j - C_j$  இருப்பின், அவற்றில் மிக அதிகமான எதிர்மறை தேர்வு செய்யப்பட வேண்டும். அது  $Z_j - C_j$ ன் சில  $j=r$  க்கு  $C_r$  ஆக இருக்கும். இது நுழைவு மாறி  $X_r$ யை கொடுக்கிறது மற்றும் சவா நெடுவரிசையின் கீழ் ஒரு அம்புக்குறி மூலம் குறிக்கப்படுகிறது. ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட மாறிகள் இருந்தால் அதே எதிர்மறை  $Z_j - C_j$ , பின்னர் மாறி எந்த ஒரு உள்ளிட்டு மாறி என தன்னிச்சையாக தேர்வு செய்யலாம்.

- $X_r \leq 0 (i = 1, 2, \dots, kP)$  அனைத்து, கொடுக்கப்பட்ட பிரச்சனைக்கு ஒரு எல்லையற்ற தீர்வு இருக்கிறது.

குறிப்புகள்

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

குறிப்புகள்

(ii) குறைந்தபட்சம் ஒரு  $X_{ir} > 0$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) என்றால், அதனுடன் தொடர்புடைய திசையன்  $X_r$  அடித்தளமாகிறது.

படி 7: மாறி அல்லது முக்கிய வரிசை கண்டுபிடிக்க:

விகிதம் கணக்கிட ( $X_{Bi} / X_{kr}, X_{ir}, 0$ )

இந்த விகிதங்கள் குறைந்தபட்சம்  $X_{kr} X_{Bi}$ , பின் மாறும்  $X_k$  தேர்வு செய்யவும் முக்கிய வரிசை மற்றும் முக்கிய வரிசை சந்திப்பில் உள்ள கூறுகள் மற்றும் முக்கிய நெடுவரிசை முக்கிய கூறுகள் எனப்படும்.

படி 8: CB நெடுவரிசையின் கீழ் இணைக்கப்பட்ட மதிப்புடன் சேர்த்து மாறி மற்றும் நுண்ணறிவு மாறினை அறிமுகப்படுத்துவதன் மூலம் புதிய அடிப்படையை உருவாக்குதல். முக்கிய கூறுகள் மற்றும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி பூஜ்ஜியத்தில் உள்ள அனைத்து தனிமங்களுடனும் முக்கிய சமன்பாட்டை வகுப்பதன் மூலம் ஒற்றுமைக்கு மாற்றாக கூறுகள் மாற்றப்படுகிறது

புதிய கூறுகள் = பழைய கூறுகள்

$$- \left[ \begin{array}{c} \text{முக்கிய வரிசை மற்றும் முக்கிய நெடுவரிசையில் உள்ள} \\ \text{கூறுகளின் தயாரிப்பு} \\ \hline \text{முக்கிய தனிமம்} \end{array} \right]$$

படி 9: படிமுறை (5) நடைமுறைப்படுத்தப்பட வேண்டும், அல்லது உகந்த தீர்வை பெறும் அல்லது வரையறுக்கப்பட்ட தீர்வின் அறிகுறியாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.4: பின்வரும் LPP தீர்க்க ஒற்றை முறையைப் பயன்படுத்தவும்.

அதிகபட்சமாக  $Z = 3X_1 + 2X_2$

கீழ்க்கண்டபடி,  $X_1 + X_2 \leq 4$

$$X_1 - X_2 \leq 2$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

தீர்வு: சாய்வு மாறிகள்  $S_1, S_2$ , இந்த சிக்கலை அதன் நிலையான வடிவத்தில் மாற்றவும்.

அதிகபட்சமாக  $Z = 3X_1 + 2X_2 + 0S_1 + 0S_2$

கீழ்க்கண்டபடி,  $X_1 + X_2 + S_1 = 4$

$$X_1 - X_2 + S_2 = 2$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2 \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} X_1 & X_2 & S_1 & S_2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

ஒரு ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வு வழங்கப்படுகிறது,

$$X_B = B^{-1}b,$$

$$\text{இங்கே, } B = I_2, X_B = (S_1, S_2)$$

$$\text{அதாவது, } (S_1, S_2) = I_2 (4, 2) = (4, 2)$$

ஆரம்ப ஒற்றை அட்டவணை

$$Z_1 = C_B a_j$$

$$Z_1 - C_1 = C_{Ba_1} - C_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 3 = -3$$

$$Z_2 - C_2 = C_{Ba_2} - C_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} (1-1) - 2 = -2$$

$$Z_3 - C_3 = C_{Ba_3} - C_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} (1 \ 0) - 0 = -0$$

$$Z_4 - C_4 = C_{Ba_4} - C_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} (0 \ 1) - 0 = -0$$

$C_B$	B	$C_j$ $X_B$	3 $X_1$	2 $X_2$	0 $S_1$	0 $S_2$	
							குறைந்தபட்சமாக
							$\frac{X_B}{X_1}$
0	$S_1$	4	1	1	1	0	4/1=4
←0	$S_2$	2	①	-1	0	1	2/1=2
	$Z_j$	0	0	-1	0	1	
	$Z_j - C_j$		-3↑	-2	0	0	

$Z_j - C_j = 0$  இருப்பதால், தற்போதைய அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வு உகந்ததாக இல்லை.

$Z_1 - C_1 = -3$  மிகவும் எதிர்மறை என்பதால், தொடர்புடைய அடிப்படை அல்லாத மாறி  $X_1$  அடிப்படையிலானது.

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

குறிப்புகள்

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

இந்த  $X_1$  உடன் தொடர்புடைய நெடுவரிசை முக்கிய நெடுவரிசை  
எனப்படுகிறது.

குறிப்புகள்

$$\text{விகிதம்} = \left. \text{குறைந்தபட்சமாக } \frac{X_{Bi}}{X_{ir}}, X_{ir} > 0 \right\}$$

$$= \text{குறைந்தபட்சமாக } \left\{ \frac{4}{1}, \frac{2}{1} \right\} S_2\text{-யுடன் ஒத்துள்ளது}$$

அதாவது விட்டு மாறி ஆனது அடிப்படை மாறி  $S_2$  ஆக உள்ளது.  
இந்த வரிசையானது முக்கிய வரிசையாக அழைக்கப்படுகிறது.  
முன்னணி கூறுகள்  $X_{21}$  யை அதன் அலகுக்கு மற்றும் அதன் அனைத்து  
நெடுவரிசையில் உள்ள அனைத்து கூறுகளுக்கும் மாற்றவும், அதாவது, ( $X_1$ )  
சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி பூஜ்ஜியத்திற்கு மாற்றவும்.

புதிய கூறுகள் = பழைய கூறுகள் -

$$- \left[ \begin{array}{c} \text{முக்கிய வரிசை மற்றும் முக்கிய நெடுவரிசையில் உள்ள} \\ \text{கூறுகளின் தயாரிப்பு} \\ \hline \text{முக்கிய கூறுகள்} \end{array} \right]$$

இந்த சூத்திரத்தை விண்ணப்பிக்க முதலில் நாம் விகிதத்தை  
கண்டறியவேண்டும், அதாவது

$$- \left[ \begin{array}{c} \text{பூஜ்ஜியமாக இருக்கும் கூறுகள்} \\ \hline \text{முக்கிய கூறுகள்} \end{array} \right] = \frac{1}{1} = 1$$

இந்த விகிதத்தை பின்வருமாறு காட்டப்படும் முக்கிய வரிசையின்  
கூறுகள் மூலம் பெருக்கவும்

$$1 \times 2$$

$$1 \times 1$$

$$1 \times -1$$

$$1 \times 0$$

$$1 \times 1$$

இப்போது, இதை பழைய கூறுகளிலிருந்து கழித்துவிடுங்கள்.  
பூஜ்ஜியமாக மாற்றப்பட வேண்டிய கூறுகள் பழைய கூறுகள் வரிசையாக  
அழைக்கப்படுகிறது. இறுதியாக,

$$4 - 1 \times 2 = 2$$

$$1 - 1 \times 1 = 0$$

$$1 - 1 \times -1 = 2$$

$$1 - 1 \times 0 = 1$$

$$0 - 1 \times 1 = -1$$

அதாவது மேம்படுத்தப்பட்ட அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வு பின்வரும் எளிய அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எளிய பின்னடைவு மற்றும் ஒட்டுறவு ஆய்வு

முதல் மறுசெய்கை

$C_B$	B	$C_j$	3	2	0	0	
		$X_B$	$X_1$	$X_2$	$S_1$	$S_2$	

குறைந்தபட்சமாக

$$\frac{X_B}{X_2}$$

குறிப்புகள்

←0	$S_1$	2	0	②	1	-1	2/2=1
3	$X_1$	2	1	-1	0	1	-
	$Z_j$	6	3	-3	0	0	
	$Z_j - C_j$		0	-5↑	0	0	

$Z_2 - C_2$  மிக எதிர்மறை என்பதால்,  $X_2$  அடிப்படையிலேயே நுழைகிறது.

இதைக் கண்டறிய குறைந்தபட்சமாக  $\left( \frac{X_B}{X_{i2}}, X_{i2} > 0 \right)$

குறைந்தபட்சமாக:  $\left( \frac{2}{2} \right)$

இது வெளிசெல்லும் மாறுபாடுகளை அளிக்கிறது. வெளியேறும் கூறுகள் ஒன்றாக மாற்றும். இது 2 வது முக்கிய வரிசையில் உள்ள அனைத்து கூறுகளையும் பிரிப்பதன் மூலம் செய்யப்படுகிறது. மீதமுள்ள கூறுகள் பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி பூஜ்ஜியமாக மாற்றப்படுகின்றன.

இங்கே,  $-1/2$  பொது விகிதம். இந்த விகிதத்தை 5 முறை பயன்படுத்தி, ஒவ்வொரு விகிதத்தையும் முக்கிய வரிசை கூறுகள் மூலம் பெருக்கவும்.

$$-\frac{1}{2} \times 2$$

$$-\frac{1}{2} \times 0$$

$$-\frac{1}{2} \times 2$$

$$-1/2 \times 1$$

$$-1/2 \times -1$$

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

பழைய கூறுகளிலிருந்து இதை கழித்துவிடுங்கள். பூஜ்ஜியமாக மாற்றப்படும் அனைத்து வரிசை கூறுகள்களும் பழைய கூறுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

குறிப்புகள்

$$2 - \left( -\frac{1}{2} \times 2 \right) = 3$$

$$1 - (-1/2 \times 0) = 1$$

$$-1 - (-1/2 \times 2) = 0$$

$$0 - (-1/2 \times 1) = 1/2$$

$$1 - (-1/2 \times 1) = 1/2$$

இரண்டாவது மறு செய்கை

$C_B$	B	$C_j$ $X_B$	3	2	0	0
2	$X_2$	1	0	1	1/2	-1/2
3	$X_1$	3	1	0	1/2	1/2
	$Z_j$	11	3	2	5/2	1/2
	$Z_j - C_j$		0	0	5/2	1/2

அனைத்து தீர்வுகளிலும் இந்த  $Z_j - C_j \geq 0$  தீர்வு உகந்ததாக உள்ளது. உகந்ததீர்வானது அதிகபட்சம்  $Z = 11$ ,  $X_1 = 3$  மற்றும்  $X_2 = 1$  ஆகும்.

#### 5.4 இருமை இயல்பு மற்றும் கூர்ந்து அறியும் திறன் ஆய்வு கருத்து

ஒவ்வொரு LPP-யும் (முதன்மை என்று அழைக்கப்படுகிறது) மற்றொரு LPP (அதன் இரட்டை என்று அழைக்கப்படுகிறது) உடன் தொடர்புடையது. இந்த பிரச்சனையால் ஒன்று முதன்மையாகவும் மற்றொன்று இரட்டையாகவும் கருதலாம்.

இருமை கருத்துருவின் முக்கியத்துவத்திற்கு கீழ்க்கண்ட இரண்டு காரணங்களும் கூறப்பட்டுள்ளன.

- ஏராளமான கட்டுப்பாடுகளும், குறைந்த எண்ணிக்கையிலான மாறிகளும் முதன்மையாக இருந்தால், கணக்கீட்டிற்கான செயல்முறை மூலாதாரத்தை அதன் இரட்டை மற்றும் அதன் தீர்வை கண்டுபிடித்து மாற்றுவதன் மூலம் குறைக்க முடியும்.
- திட்டமிடப்பட்ட செயற்பாடுகள் பற்றிய எதிர்கால முடிவுகளை எடுக்கும்போது, செலவு அல்லது பொருளாதார புள்ளிவிவரத்திலிருந்து இரட்டை மாறிகள் பற்றிய விளக்கம் மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கும் என்பதை நிரூபிக்கிறது.



#### 5.4.1 இரட்டை சிக்கல் உருவாக்கம்

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

இரட்டைப் பிரச்சனை உருவாகும் போது முதலில் அது நியதி வடிவத்தில் மாற்றப்பட வேண்டும். ஒரு இரட்டை பிரச்சனை உருவாக்கம் பின்வரும் மாற்றங்களை உள்ளடக்கியது:

- (i) முதன்மைகுறைத்தலின் குறிக்கோள் செயல்பாடு இரட்டை மற்றும் அதற்கு நேர்மாறாக அதிகபட்சமாக மாற்றப்பட வேண்டும்.
- (ii) இரட்டையில் உள்ள கட்டுப்பாடுகளின் எண்ணிக்கை, அதன் முன்னுரிமையிலும் நேர்மாறிலும் உள்ள மாறிகளின் எண்ணிக்கைக்கு சமமாக இருக்கும்.
- (iii) இரட்டையின் வலதுபுறம் உள்ள குறைபாடுகள் முதன்மை புறநிலை சார்பில் செலவின கூட்டிணைப்புகள்  $C_1, C_2, \dots, C_n$  ஆகியவற்றுடன் அமைக்கப்பட்டிருக்கும்.
- (iv) இரட்டைப் பிரச்சனைகளை உருவாக்கும் அதே சமயத்தில், முதன்மை பிரச்சனையின் பொருள் அணிவரிசை மாற்றப்பட வேண்டும்.
- (v) இரட்டை பிரச்சினையில் உள்ள மாறிகள் நேர்மறையாக இருக்க வேண்டும் அதாவது, எதிர்மறை மதிப்புகள் இருக்க வேண்டும்.
- (vi) முதன்மையில் உள்ள மாறி அறிகுறிகளில் கட்டுப்பாடில்லாமல் இருந்தால், அதனுடன் தொடர்புடைய கட்டுப்பாடானது இரட்டை சமன்பாடாகவும் மற்றும் நேர்மாறாகவும் இருக்கும்.

குறிப்புகள்

#### 5.4.2 இரட்டை சிக்கல் விளக்கம்

முதன்மை சிக்கல் இவ்வாறு இருக்கட்டும்,

$$\text{அதிகபட்சமாக } Z = C_1X_1 + C_2x_2 + \dots + C_nx_n$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

கீழ்க்கண்டபடி,  $\vdots$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

இரட்டை: இரட்டை சிக்கல் இவ்வாறு வரையறுக்கப்படுகிறது,

$$\text{குறைந்தபட்சமாக } Z' = b_1w_1 + b_2w_2 + \dots + b_mw_m$$

குறிப்புகள்

$$a_{11}w_1 + a_{21}w_2 + \dots + a_{m1}w_m \geq C_1$$

$$a_{12}w_1 + a_{22}w_2 + \dots + a_{m2}w_m \geq C_2$$

கீழ்க்கண்டபடி,  $\vdots$

$$a_{1n}w_1 + a_{2n}w_2 + \dots + a_{mn}w_m \geq C_n$$

$$w_1, w_2, \dots, w_m \geq 0$$

இங்கே,  $w_1, w_2, w_3, \dots, w_m$  இரட்டை மாறிகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 5.5: பின்வரும் மூலாதாரமான LP சிக்கல்களின் இரட்டையை எழுதவும்.

$$Z = x_1 + 2x_2 + x_3$$

அதிகபட்சமாக

$$\text{கீழ்க்கண்டபடி, } 2x_1 + x_2 - x_3 \leq 2$$

$$-2x_1 + x_2 - 5x_3 \geq -6$$

$$4x_1 + x_2 + x_3 \leq 6$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

தீர்வு: பிரச்சனை ஒழுங்கு முறைப்பட்ட வடிவத்தில் இல்லை என்பதால், நாம் இரண்டாம் கட்டுப்பாட்டு சமத்துவமின்மையை பரிமாறிக் கொள்கிறோம்.

$$\text{அதிகபட்சமாக } Z = x_1 + 2x_2 + x_3$$

$$\text{கீழ்க்கண்டபடி, } 2x_1 + x_2 - x_3 \leq 2$$

$$-2x_1 + x_2 - 5x_3 \geq 6$$

$$4x_1 + x_2 + x_3 \leq 6$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

இரட்டை: இங்கே,  $w_1, w_2, w_3, \dots, w_m$  இரட்டை மாறிகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

$$\text{குறைந்தபட்சமாக } Z' = 2w_1 + 6w_2 + 6w_3 \geq 1$$

$$\text{கீழ்க்கண்டபடி, } 2w_1 + 2w_2 + 4w_3 \geq 1$$

$$+w_1 - w_2 + w_3 \geq 2$$

$$-w_1 + 5w_2 + w_3 \geq 1$$

$$w_1, w_2, w_3 \geq 0$$

உதாரணம் 5.6: பின்வரும் LPP-இன் இரட்டையைக் கண்டறியவும்.

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

அதிகபட்சமாக  $Z = 3x_1 - x_2 + x_3$

கீழ்க்கண்டபடி,  $4x_1 - x_2 \leq 8$

$$8x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 12$$

$$5x_1 - 6x_3 \leq 13$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

தீர்வு: பிரச்சனை ஒழுங்கு முறைப்பட்ட வடிவத்தில் இல்லை என்பதால், நாம் இரண்டாம் கட்டுப்பாட்டு சமத்துவமின்மையை பரிமாறிக் கொள்கிறோம்.

அதிகபட்சமாக  $Z = 3x_1 - x_2 + x_3$

கீழ்க்கண்டபடி,  $4x_1 - x_2 \leq 8$

$$8x_1 + x_2 + 3x_3 \geq -12$$

$$5x_1 - 6x_3 \leq 13$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

அதிகபட்சமாக  $Z = Cx$

கீழ்க்கண்டபடி,  $Ax \leq B$

$$x \geq 0$$

$$C = (3 \ -1) \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 8 \\ -12 \\ 13 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -8 & -1 & -3 \\ 5 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

இரட்டை: இங்கே,  $w_1, w_2, w_3, \dots, w_m$  இரட்டை மாறிகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

குறைந்தபட்சமாக  $Z^T = B^T W$

கீழ்க்கண்டபடி,  $A^T W \leq C^T$  &  $W \geq 0$

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

$$Z' = (8 \quad -12 \quad 13) \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$$

குறைந்தபட்சமாக

$$\text{கீழ்க்கண்டபடி, } \begin{pmatrix} 4 & -8 & 5 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{குறைந்தபட்சமாக } Z' = 8w_1 - 12w_2 + 13w_3$$

$$\text{கீழ்க்கண்டபடி, } 4w_1 - 8w_2 + 5w_3 \geq -1$$

$$-w_1 - w_2 + 0w_3 \geq -1$$

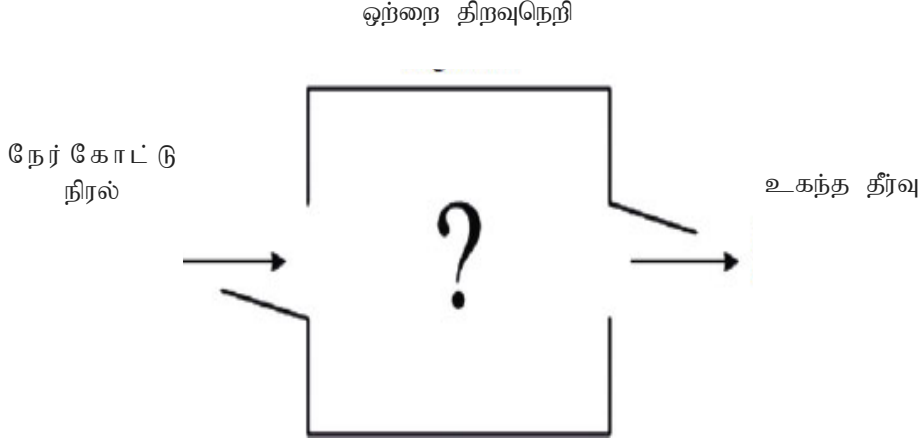
$$0w_1 - 3w_2 + 6w_3 \geq 1$$

$$w_1, w_2, w_3 \geq 0$$

#### 5.4.3 உணர்திறன் பகுப்பாய்வு

ஒரு நேர்கோட்டு நிரலாக்க சிக்கலின் உகந்த தீர்வு பல்வேறு முறைகளைப் பயன்படுத்தி உருவாக்கப்படுகிறது. ஒரு LPPயை தீர்க்க இரட்டை மாறிகள் பயன்பாடு மற்றும் முக்கியத்துவம் பற்றி தெரிந்திருக்க வேண்டும். எப்படி, உணர்திறன் பகுப்பாய்வு ஒரு சிறிய மாறுபட்ட வடிவத்தில் மீண்டும் உண்மையான பிரச்சினையை தீர்க்க உதவுகிறது என்பதை இங்கே, நீங்கள் அறிந்து கொள்வீர்கள். புதிய மேம்பட்ட தொழில்நுட்பங்கள் மற்றும் விசை (உள்ளீடு) அளவுருக்கள் அல்லது 'ஆனால் என்ன' கேள்விகள் ஆகியவற்றுக்கான நன்கு ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட சமீபத்திய தகவலின் அணுகல் காரணமாக, அளவுரு மாற்றங்கள் முடிவுக்கு விளைவாகவும் பொதுவாகவும் இந்த காட்சிகளை செய்கின்றன. எனவே, உணர்திறன் பகுப்பாய்வு, அந்த தொகுதியில் உள்ள முக்கிய அளவுருகளுக்கு உகந்த தீர்வைத் தருகிறது. உகந்த தீர்வுகளுக்கு, ஒற்றை நெறிமுறையை ஒரு 'கருப்பு பெட்டி' என்று கருதுங்கள், இது கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி உள்ளீட்டு முக்கிய அளவுருக்கள் LPP யை தீர்க்கும்.

குறிப்புகள்



உதாரணம் 5.7: பின்வரும் LPP ஐ தீர்க்க ஒற்றை முறையைப் பயன்படுத்தி உணர்திறன் பகுப்பாய்வை விளக்கவும்:

அதிகபட்சமாக  $Z = 20x_1 + 10x_2$

கீழ்க்கண்டபடி,  $x_1 + x_2 \leq 3$

$3x_1 + x_2 \leq 7$

$x_1, x_2 \geq 0$

தீர்வு: தொடக்க மற்றும் இறுதி அட்டவணையை ஒற்றை முறை பயன்படுத்தி பிறகு உணர்திறன் பகுப்பாய்வு செய்யப்படுகிறது. சமன்பாடு வடிவமாக மாற்ற தளர்ந்த மாறிகளை சேர்க்க.

அதிகபட்சமாக  $Z = 20x_1 + 10x_2 + 0S_1 + 0S_2$

கீழ்க்கண்டபடி,  $x_1 + x_2 + S_1 + 0S_2 = 3$

$3x_1 + x_2 + 0S_1 + S_2 = 7$

$x_1, x_2 \geq 0$

அடிப்படை தீர்வு கண்டுபிடிப்பதற்கு நாம்  $x_1 = 0$  மற்றும்  $x_2 = 0$ யை வைக்கிறோம். இது  $Z = 0$ ,  $S_1 = 3$  மற்றும்  $S_2 = 7$ யை கொடுக்கிறது. துவக்க அட்டவணை பின்வருமாறு அமையும்:

தொடக்க அட்டவணை

$C_j$	20	10	0	0
-------	----	----	---	---

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

$C_B$     B     $X_B$      $X_1$      $X_2$      $S_1$      $S_2$

குறைந்தபட்சமாக

குறிப்புகள்

							$\frac{X_B}{X_i}$
0	$S_1$	3	1	1	1	0	3/1=3
←0	$S_2$	7	3	1	0	1	7/3=2.33
	$Z_j$	0	0	0	0	0	
	$Z_j - C_j$		-20↑	-10	0	0	

ஒவ்வொரு வரிசைக்கும் மற்றும் குறைந்தது இரண்டாவது வரிசைக்கும்

$\frac{X_B}{X_i}$

கண்டுபிடிக்கவும்.  $Z_j - C_j$  அதிகபட்ச எதிர்மறை (-20). எனவே,  $X_1$  அடிப்படையிலேயே நுழைகிறது மற்றும்  $S_2$  அடிப்படையை விடுகிறது. அது அம்பு குறியீட்டு உதவியுடன் காட்டப்பட்டுள்ளது.

முக்கிய கூறுகள் 3, முக்கிய வரிசையில் இரண்டாவது வரிசை மற்றும் முக்கிய நெடுவரிசை  $X_1$  ஆகும். இப்போது முக்கிய கூறுகள் மாற்றவும். முக்கிய கூறுகள் மூலம் முக்கிய வரிசையின் ஒவ்வொரு கூறுகளையும் பிரிப்பதன் மூலம் விசைகளை பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி உள்ளிடுக.

புதிய கூறுகள் = பழைய கூறுகள்

$$- \left[ \frac{\text{முக்கிய வரிசை மற்றும் முக்கிய நெடுவரிசையில் உள்ள கூறுகளின் தயாரிப்பு}}{\text{முக்கிய கூறுகள்}} \right]$$

முதல் மறுதொடக்க அட்டவணை பின்வருமாறு:

		$C_j$	20	10	0	0	
$C_B$	B	$X_B$	$X_1$	$X_2$	$S_1$	$S_2$	
←0	$S_1$	2/3	0	2/3	1	-1/3	$\frac{2}{3} / \frac{2}{3} = 1$
←0	$S_2$	7	3	1	0	1	$\frac{7}{3} / \frac{1}{3} = 7$
	$Z_j$	140/3	20	20/3	0	20	
	$Z_j - C_j$	-	0	-10/3↑	0	20	

$Z_j - C_j$  ஆனது பூஜ்ஜியத்தை விட ஒரு மதிப்பு குறைவாக இருப்பதால், எதிர்மறை மதிப்பு, எனவே இது இன்னும் சிறந்த தீர்வாக இல்லை. மதிப்பு  $-10/3$  எதிர்மறை, எனவே  $X_2$  அடிப்படையில் நுழைகிறது மற்றும்  $S_1$  அடிப்படையை விட்டு விலகுகிறது. முக்கிய வரிசை எனப்படுவது மேல் வரிசை ஆகும்.

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

	$C_j$		20	10	0	0
$C_B$	B	$X_B$	$X_1$	$X_2$	$S_1$	$S_2$
10	$X_2$	1	0	1	3/2	-1/2
20	$X_1$	4/3	1	0	0	4/3
	$Z_j$	110/3	20	10	0	25
	$Z_j - C_j$		0	0	0	25

குறிப்புகள்

அனைத்துக்கும்  $Z_j - C_j \geq 0$  ஆகும், எனவே உகந்த தீர்வு அடைந்தது.

$$\text{இங்கே, } x_1 = \frac{4}{3}, x_2 = 1, Z = \frac{80}{3} + 10 = \frac{110}{3}$$

#### 5.4.4 நிழல் விலை

எந்தவொரு பொருளின் விலை அல்லது மதிப்பு அதன் பரிமாற்ற விகிதமாகும் இது சில நிலையான உருப்படிக்கு ஒப்பாகும். எனவே, நிழல் விலை இறுதிநிலை மதிப்பு என்று அழைக்கப்படும், ஒரு கட்டுப்பாட்டின் மதிப்பானது, எந்தவொரு மாற்றத்தின் விளைவாக, புறநிலை சார்பின் உகந்த மதிப்பில் இது தூண்டப்படுவதாகும், அதாவது,  $i$  என்ற கட்டுப்பாட்டு வலது பக்கத்தில் இருக்கும்.

இது சூத்திரத்திற்கான அனுமானமாக இருக்க முடியும்

$$z = \text{புறநிலை செயல்பாடு}$$

$$b_i = \text{வலது புற கட்டுப்பாட்டு } i$$

$$\pi^* = \text{கட்டுப்பாட்டு } i \text{ இன் நிலையான விலை}$$

உகந்த தீர்வு

$$z^* = v^* = b^T \pi^* \text{ (சீரழிவு அல்லாத தீர்வு)}$$

இந்த சூழ்நிலையில், ' $b_i$ ' இல் ஏற்படும் சிறிய மாற்றங்களானது ' $b_i$ ' மாற்றத்தின் போது  $z$  இன் மதிப்பில் ஏற்படும் மாற்றம், இது புறநிலைச் சார்பு  $z$  யுடன் பகுதியளவில் வேறுபடுவதுடன், வலதுபுறத்தில் உள்ள பக்கத்தின் ' $b_i$ ' யைப் பொறுத்தது:

$$\frac{\delta z}{\delta b_i} = \pi_i^*$$

இப்போது,

$$\pi_i^* = \text{விலை வலதுபுற பக்கத்துடன் தொடர்புடையது.}$$

இந்த விலையானது, நிழல் விலையாக பால் சாம்மேல்சன் மூலமாக விளக்கப்பட்டது.

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

உதாரணம் 5.8: ஒரு வெளியீட்டு நிறுவனம் தொழில்நுட்ப புத்தகம், குழந்தைகள் புத்தகம் மற்றும் வணிக புத்தகங்களை வெளியிட முடியும். இவை ஒவ்வொன்றும் நிகர லாபம் 2, 4 மற்றும் 3.

குறிப்புகள்

மூன்று ஆதாரங்கள், எழுத்துரிமை, படப்பிடிப்பு மற்றும் அச்சிடுதல்தேவை. கிடைக்கக்கூடிய திறன் ஒரு வாரத்தில் முறையே 60, 40 மற்றும் 80 மணிநேரம் ஆகும்.

தொழில்நுட்பப் புத்தகத்திற்கு ஒவ்வொரு ஆதாரங்களுக்கும் 3,2 மற்றும் 1 மணி நேரம் தேவைப்படுகிறது.

குழந்தைகள் புத்தகத்தின் ஒவ்வொரு ஆதாரங்களுக்கும் 4, 1 மற்றும் 3 மணி நேரம் தேவைப்படுகிறது.

வியாபாரப் புத்தகத்திற்கு ஒவ்வொரு ஆதாரங்களுக்கும் 2, 2 மற்றும் 2 மணி நேரம் தேவைப்படுகிறது.

நாங்கள் தொழில்நுட்பத்தின் 'T' அலகுகளை எடுத்தால் 'C' குழந்தைகள் புத்தகத்தின் அலகுகள் மற்றும் 'B' வியாபார புத்தகத்தின் அலகுகளாக தயாரிக்கப்படும், இந்த புறநிலைச் செயல்பாடானது,

$$\text{அதிகரிக்க: } 2T+4C+3B$$

$$\text{உட்பட்டது: } 3T + 4C + 2B \leq 60$$

$$2T + 1C + 2B \leq 40$$

$$1T + 3C + 2B \leq 80$$

$$T, C, B \geq 0$$

பிரச்சனைக்கு உரிய இறுதி தீர்வு அட்டவணை- I இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. (தொடக்க மற்றும் மேம்பாட்டு தீர்வுகள் வழங்கப்படவில்லை).

		அட்டவணை – I: இறுதி தீர்வு					
$C_j$	உற்பத்தி	தரம்	2	4	3	0	0
	கலந்து		T	C	B	$S_A$	$S_F$
4	C		1/3	1	0	1/3	-1/3
		$6\frac{2}{3}$					
3	B		5/6	0	1	-1/6	2/3
		$16\frac{2}{3}$					
0	$S_p$		-5/3	0	0	-2/3	-1/3
		$26\frac{2}{3}$					
	$Z_j$			4	3	5/6	2/3
		$76\frac{2}{3}$					



$$C_j - Z_j \quad - \quad -11/6 \quad 0 \quad 0 \quad -5/6 \quad -2/3 \quad 0$$

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

$S_A, S_F$  மற்றும்  $S_P$  எழுத்துரிமை, படப்பிடிப்பு மற்றும் அச்சிடுதல் போன்ற குறைபாடுகளை ஆதாரமாகக் கொண்டுள்ளன. இறுதி தீர்வு சொல்கிறது,

குறிப்புகள்

$6\frac{2}{3}$  குழந்தைகள் புத்தகங்கள் மற்றும்  $16\frac{2}{3}$  வணிக புத்தகங்கள்

தயாரிக்கப்பட வேண்டும். மொத்த லாபம் கொடுத்து  $\text{₹}76\frac{2}{3}$  எழுத்துரிமை

மற்றும் படப்பிடிப்பில் எந்த குறைபாடுகளும் இல்லை. ஆனால்,  $26\frac{2}{3}$  மணிநேர அச்சிடுதல் கிடைக்கிறது. இதன் விளைவாக அச்சிடும் திறன் எந்த மதிப்பும் இல்லை ( $C_j - Z_j$  வரிசையில் '0' யை பார்க்கவும்),  $\text{₹}5/6$  என்ற மதிப்பும் மணி நேரத்திற்கு  $\text{₹}2/3$  ஆகவும் இருக்கும். இவை நிழல் விலை என அழைக்கப்படுகின்றன.

வலதுகைப் பகுதி வரம்பு (RHS வரம்பு) மற்றும் புறநிலை செயல்பாட்டுக் குணகம் ஆகியவற்றைப் பொறுத்து உணர்திறன் பகுப்பாய்வு செய்யப்படுகிறது.

### RHS வீச்சு

அதிகப்படியான அச்சப்பொறி திறன் இருப்பதால், எழுத்துரிமை மற்றும் படப்பிடிப்பு திறன் ஆகியவற்றைச் சேர்ப்பதன் மூலம் கூடுதல் லாபம் சம்பாதிக்க முடியும். ஆனால், வரம்பற்ற எழுத்துரிமை (மற்றும்/அல்லது) திறனைத் திறப்பதை நாம் சேர்க்க முடியாது, இது ஒரு புள்ளிக்கு அப்பால் உள்ள கட்டுப்பாடு சமன்பாடுகளை பாதிக்கும். வேறுவிதமாகக் கூறினால், இந்த வளங்களை எவ்வளவு பெரிய அளவில் சேர்த்தால், 'நிழல் விலை' நன்றாக பிடிக்கும்? இது உணர்திறன் பகுப்பாய்வு, நிழல் விலைகளின் உணர்திறன் பகுப்பாய்வு, சில நிவாரணங்கள், நிழல் விலைகள் ஒரேமாதிரியாக இருப்பதை ஆராய்ந்து வருகின்றன, ஆனால் அந்த அளவுக்குப் பிறகு இந்த விலைகள் உணர்திறன் மற்றும் மாற்றமடைகின்றன.

உணர்திறன் பகுப்பாய்வு பின்வருமாறு செய்யப்படுகிறது: எழுத்துரிமை பொறுத்தவரை உணர்திறன் செய்வோம். இதற்காக நாம் அளவு மற்றும்  $S_A$ . நெடுவரிசைகளை இறுதி தீர்வாக இனப்பெருக்கம் செய்வதுடன், பிந்தைய திசைதிருப்பினால் பிரிக்கவும், அட்டவணையை இரண்டாம் மதிப்பீட்டிற்குள் மதிப்பிடவும் வகை செய்ய வேண்டும்.

அட்டவணை - 2யில் அங்கீகாரத்தைப் பொறுத்து உணர்திறன்

$$\frac{\text{அளவு நெடுவரிசை}}{\text{SA நெடுவரிசை}} \quad \frac{\text{SA நெடுவரிசை}}{1/3} \quad \text{ஈவு} = \frac{\text{அளவு}}{\text{SA}}$$

$$6\frac{2}{3}$$

$$\left(6\frac{2}{3}\right)$$

$$/(1/3)=20/3 \times 3/1=20$$

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

-1/6

$$16\frac{2}{3}$$

$$(16\frac{2}{3})$$

$$/(-1/6)=50/3 \times -6/1=-100$$

குறிப்புகள்

-2/3

$$26\frac{2}{3}$$

$$(26\frac{2}{3})$$

$$/(-2/3)=80/3 \times -3/2=-40$$

நிழல் விலைகள் மற்றும் குறைந்தபட்ச எதிர்மறை பற்றாக்குறையை மாற்றாமல் ஆசிரியரின் ஆதாரத்தை குறைக்க முடியும் என்ற நிலை இங்கு 20 ஆகும். இது நிழல் விலையை மாற்றாமல் ஆசிரிய ஆதார வளத்தை அதிகரிக்கலாம். எனவே ₹5/6 இல் ஆசிரியரின் வளத்திற்கான நிழல் விலை (-20) முதல் (+40) மணிநேர ஆசிரியரின் மணிநேரம் வரை செல்லுபடியாகும். 60 மணிநேரம் ஆசிரியரின் ஆதாரத்துடன் தொடங்கியுள்ளதால், வலது புறம் வரம்பு 40 (அதாவது 60 - 20) முதல் 100 (அதாவது, 60 +40) வரை ஆகும்.

அட்டவணை - 3

அளவு நெடுவரிசை

S<sub>A</sub> நெடுவரிசை

ஈவு = அளவு/SA

-1/3

$$6\frac{2}{3}$$

$$(6\frac{2}{3})$$

$$/(-1/3)=20/3 \times -3/1=-20$$

-2/3

$$16\frac{2}{3}$$

$$(16\frac{2}{3})$$

$$/(-2/3)=50/3 \times 3/2=25$$

-1/3

$$26\frac{2}{3}$$

$$(26\frac{2}{3})$$

$$/(-1/3)=80/3 \times -3/1=-80$$

நிழற்படத்தின் அளவு தற்போதைய அளவானது 15 = (40-25) முதல் 60 = (40 + 20) வரை இருக்கும்.

0 இன் நிழற்படங்களை அச்சிடுவதற்கு உபரி ஆதாரத்தைப் பொறுத்தவரை, அதன் குறைபாடு குறைவான அளவை விட குறைவாக

இருக்கும்போது மட்டுமே மாறும். அதாவது,  $53\frac{1}{3}$  மணி  $(80 - 26\frac{2}{3})$  க்கு

கீழே குறைக்கப்படும். அளவான நிழல் விலை  $\geq 53\frac{1}{3}$  இப்போது 0 போலவே இருக்கும்.

குறிக்கோள் செயல்பாட்டுக் குணகங்களுக்கான உணர்திறன்

ஏற்கனவே தீர்வில் உள்ள மாறிகள் மற்றும் தீர்வுக்கு மாறான மாறுபாடுகள் ஆகிய இரண்டு வகைகளில் இந்த பகுப்பாய்வு செய்யப்படுகிறது:

இங்கே குழந்தைகள் புத்தகம் பற்றிய தீர்வு உள்ளது. உணர்திறன் பகுப்பாய்வு இங்கே குழந்தைகள் புத்தகத்தின் குணகம் (அதாவது, எவ்வளவு பெரிய அல்லது சிறிய அளவிலான சிறுவர்கள் புத்தகம் ஒன்றுக்கு இலாபத்தை வழங்குவது) உகந்த தீர்வை மாற்றாமல் எவ்வளவு பெரியதாக இருக்கும் அல்லது எவ்வளவு சிறியது என்பதை காட்டுகிறது. நாம் இதற்கான பதிலை பெற  $C_j - Z_j$  வரிசை மற்றும்  $C_j$  வரிசையை இறுதி தீர்விலிருந்து முன்வைத்து, பின்னால் பிந்தைய பிரிவை பிரிக்கலாம்.

குறிப்புகள்

அட்டவணை 4: உணர்திறன் பகுப்பாய்வு

$C_j - Z_j$	-11/6	0	0	-5/6	-2/3	0
$C_j$	1/3	1	1/3	1/3	-1/3	0
$(C_j - Z_j) / C_j$	$(-11/6) / 1/3$	0	0	$(-5/6) / (1/3)$	$(-2/3) / (-1/3)$	0*
=	-5.5	0	0	-2.5	2	0

குறைந்தபட்ச நேர்மறையான மேற்கோள்களின் உகந்த தீர்வை மாற்றாமல் லாபம் எழும் வரம்பை அமைக்கிறது. இங்கே அது ₹2 ஆகும். குறைந்தபட்ச எதிர்மறை பற்றாக்குறை என்பது குழந்தைகளின் புத்தகம் ஒன்றுக்கு இலகுவாக ஒளியியல் தீர்வை மாற்றாமல் போகும் அளவு ஆகும். இங்கு ₹2.5 ஆகும். எனவே வீச்சு: ₹1.5 முதல் 6 [(4 - 2.5) மற்றும் (4 + 2)] ஆகும்.

இதேபோல் வர்த்தக புத்தகத்திற்கான வரம்பு ₹2 முதல் ₹8 ஆகும். இது ₹1 வரை குறையும் மற்றும் ₹5 ஆக அதிகரிக்கும். இந்த வரம்பானது, உகந்த தீர்வை மாற்றாது.

நிலையற்ற தீர்வு

தொழில்நுட்ப புத்தகத்தின் தீர்வு இறுதி தீர்வு இல்லை. காரணம் அதன் இழப்பு, ₹23/6 என்ற விகிதத்தில், புத்தகம் ஒன்றுக்கு ₹2 இலாபத்தை விட அதிகமாக உள்ளது. வரக்கூடிய தீர்வானது, தொழில்நுட்ப புத்தகத்தின் இலாபம் ₹23/6யை விட அதிகமாக இருக்க வேண்டும். தற்போதைய லாபம் ₹2 ஆனது ₹11/6 ஆக அதிகரிக்க வேண்டும். இதன் மூலம் தீர்வினை வழங்க முடியும்.

5.4.5 பொருளாதார பொருள்விளக்கம்: தீர்வு காண மேற்கொள்ளும் புரிதல்

நேர்கோட்டு நிரலாக்கத்தில் உள்ள தரவுகளின் பொருளாதார விளக்கத்தில் நிழல் விலைகள் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படுகின்றன என்பதை நாங்கள் அடிக்கடி கண்டிருக்கிறோம்.

உதாரணம் 5.9: நிழற்படத்தின் கீழ் நிழல் விலைகளின் பொருளாதார விளக்கங்களைக் கண்டறிவதற்கு பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படும் நோக்குநிலை செயல்பாடு  $z, x \geq 0$  யை கண்டுபிடித்து நேரியல் நிரலாக்கத்தை நீங்கள் பரிசீலிக்க வேண்டும்:

குறிப்புகள்

$$-x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = z$$

$$x_1 + 2x_4 = 6$$

$$x_2 + 3x_4 = 2$$

$$x_3 - x_4 = 1$$

இப்போது, ஒரு உகந்த அடிப்படை தீர்வு பெற நாம் எண்ணிக்களை கணக்கிட முடியும்:

$$x_1 = 6, x_2 = 2, x_3 = 1, x_4 = 0, z = -13$$

நிழல் விலைக்கான உகந்த தீர்வு:

$$\pi_1^\circ = -1, \pi_2^\circ = -2, \pi_3^\circ = -3,$$

போன்ற  $z = b_1 \pi_1 + b_2 \pi_2 + b_3 \pi_3$ , இப்போது  $b=(6,2,1)$

இது குறிக்கிறது,

$$\frac{\partial z}{\partial b_1} = \pi_1 = -1, \frac{\partial z}{\partial b_2} = \pi_2 = -2, \frac{\partial z}{\partial b_3} = \pi_3 = -3.$$

இந்த நிழல் விலைகள் மற்றும் மாற்றங்கள் ஒரு சீரழிவு நிலைமையில் நடக்கின்றன என்பதால், அவை சிறிய மாற்றங்களை பாதிக்காது. இப்போது, இதே நிலைமை ஒரு சீரழிவு நிலைமையில் மீண்டும் நிகழ்த்தப்பட்டால், நாம்  $b_3 = 1$  மூலம்  $b_3 = 0$  ஆல் மாற்ற வேண்டும்,  $b_3$  இல் மாற்றம் நேர்மறையானால் மட்டுமே  $\partial z / \partial b_3 = -3$  என்பது சாத்தியமாகும். எவ்வாறாயினும்,  $b_3$  எதிர்மறையானது என்றால்  $x_3$  அடிப்படையிலிருந்து வெளியேறும்போது  $x_4$  அடித்தளங்கள் மற்றும் நிழல் விலை விளக்கப்படலாம் என்பதை நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

$$\pi_1^\circ = -1, \pi_2^\circ = -2, \pi_3^\circ = \partial z / \partial b_3 = -9$$

இங்கே, நாம் இரட்டை மாறிகள்  $\pi$  மற்றும் இரட்டை குறிக்கோள் சார்பின் விளக்கம், முதன்மை சிக்கலின் பத்தியில்  $j$   $v$  யை ஒத்துள்ளது. எனவே, நேரியல் நிரலாக்கத்தின் இலக்கு (ஒற்றை முறை) மிகவும் செலவு குறைந்த முறையில் உகந்த தீர்வுக்கான அடிப்படை சாத்தியக்கூறு உள்ளதா என்பதை தீர்மானிக்க வேண்டும்.

இவ்வாறு, மறுதலிப்பு  $t$  இல்,  $v$  என்பது புறநிலை சார்பின் மொத்த செலவாகும் இது பின்வருமாறு விளக்கப்படலாம்:

$$v = \pi^T b = \sum_{i=1}^m \pi_i b_i$$

இங்கே  $\pi_i =$  ஒற்றை பெருக்கியானது அடிப்படையில் B-யுடன் தொடர்புடையதாகும்.

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

எனவே, இரட்டை மாறி பிரச்சனைகளின் விலைகள் இத்தகைய முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டன என்றும் நாம் கூறலாம். மேலும் அனைத்து நடவடிக்கைகளிலும் உட்கொண்டிருக்கும் வளங்களின் மறைமுகமான மறைமுக செலவுகள் அதிகரித்து வருகின்றன என்றும் நாம் கூறலாம். எந்த அடிப்படை செயல்பாடு நடத்தப்பட்டாலும், அது நேர்மறையான மட்டத்தில் செய்யப்படும் மற்றும் அனைத்து அடிப்படை நடவடிக்கைகளும் பூஜ்ஜிய அளவில் வைக்கப்படும்.

குறிப்புகள்

எனவே, முதன்மை இரட்டை மாறி முறையினை பயன்படுத்துவதன் மூலம் ஒரு சாய்வு மாறியின் உகந்த தீர்வினை நேர்மறையான அளவில் பராமரிக்கலாம் மற்றும் தொடர்புடைய இரட்டை மாறியானது பூஜ்ஜியத்திற்கு சமமாக இருக்கும்.

குறிப்புகள்

உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறிக

1. பல்வேறு வகையான தொடர்புகளை பட்டியலிடுக.
2. சிதறல் வரைபட முறை என்றால் என்ன?
3. தொடர்புகளின் குணகம் என்பதன் அர்த்தம் என்ன?
4. படிநிலை தொடர்பு குணகம் என்றால் என்ன?
5. வெற்றிடங்களை அவற்றின் பொருத்தமான வார்த்தைகளின் மூலம் நிரப்பவும்.
  - a. பொருளாதார கோட்பாட்டின் \_\_\_\_\_ என்பது நிலையான வருவாய் என்று அறியப்படுகிறது, அதாவது, உள்ளீடு அளவு இரட்டையிடப்பட்டால், அதனுடன் தொடர்புடைய வெளியீடுகளும் லாபங்களும் இரட்டிப்பாகின்றன.
  - b. அனைத்து சாத்தியமான தீர்வுகளையும் கொண்டிருக்கும் பகுதி \_\_\_\_\_ பிராந்தியமாக குறிப்பிடப்படுகிறது.
  - c. \_\_\_\_\_ என்பது எதிர்மறை அல்லாத மாறிகள் ஆகும், இவை '?' ஒரு சமன்பாட்டில், LHS இல் உள்ள சமச்சீரற்ற மாற்றத்தை சேர்க்கின்றன.
  - d. \_\_\_\_\_ ஒரு LPP இல் உள்ள பிரச்சனை ஒரு வரம்புக்குட்பட்ட தீர்வைக் கொண்டிருக்குமானால் பிரச்சனைக்கு தீர்வு காணமுடியாது என்று கூறுகிறது.
6. பின்வரும் அறிக்கைகள் உண்மையா அல்லது பொய்யா என்பதை குறிப்பீடுக.
  - a. புறநிலை செயல்பாட்டின் பொருட்படுத்தாமல் நியதி வடிவத்தில் அனைத்து கட்டுப்பாடுகளும் சமன்பாடுகள் மற்றும் ஒவ்வொரு கட்டுப்பாட்டுக்குமான RHS மற்றும் அனைத்து மாறுபாடுகளும் எதிர்மறை அல்லாததாக வெளிப்படுத்தப்படுகின்றன.
  - b. ஒரு சீரழிவு அல்லாத அடிப்படை தீர்வு ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அடிப்படை மாறிகள் பூச்சியமாகும்.
  - c. ஒரு இரட்டை குறைப்பு பிரச்சனை என்றால், மற்றொன்று விழைவு பிரச்சனையாக இருக்கும்.
  - d. ஒற்றை முறையானது ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட வழிமுறைகளில் ஒரு LPP யை தீர்க்க பயன்படும் ஒரு செயல்முறை ஆகும்

5.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும்  
வினாக்களுக்கான விடைகள்

1. தொடர்புகளின் வகைகள்:
  - (a) நேர்மறை அல்லது எதிர்மறை தொடர்பு
  - (b) நேரான அல்லது நேர் அல்லாத தொடர்பு
  - (c) எளிய, பகுதி அல்லது பன்முக தொடர்பு

2. சிதறல் வரைபடம், பின்னடைவு மாதிரிகள் உள்ள மாறிலிகளை கணக்கிடும் ஒரு முறை ஆகும். இது சிதறல் வரைபடம் அல்லது புள்ளி வரைபடத்தை பயன்படுத்துகிறது. ஒரு சிதறல் வரைபடம் என்பது ஒரு தொடர் வரைபடம், அறியப்பட்ட மாறிகள் இரண்டு தொடர்களை பிரதிபலிக்கிறது, சார்பற்ற மாறி X- அச்ச மீது வரையப்பட்டது மற்றும் அந்த மாறி மதிப்பிடப்படும், அதாவது சார்பு மாறி Y-அச்ச மீது வரையப்படும்.
3. தொடர்புகளின் குணகம், இது rஆல் குறிக்கப்படுகிறது, ஒரு மாறி மற்றொரு விளக்கத்தை எப்படி விளக்குகிறது என்பது ஒரு முக்கியமான நடவடிக்கையாகும். இரண்டு காரணங்களுக்கிடையேயான மாறுபாடுகளின் உறவின் அளவை இது அளவிடுகிறது. இந்த குணகத்தின் மதிப்பு +1 அல்லது -1யை விட அதிகமாக இருக்க முடியாது. இவை, +1 மற்றும் -1 இந்த குணகத்தின் வரம்புகள்.
4. படிநிலை தொடர்பு, எழுதப்பட்ட r, தனிநபர்கள் மீது அணிகளுக்கு இடையில் உள்ள ஒப்பந்தத்தின் விளக்கப்படமாகும். இது வழக்கமாக கணக்கிடப்பட்ட தொடர்புகளின் சாதாரண குணகமாகும். ஆனால், அதன் சூத்திரம் எளிதானது.
5. a. நேரியல்பு  
b. சாத்தியமானவை  
c. தளர்ந்த மாறிகள்  
d. இருப்பு தேற்றம்
6. a. தவறு  
b. தவறு  
c. உண்மை  
d. உண்மை

குறிப்புகள்

## 5.6 சுருக்கம்

- $X_1, X_2, \dots, X_n$ , மதிப்புகளின் தொகுப்பு LPPயின் கட்டுப்பாடுகளுடன் திருப்திகரமாக இருப்பதால் அதன் தீர்வாக அழைக்கப்படுகிறது.
- ஒரு LP பிரச்சனையானது தனித்த உகந்த தீர்வாக இருக்கலாம் அல்லது ஒரு எண்ணற்ற உகந்த தீர்வுகள் அல்லது ஒரு எல்லையற்ற தீர்வு அல்லது அதற்கு தீர்வு கிடையாது.
- இரண்டு வகையான அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வுகள் உள்ளன, அவை சீரழிவு மற்றும் சீரழிவு அல்லாதவை.
- LPP இன் நிலையான வடிவத்தில் சமன்பாடுகள் அனைத்தும் சமன்பாடுகளாக வெளிப்படுத்தப்படுகின்றன, அதே சமயம் அனைத்து வரையறை சமன்பாடுகளும் கூடுதல் மாறிகளை அறிமுகப்படுத்துவதன் மூலம் சாய்வு மாறிகள் மற்றும் உபரி மாறிகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

குறிப்புகள்

- ஒற்றை முறை ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட வழிமுறைகளில் ஒரு LPPயை தீர்க்க பயன்படும் ஒரு செயல்முறை ஆகும்.
- ஒவ்வொரு LPP (மூலாதாரம் என்று அழைக்கப்படுகிறது) மற்றொரு LPP உடன் தொடர்புடையது (இரட்டை என அழைக்கப்படுகிறது).

### 5.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்

- ஒற்றை முறை: ஒற்றை முறை ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட வழிமுறைகளில் ஒரு LPPயை தீர்க்கும் ஒரு செயல்முறை ஆகும். இது ஒரு சிக்கல் வாய்ந்த தீர்வின் பகுதியிலிருந்து மற்றொன்றுக்கு நகர்த்துவதன் மூலம் அடுத்தடுத்த முக்கோணத்தில் புறநிலை சார்பின் மதிப்பானது குறைவாகவோ அல்லது அதற்கு அதிகமாகவோ இருக்கும்போது இந்த முறை ஒரு வழிமுறையை அளிக்கிறது.

### 5.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்

#### குறு விடை வினாக்கள்

1. சாய்வு மாறிகள் என்றால் என்ன? அவை எங்கே பயன்படுத்தப்படுகின்றன?
2. ஒற்றை முறை என்றால் என்ன?
3. ஒவ்வொரு LPP தீர்வும் ஒரு உகந்த தீர்வைக் கொண்டிருக்கிறதா? ஏன்?

#### நெடு விடை வினாக்கள்

1. வரைகலை முறை மூலம் இதை தீர்க்கவும்:

(i) அதிகபட்சமாக  $Z = X_1 - 3X_2$

கீழ்க்கண்டபடி,

$$X_1 + X_2 \leq 300$$

$$X_1 - 2X_2 \leq 200$$

$$2X_1 + X_2 \leq 100$$

$$X_2 \leq 200$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

(ii) அதிகபட்சமாக  $Z = 5X + 8Y$

கீழ்க்கண்டபடி,

$$3X + 2Y \leq 36$$

$$X + 2Y \leq 20$$

$$3X + 4Y \leq 42$$

$$X, Y \geq 0$$



(iii) அதிகபட்சமாக  $Z=X-3Y$

கீழ்க்கண்டபடி,

$$X + Y \leq 300$$

$$X - 2Y \leq 200$$

$$X + Y \leq 100$$

$$Y \geq 200$$

$$X, Y \geq 0$$

2. பின்வரும் LPP யை வரைபடமாக தீர்க்கவும்:

அதிகபட்சமாக  $Z=20X_1+10X_2$

கீழ்க்கண்டபடி,

$$X_1 + 2X_2 \leq 40$$

$$3X_1 + X_2 \geq 30$$

$$4X_1 + 3X_2 \geq 60$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

3. ஒரு நிறுவனம் A மற்றும் B என்ற இரண்டு வெவ்வேறு தயாரிப்புகளை தயாரிக்கிறது. நிறுவனம் A மற்றும் B ஆகியவற்றில் அலகு ஒன்றுக்கு ₹40 மற்றும் ₹30 இலாபங்களை ஈட்டுகிறது. உற்பத்தி செயல்முறை 30,000 மணி நேர திறன் கொண்டது. A மற்றும் B அலகு தயாரிக்க 3 மணி நேரம் ஆகும். A அதிகபட்சமாக விற்பனை செய்யக்கூடிய அலகுகளின் எண்ணிக்கை 8000 மற்றும் B அதிகபட்சமாக விற்பனை செய்யக்கூடிய அலகுகளின் எண்ணிக்கை 12000 என்று சந்தை ஆய்வு தெரிவிக்கிறது. பிரச்சனை உருவாக்கவும் அதிகபட்ச லாபம் பெறவும் வரைகலை முறையால் இதை தீர்க்கிறது.

4. ஒற்றை முறையைப் பயன்படுத்தி,  $X_1, X_2$  மற்றும்  $X_3$  இன் எதிர்மறையான மதிப்புகளை கண்டறிக.

(i) அதிகபட்சமாக  $Z=X_1+4X_2+5X_3$

கீழ்க்கண்டவற்றுள் உட்பட்டது

$$3X_1 + 6X_2 + 3X_3 \leq 22$$

$$X_1 + 2X_2 + 3X_3 \leq 14$$

$$3X_1 + 2X_2 \leq 14$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

குறிப்புகள்

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

குறிப்புகள்

(ii) அதிகபட்சமாக  $Z=X_1+X_2+3X_3$   
கீழ்க்கண்டபடி,

$$3X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 2$$

$$2X_1 + X_2 + 2X_3 \leq 2$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

(iii) அதிகபட்சமாக  $Z=10X_1+6X_2$   
கீழ்க்கண்டபடி,

$$X_1 + X_2 \leq 2$$

$$2X_1 + X_2 \leq 4$$

$$3X_1 + 8X_2 \leq 12$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

(iv) அதிகபட்சமாக  $Z=30X_1+23X_2+29X_3$   
கீழ்க்கண்டபடி,

$$6X_1 + 5X_2 + 3X_3 \leq 52$$

$$6X_1 + 2X_2 + 5X_3 \leq 14$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

(v) அதிகபட்சமாக  $Z=X_1+2X_2+X_3$   
கீழ்க்கண்டபடி,

$$2X_1 + X_2 - X_3 \geq -2$$

$$-2X_1 + X_2 - 5X_3 \leq 6$$

$$4X_1 + X_2 + X_3 \leq 6$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

5. உற்பத்தியாளர் 2 பொருட்கள் தயாரிப்பதில் ஈடுபட்டுள்ளார். அவை X மற்றும் Y ஆகும். அதன் பங்களிப்பு விளிம்பு முறையே ₹15 மற்றும் ₹45 ஆகும். தயாரிப்பு X ற்கு 1 அலகு வசதி A மற்றும் 0.5 அலகு வசதி B க்கு தேவைப்படுகிறது. தயாரிப்பு Y ற்கு 1.6 அலகு வசதி A மற்றும் 2 அலகு வசதி தேவைப்படுகிறது. 1 அலகு மூலப்பொருட்கள் C யிற்கு தேவைப்படுகிறது. ஒரு குறிப்பிட்ட காலப்பகுதியில் A,

B மற்றும் மூலப்பொருட்களின் மொத்த வசதிகளின் எண்ணிக்கை முறையே 240, 162 மற்றும் 50 அலகுகள் ஆகும்.

எளிய பின்னடைவு மற்றும்  
ஒட்டுறவு ஆய்வு

எளிய முறை மூலம் எந்த தயாரிப்பு கலவையின் பங்களிப்பு விளிம்பு அதிகரிக்கும் என்று கண்டறிக.

6. ஒரு நிறுவனத்தில் 240, 370 மற்றும் 180 கிலோ மர, நெகிழி மற்றும் எஃகு கிடைக்கின்றது. நிறுவனம் A மற்றும் B ஆகிய இரண்டு தயாரிப்புகளை உற்பத்தி செய்கிறது. A யின் ஒவ்வொரு அலகுக்கும் 1, 3 மற்றும் 2 கிலோ மரம், நெகிழி மற்றும் எஃகு முறையே தேவைப்படுகின்றன. B இன் ஒவ்வொரு அலகுக்கும் அதற்கான தேவை முறையே 3,4 மற்றும் 1 ஆகும். A யின் விற்பனை ₹4 மற்றும் B யின் விற்பனை ₹6 எனில் அதிகபட்ச மொத்த வருவாயைப் பெற, எத்தனை அலகுகள் A மற்றும் B உற்பத்தி செய்யப்பட வேண்டும் என்று எளிய முறையை பயன்படுத்தி கண்டறிக.

குறிப்புகள்

### 5.9 மேலும் படிக்க

தாஹா, H.A. 2006. செயல்பாடுகளின் ஆராய்ச்சி: ஒரு அறிமுகம், 8வது பதிப்பு. புதுடில்லி: ப்ரிண்ட்ஸ்-ஹால் இந்தியா.

ஜென்சன், பவுல் A., மற்றும் ஜொனாதன் F. பார்ட் 2003. செயல்பாடுகளின் ஆராய்ச்சி மாதிரிகள் மற்றும் முறைகள். நியூயார்க்: ஜான் வில்லி & சன்ஸ்

குப்தா, P.K., மற்றும் D.S. ஹிரா. 2002. செயல்பாடுகளின் ஆராய்ச்சி அறிமுகம். புதுடில்லி: S. சந்த் & கோ.

கோத்தாரி, C.R. 1982. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி ஒரு அறிமுகம். புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

கலாவதி, S, 2013. செயல்பாடுகளின் ஆராய்ச்சி, 4வது பதிப்பு. புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

## அலகு 6 LPP சிறப்பு நெறிமுறைகள்

### அமைப்பு

- 6.0 அறிமுகம்
- 6.1 நோக்கங்கள்
- 6.2 போக்குவரத்து சிக்கலின் அடிப்படை
  - 6.2.1 போக்குவரத்து வழிமுறை: சமச்சீர் மற்றும் சமநிலையற்ற சிக்கல்
- 6.3 வகுப்பீடு மற்றும் போக்குவரத்து நிர்வாக நெறிமுறை.
  - 6.3.1 பயண விற்பனையாளர் சிக்கல்
  - 6.3.2 கணித உருவாக்கம்
- 6.4 உருவாக்கம் மற்றும் தீர்வு முறைகள்
  - 6.4.1 மேற்கு வடக்கு மூலை விதி
  - 6.4.2 குறைந்த செலவு அல்லது அணிக்கோவை சிறும முறை
  - 6.4.3 வொகெல் தோராய முறை (VAM)
- 6.5 MODI முறை
- 6.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 6.7 சுருக்கம்
- 6.8 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 6.9 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 6.10 மேலும் படிக்க

### குறிப்புகள்

### 6.0 அறிமுகம்

இந்த அலகு நேரியல் நிரலாக்க கணக்கு (LPP)இன் உட்பிரிவு ஆகும். இது போக்குவரத்து சிக்கல்களைப் பற்றி விவாதிக்கும். போக்குவரத்து சிக்கல்கள், பல்வேறு வகைகளில் ஒரே நேரத்தில் ஒரே மாதிரியான பொருட்களை பல்வேறு இடங்களுக்குச் சேமித்து வைக்கும் நோக்கத்துடன், போக்குவரத்து செலவினங்களை குறைந்தபட்சமாக வைத்திருக்கின்றன.

போக்குவரத்து சிக்கல்களின் பயன்பாடுகளைப் பற்றியும் அத்தகைய சிக்கலை தீர்க்கும் விதிகள் பற்றியும் அறிந்து கொள்வீர்கள். போக்குவரத்து சிக்கல்களின் தீர்வு இரண்டு நிலைகளில் இருக்கும். ஆரம்ப தீர்வு மற்றும் உகந்த தீர்வு ஆகும். ஆரம்ப தீர்வு பெறுவதற்கான மூன்று முறைகள் உள்ளன. அவை, வட மேற்கு மூலை விதி, குறைந்த செலவு முறை மற்றும் வொகெலின் தோராய முறை (VAM). இந்த வழியில் பெறப்பட்ட தீர்வு உகந்த தீர்வுக்கு மிகவும் நெருக்கமானதாக இருக்கும் என VAM விரும்புகிறது. எந்தவொரு போக்குவரத்து சிக்கல்களின் உகந்த தீர்வானது மொத்த செலவினத்தை குறைக்கும் ஒரு சாத்தியமான தீர்வாகும். ஆரம்ப தீர்வை மேம்படுத்துவதன் மூலம் பெறப்படும் இரண்டாவது கட்டமானது உகந்த தீர்வாகும். உகந்த தீர்வுகள் மற்றும் உகப்பாற்றல் சோதனைகள் பெற MODI முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது.

குறிப்புகள்

## 6.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகை நீங்கள் படித்து முடித்த பின்பு:

- போக்குவரத்து சிக்கலைப் பற்றி அறிய முடியும்
- ஆரம்ப வழியைக் கண்டுபிடிப்பதற்கான மூன்று முறைகளை விளக்க முடியும்.
- உகந்த தீர்வு கண்டுபிடிப்பதற்கு MODI முறையைப் பயன்படுத்த முடியும்.
- பகுப்பாய்வின் ஒப்படைப்பு மற்றும் பயண் நிர்வாக நடைமுறைகளை விளக்க முடியும்.

## 6.2 போக்குவரத்து சிக்கலின் அடிப்படை

போக்குவரத்து சிக்கல் என்பது LPP (நேரியல் நிரலாக்க கணக்கு) துணைக்குழுக்களில் ஒன்றாகும். இதன் நோக்கமானது பல்வேறு வகையான ஒற்றை பொருட்களை முதன்மையானதாக கொண்டு வருவதாகும். இவை, போக்குவரத்து செலவினத்தை குறைத்து பல்வேறு இடங்களுக்கு வெவ்வேறு மூலங்களில் சேகரிக்கப்படுகின்றன. இந்த நோக்கத்தை அடைய, கிடைக்கும் பொருட்களின் அளவு மற்றும் இடம் ஆகியவற்றை அறிந்து கொள்ள வேண்டும். கூடுதலாக, வெவ்வேறு மூலங்களிலிருந்து பல்வேறு இடங்களுக்கு ஒரு அலகு பொருட்களை எடுத்து செல்வதற்கான செலவை அறிந்திருக்க வேண்டும்.

### அடிப்படை போக்குவரத்து சிக்கல்

$m$  தோற்றம் (வரிசை) மற்றும்  $n$  இடங்கள் (நெடுவரிசைகள்) ஒரு போக்குவரத்து சிக்கல்களாக கருதுகிறோம். இங்கு,  $C_{ij}$  என்பது  $i$ th தோற்றத்திலிருந்து  $j$ th இலக்குகளில் ஒரு அலகு உற்பத்தி செய்வதற்கான போக்குவரத்து செலவு ஆகும்.  $a_i$  என்பது  $i$  தோற்றத்தில் கிடைக்கும் பொருட்களின் அளவு,  $b_j$  என்பது  $j$  இலக்குகளில் தேவைப்படும் பொருட்களின் அளவு ஆகும்.  $X_{ij}$  என்பது  $i$ th தோற்றத்திலிருந்து  $j$ th இலக்குகளுக்கு செலுத்தப்படும் அளவு ஆகும். இந்த போக்குவரத்து சிக்கல் பின்வரும் அட்டவணையில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. இலக்கு

	1	2	3	...	$n$	Capacity
1	$C_{11}$ $X_{11}$	$C_{12}$ $X_{12}$	$C_{13}$ $X_{13}$	...	$C_{1n}$ $X_{1n}$	$a_1$
2	$C_{21}$ $X_{21}$	$C_{22}$ $X_{22}$	$C_{23}$ $X_{23}$	...	$C_{2n}$ $X_{2n}$	$a_2$
3	$C_{31}$ $X_{31}$	$C_{32}$ $X_{32}$	$C_{33}$ $X_{33}$	...	$C_{3n}$ $X_{3n}$	$a_3$
$m$	$C_{m1}$ $X_{m1}$	$C_{m2}$ $X_{m2}$	$C_{m3}$ $X_{m3}$	...	$C_{mn}$ $X_{mn}$	$a_m$
<b>Demand</b>	$b_1$	$b_2$	$b_3$	...	$b_n$	$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$

போக்குவரத்து சிக்கலை பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் நேரியல் நிரலாக்க மாதிரி,

அதாவது, மொத்த அளிப்பு மொத்த தேவைக்கு சமமாக இருக்கும்.

LPP சிறப்பு வழிமுறை

$$\text{குறைதல் } Z = Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

தடைகளுக்கு உட்பட்டு,

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad \text{வரிசை தொகை}$$

$$l=1,2,..n($$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = b_j \quad \text{வரிசை தொகை}$$

$$j=1,2,..n($$

$$x_{ij} \geq 0$$

கொடுக்கப்பட்ட போக்குவரத்து சிக்கல் சமச்சீர் நிலையில் இருந்தால்,

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

அதாவது, மொத்த அளிப்பு மொத்த தேவைக்கு சமமாக இருக்கும்.

#### வரையறைகள்

சாத்தியமான தீர்வு: எதிர்மறை அல்லாத ஒதுக்கீடுகளின் ( $X_{ij} > 0$ ) எந்த ஒரு தொகுப்பும் வரிசை மற்றும் நிரல் தொகையை (விளிம்பு தேவை) நிறைவு செய்தால், அது ஒரு சாத்தியமான தீர்வு என்று அழைக்கப்படும்.

அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வு: எதிர்மறை ஒதுக்கீடுகளின் எண்ணிக்கை  $m + n - 1$  க்கு சமமாக இருந்தால், ஒரு சாத்தியமான தீர்வு அடிப்படை தீர்வு என்று அழைக்கப்படுகிறது. அங்கு  $m$  என்பது வரிசைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும்  $n$  போக்குவரத்து அட்டவணையில் நெடுவரிசைகளின் எண்ணிக்கை ஆகும்.

சீரழிவு அல்லாத அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வு: ஒரு போக்குவரத்து சிக்கல்களுக்கு எந்த சாத்தியமான தீர்வும்  $m$  தோற்றமும்  $n$  முடிவும் கொண்டிருந்தால், அது சீரழிவு அல்லாத தீர்வு என்று அழைக்கப்படும். மேலும்,  $m + n - 1$  ஆக்கிரமிக்கப்பட்ட செல்கள் மற்றும் ஒவ்வொரு ஒதுக்கீடும் சுயாதீன நிலைகளில் இருக்க வேண்டும்.

ஒதுக்கீடு ஒரு மூடிய பாதையை உருவாக்க முடியாது என்றால், அது சுயாதீனமான பதவிகளில் இருப்பதாக கூறப்படும். மூடிய பாதை என்பது கிடைமட்ட மற்றும் செங்குத்து கோடுகளை அனுமதிக்கிறது மற்றும் எல்லா மூலையில் உள்ள செல்களும் ஆக்கிரமிக்கப்படுகின்றன.

பின்வரும் அட்டவணையில் ஒதுக்கீடு சுயாதீன பதவிகளில் இல்லை.

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

	*	*	
	*	*	

*		*	
*		*	

	*	*	
	*		
	*	*	

பின்வரும் அட்டவணையில் ஒதுக்கீடு சுயாதீன பதவிகளில் உள்ளது

	*		
*	*	*	
*			

*	*		
	*		*
		*	*

தீங்கு விளைவிக்கும் அடிப்படை தீர்வு: ஒரு அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வு  $m + n - 1$  விட குறைவாக இருந்தால், அதில் எதிர்மறை அல்லாத ஒதுக்கீடுகள் சிதைந்துவிடும் என்று கூறப்படுகிறது.

#### 6.2.1 போக்குவரத்து நெறிமுறை சமச்சீர் மற்றும் சமநிலையற்ற கணக்கு:

இந்த நெறிமுறை  $O$  மூலத்திலிருந்து  $D$  இடங்களுக்கான பொருட்களின் போக்குவரத்து செலவைக் குறைப்பதற்காகப் பயன்படுத்தப்படலாம். மேலும், அதில்  $O$  மூலத்திலிருந்து  $O$  வழிப்பாதைகளில் இருந்து நேரடியாக  $O * D$  இலக்கங்கள் இருக்கலாம்.  $O$  மூலங்களில் உள்ள பொருட்களின் மொத்த அளவு  $D$  இடங்களில் கோரிக்கைகளின் தொகைக்கு சமமாக இருக்கும்போது, சிக்கல் சமநிலையில் உள்ளது. அவ்வாறு இல்லையென்றால், இந்த கணக்கு சமநிலையில் இல்லை. இது போன்ற இரண்டு சூழ்நிலைகள் இருக்கலாம். வழங்கல் தேவைக்கு குறைவானதாக இருக்கலாம். அதேசமயம், போலி விநியோக முனையைச் சேர்ப்பதன் மூலம் அது சமநிலையில் உள்ளது. தேவையை விட குறைவாக தேவைப்பட்டால், அதில் சமச்சீரற்ற சிக்கல்களை உருவாக்குவதற்கு போலி கோரிக்கை சேர்க்கப்படுகிறது. இவ்வாறு, இந்த வழிமுறையைப் பயன்படுத்துவதற்கு முன், சிக்கலானது சமநிலையில் இல்லாவிட்டால் கணக்கை சமச்சீர் செய்ய வேண்டும். சமச்சீரற்ற சிக்கலுக்கான நெறிமுறை கீழே விவரிக்கப்பட்டுள்ளது.

தரவு அட்டவணை வடிவில் வழங்கப்படுகிறது. ஒரு மாநாட்டில், மூலங்கள் வலது புறத்தில் பட்டியலிடப்பட்ட அளவைக் கொண்டு அட்டவணையின்

இடது புறத்தில் வைக்கப்படுகின்றன மற்றும் கோரிக்கைகள் அளவுக்கு மேல் கீழ் பக்கம் நோக்கி வைக்கப்படுகின்றன. போக்குவரத்து அலகு செலவு என்பது ஒரு சிறிய பெட்டியில் உள்ள ஒவ்வொரு கலத்தின் மேல் வைக்கப்படும் செலவாகும். பூஜ்ஜிய அலகு செலவின நிகழ்ச்சிகள், வழக்கு வழங்குவதில் உள்ள கப்பலில் ஏற்றியனுப்பப்படாத அலகு நிரல் தேவை அதிகமாக உள்ளது என்பதை காட்டுகிறது. இதேபோல், அலகு விலை அல்லது பூஜ்ஜியம் என்று குறைவாக இருக்கும் பொருட்களின் பற்றாக்குறை வரிசையை காட்டுகிறது.

குறிப்புகள்

நெறிமுறை இரண்டு கட்டங்களாக உள்ளது. கட்டம் I-ல், இது சாத்தியமான தீர்வை உருவாக்குவதற்கான குறைந்தபட்ச அலகு செலவினத்தை, ஒரு அணுகுமுறையைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் கோரிக்கைகளின் விநியோகத்திற்கான ஒதுக்கீட்டை செய்கிறது. இந்த சாத்தியமான தீர்வு உகந்ததல்ல. உகப்பாக்கம் இரண்டாம் கட்டத்தில் செய்யப்படுகிறது, இந்த கட்டத்தில் உகந்த நிலைமைகளுக்குச் செய்யப்படுகிறது மற்றும் உகந்த நிலைமைகள் திருப்திகரமாக இல்லாவிட்டால், செலவினத்தை குறைப்பதற்காக முன்னேற்றம் செய்யப்படுகிறது. இந்த இரண்டாவது கட்டமானது நடைமுறை நடவடிக்கைகளை மேற்கொண்டுள்ளது மற்றும் இது உகந்த நிலைமைகள் திருப்தி அடைந்தால் மட்டுமே நிறுத்தப்படும். ஒருமுறை முடிந்தால், வேறு எந்த கூடுதல் நடவடிக்கைகளும் தேவையில்லை.

அடிப்படை மற்றும் அடிப்படை அல்லாத செல்கள்:

நேர்மறை மதிப்புகள் மற்றும் அடிப்படை அல்லாத செல்களின் ஒட்டம் பூஜ்ஜியம் மதிப்பு என்பதை குறிக்க அடிப்படை செல்கள் பயன்படுகின்றன.  $m + n - 1$  நெறிமுறை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:

படி 0

தொடக்கமயமாக்கல்: சிக்கலைத் தீர்ப்பதற்கு முன், அது சமநிலையில் இருக்க வேண்டும். இல்லையென்றால், வழக்கில் கோரிக்கை குறைவாக உள்ள 'ஒரு அனுப்பப்பட்ட விநியோகம்' அல்லது விநியோகம் அளிப்பதில் 'பற்றாக்குறை' வரிசையைச் சேர்ப்பதன் மூலம் விநியோகத்தை விட குறைவாக இருக்க முடியும். ஒதுக்கப்படாத விநியோகத்திற்கான நெடுவரிசையில் அலகு செலவினங்களுக்காக பூஜ்ஜியத்தை இட வேண்டும். தண்டனைக்கான செலவுகள் பற்றாக்குறையாக காண்பிக்கும் ஒரு வரிசையில் பூஜ்ஜியங்களை வைக்க வேண்டும்.

கட்டம் I: ஆரம்ப சாத்தியமான தீர்வு கண்டுபிடி:

படி 1: குறைந்தபட்ச விலையில் நேர்மறை அளிப்புடன் கூடிய விலையுயர்வைக் கொண்டிருக்க வேண்டும். அத்துடன், தேவைக்கு குறைந்தபட்சமாக உள்ள உயிரணுக்களை ஒதுக்கீடு செய்ய வேண்டும்.

படி 2: மேலே செய்யப்பட்ட ஒதுக்கீடுகளின் படி எஞ்சியுள்ள விநியோக தேவைகளைக் குறைக்க (படி 1) பயன்படுத்த வேண்டும். அனைத்து கோரிக்கைகளையும் நிறைவேற்றும் வரை இதை செய்ய வேண்டும். பின்னர், கட்டம் II தொடர வேண்டும். அனைத்து கோரிக்கைகளும் நிறைவேற்றப்படாவிட்டால் படி 1க்கு செல்ல வேண்டும்.

கட்டம் II: உகந்த தீர்வு



உகந்ததாக்குவதற்கு காசோலையை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள்.

குறிப்புகள்

படி 3: வரிசைகள், நெடுவரிசைகள் முறையே இரண்டு மதிப்புகள்  $u_i$  மற்றும்  $v_j$  இந்த தொகுப்புக்கு  $u_i$  (முதல் இரட்டை மதிப்பு) 0 க்கு முக்கோண இரு சமன்பாடுகளின் தீர்வொன்றை, ஒன்றன் பின் ஒன்றாக பெறுகிறது. இந்த இரட்டை சமன்பாடுகள் பின்வருமாறு அடிப்படை புள்ளிகளாக பயன்படுத்தப்படுகிறது.

$$C_{ij} = u_i + v_j$$

$C_{ij}$  அந்த கலத்திற்கு கொடுக்கப்பட்ட அலகு செலவைக் குறிக்கிறது மற்றும்  $v_j$  அல்லது  $u_i$  ஏற்கனவே உள்ளவாறு அறியப்படுகிறது. இங்கே,  $v_j$  பத்தியின்  $j$  மதிப்பு மற்றும்  $u_i$  ஆகியவற்றைக் குறிக்கிறது. அவை ஏற்கெனவே அறியப்பட்டவை ஆகும். மற்ற இரட்டை மதிப்பு பின்வரும் சமன்பாட்டில் கணக்கிடப்படுகிறது.

$$C_{ij} = u_i + v_j$$

இதனால், ஒவ்வொரு உயிரணுவின் இரட்டை மதிப்புகள் முதலில் பூஜ்யம் அமைப்பதன் மூலம் கணக்கிட முடியும். மேலும், அடிப்படைக் கலங்களுக்கு தேவையான இரட்டை சமன்பாடுகளுக்கு ஏற்றவாறு உள்ள பொருத்தமான பொருளைப் பயன்படுத்தலாம்.

படி 4: கீழே கொடுக்கப்பட்ட அனைத்து அடிப்படை புள்ளிகளின் விஷயத்தில் குறைந்த செலவுகளுக்கு உகந்த நிலைமைகளை வெளிப்படுத்துகின்றன.

$$\Delta_{ij} = C_{ij} - (u_i + v_j)$$

குறைவான செலவுகள் ( $\Delta_{ij}$ ) அடிப்படை மற்றும் அடிப்படையற்ற புள்ளிகளின் அலகு செலவில் நிகர மாற்றத்தை விளைவிக்கின்றன. இதன் விளைவாக, புள்ளி  $ij$ -ன் இயக்கத்தைத் தீர்மானிக்கவும் மற்றும் சரிசெய்யவும் முக்கிய காரணமாக விளங்குகிறது. இது படி 5 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

எனவே, இது ஒரு  $\Delta_{ij}$  நேர்மறையாக இருந்தால், இந்த கலத்தின் மொத்த போக்குவரத்தையும் அதிகரிக்கும். ஆனால்,  $\Delta_{ij}$  ஒரு கலத்திற்கு எதிர்மறையாக இருக்கும் போது இது மொத்த போக்குவரத்து குறைப்புக்கு வழிவகுக்கிறது.

அனைத்து குறைக்கப்பட்ட செலவுகள் ( $\Delta_{ij}$ ) நேர்மறையானவை என்றால்,

$\Delta_{ij} > 0$  உகந்த நிலைமைளில் திருப்தி அடைந்துள்ளன. மேலும், முன்னேற்றம் சாத்தியமற்றதாக இருந்தால் அத்தகைய வழிமுறை முடிவடைகின்றது. ஆனால், குறைந்தது ஒரு  $\Delta_{ij}$  எதிர்மறை ஏற்றத்தாழ்வு நிலைமைகளில் திருப்தி இல்லை என்றால், இவை செலவுகளை குறைப்பதற்கு சாத்தியமாக உள்ளது. உகந்த நிலைமைகள் திருப்தி செய்யப்படவில்லை எனில், படி 5-ல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

செலவுகளை குறைப்பதற்கான வழிகள்:

படி 5:  $\Delta_{ij}$  க்கு மிகவும் எதிர்மறையான 'ij' ஒரு புள்ளியை தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். இதன் மாறி மாறும் பொழுது அதை அடையாளம் காண (+) இவை உதவுகின்றன. வழங்கல் மற்றும் கோரிக்கை சமநிலைகளின் தடைகளை பராமரிக்க, 'ij' வில் புள்ளி மதிப்புக்கு ஈடுசெய்கின்ற இழப்பீட்டுத் தொகை அத்துடன் ith வரிசையில் அடிப்படை கண்டறிய பயன்படுகின்றன. இந்த கலங்களில் எதிர்மறை (-) அடையாளம் காண உதவுகிறது. இந்த செயல்முறை சுழற்சியை தொடர வேண்டுமெனில் (+) மற்றும் (-) குறிக்க வேண்டும். அத்தகைய சுழற்சி தனித்துவமானது மற்றும் 'இறந்த முனைகள்' என்று அழைக்கப்படுகின்றன. அத்தகைய ஒரு செயல்பாட்டில் எதிர்கொள்வதனால், பின்னால் ஒரு பாதையை உருவாக்குகிறது. இவை மற்ற மாற்று வழிகளிலும் சோதிக்கப்படுகின்றன. ஒரு சுழற்சியில் இழப்பு (+) அல்லது (-) அடையாளம் வைத்திருப்பதற்காக அடிப்படைக் கலங்கள் இல்லாத நெடுவரிசைகள் உள்ளன. இதை கண்டுபிடிப்பதற்கு சோதனை மற்றும் பிழைகள் தேவைப்படுகின்றன.

படி 6: இந்தச் சுழற்சிக்கான ஒவ்வொரு அடிப்படைக் கருத்தையும் தீர்மானித்த பின், எதிர்மறையான அடிப்படை உயிரணுக்களில் குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் பெறப்படுகின்றன. இது சரிசெய்தல் தொகை என அறியப்படுவதால், இவற்றை 'aa' என அழைக்கப்பட வேண்டும். நேர்மறையான மற்றும் (+) கையொப்பத்துடன் குறியிடப்பட்ட ஒவ்வொரு செல் மதிப்பிற்கும் இதைச் சேர்க்க வேண்டும். அதன் பின்னர் எதிர்மறை (-) அடையாளம் கொண்ட கலங்களில் இருந்து கழித்து, பின்னர் பூஜ்ஜியமாக மாறக்கூடிய அடிப்படையிலிருந்து அவற்றை கைவிட வேண்டும். இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட புள்ளிகள் பூஜ்ஜியமாக மாறிவிட்டால், இது மிகப்பெரிய  $C_{ij}$  மதிப்பை கொண்டுள்ளதாக அர்த்தம். இரட்டை மதிப்புகளை கணக்கிடுவதற்கு  $m + n - 1$  எண்ணைக் கொண்ட அடிப்படை புள்ளிகளை பராமரிக்க இது அவசியமாகும். வெளிச்செல்லும் கலத்திற்கான செலவினம் குறைக்கப்பட்டு உற்பத்தி விலையில் செய்யப்படும் செலவுகளும் குறைக்கப்படுகின்றன.

இந்த புதிய தீர்வை கண்டுபிடித்து, படி 3-க்கு ஏற்றவாறு நிலைமைகளை சரிபார்க்க வேண்டும். உகந்த நிலைமைக்கு ஏற்றவாறு திருப்திபடுத்தப்பட்ட வழிமுறைகள் முடிவடைகின்றன.

### 6.3 வகுப்பீடு மற்றும் போக்குவரத்து நிர்வாக நெறிமுறை

நியமிப்பு மற்றும் பயண நிர்வாக நடைமுறைகளை ஆய்வு செய்ய வேண்டும்.

#### 6.3.1 பயண விற்பனையாளர் சிக்கல்

விற்பனையாளர்  $n$  நகரங்களைப் பார்வையிட வேண்டும் என்று நினைத்துக் கொள்ளுங்கள். ஒரு குறிப்பிட்ட நகரத்திலிருந்து ஒவ்வொரு நகரத்தையும் ஒருமுறை துவங்குவதற்கு அவர் தனது தொடக்க புள்ளியில் இருந்து தொடங்க வேண்டும் என்று விரும்புகிறார். அவரது குறிக்கோள், நகரங்கள் அவரது மொத்த பயண நேரம் குறைக்கப்படுவதைப் போலவே பார்வையிடுவதற்கான வரிசைமுறையை தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

குறிப்புகள்

2 நகரங்களைப் பார்வையிட A மற்றும் B தேர்வு இல்லை. 3 நகரங்களைப் பார்வையிட 2! சாத்தியமான வழிகள் உள்ளன. 4 நகரங்களுக்கு 3! சாத்தியமான வழிகள் உள்ளன. பொதுவாக n நகரங்களைப் பார்வையிட (n - 1)! சாத்தியமான வழிகள் உள்ளன.

குறிப்புகள்

### 6.3.2 கணித உருவாக்கம்

$C_{ij}$  என்பது தூரம் அல்லது நேரம் அல்லது செலவழிக்கும் செலவு நகரம் i இருந்து நகரம் j. விற்பனையாளர் மாநகரில் இருந்து நகரம் j அல்லது வேறு எங்காவது பயணம் செய்தால், முடிவு மாறி  $X_{ij}$  1 ஆக இருக்கும். மற்ற படி 0. பயணிக்கும் நேரத்தைக் குறைப்பதற்கான குறிக்கோள்.

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = 1, i = 2, \dots, n$$

இந்த கட்டுப்பாடுகள்,

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = 1, j = 2, \dots, n$$

கூடுதல் கட்டுப்பாட்டுக்கு உட்பட்டு,  $X_{ij}$  அனைத்து உறுப்புகளுக்கும் முழுமையாக வருகை தரும் முன், எந்த உறுப்பையும் இரண்டு முறை சென்று சேர கூடாது.

குறிப்பாக, i-லிருந்து j-க்கு நேரடியாக செல்வதற்கு அனுமதி இல்லை. அதாவது  $C_{ij} = \infty$   $i=j$  ஆக இருக்கும் போது,

பயண விற்பனையாளர் கணக்கில் நாம் குறுக்கு வழியில் உறுப்புகளை தேர்ந்தெடுக்க முடியாது மற்றும் முடிவிலா நீளம் கொண்ட பெரிய தனிமங்கள் கொண்ட குறுக்கு கோடுகளை பூர்த்தி செய்வதன் மூலம் இதனை தவிர்க்கலாம்..

பயிற்சி கணக்கு பயண விற்பனையாளர் கணக்கை மிகவும் ஒத்திருக்கிறது. கூடுதல் கட்டுப்பாட்டுக்கு உட்பட்டு,  $X_{ij}$  அனைத்து உறுப்புகளுக்கும் முழுமையாக வருகை தரும் முன், எந்த உறுப்பையும் இரண்டு முறை சென்று சேர கூடாது.

இந்த கணக்கை பயிற்சி கணக்காக கருத வேண்டும். அதே நடைமுறைகளை பயன்படுத்தி அதை தீர்க்க வேண்டும். பயிற்சி கணக்கின் உகந்த தீர்வான மற்றும் கூடுதலான கட்டுப்பாட்டை பூர்த்திசெய்தால், கொடுக்கப்பட்ட பயண விற்பனையாளரின் கணக்குகளுக்கும் இது உகந்த தீர்வாகும். பயிற்சி கணக்குகளுக்கான தீர்வானது கூடுதல் கட்டுப்பாடுகளை திருப்திப்படுத்தவில்லை என்றால், கணக்கை தீர்க்கும் உத்திகள் மூலம் கணக்கீட்டு முறையைப் பயன்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 6.1: பயணம் செய்யும் விற்பனையாளர் ஒருவர் 5 நகரங்களுக்கு செல்ல வேண்டும். அவர் ஒரு குறிப்பிட்ட நகரத்திலிருந்து ஆரம்பிக்க விரும்புகிறார். ஒவ்வொரு நகரத்திற்கும் ஒருமுறை சென்று, பின்னர்

அவர் தொடக்கப் புள்ளிக்கு திரும்புகிறார். ஒரு நகரத்திலிருந்து மற்றொரு நகரத்திற்கு செல்லும் செலவு கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது. நீங்கள் குறைந்த செலவு பாதையை கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

நகரம்

	A	B	C	D	E
A	$\infty$	4	10	14	2
B	12	$\infty$	6	10	4
C	16	14	$\infty$	8	14
D	24	8	12	$\infty$	10
E	2	6	4	16	$\infty$

குறிப்புகள்

நகரத்திலிருந்து

தீர்வு: முதலில் இந்த கணக்கை ஒரு பயிற்சி கணக்காகத் தீர்க்க வேண்டும். எல்லா வரிசையில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளிலிருந்தும் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் குறைந்தபட்ச உறுப்புகளை கழித்து விட வேண்டும்.

	A	B	C	D	E
A	$\infty$	2	8	12	0
B	8	$\infty$	2	6	0
C	8	6	$\infty$	0	6
D	16	0	4	$\infty$	2
E	0	4	2	14	$\infty$

ஒவ்வொரு நெடுவரிசையிலும் அதன் பத்தியில் உள்ள அனைத்து உறுப்புகளிலிருந்தும் குறைந்தபட்ச உறுப்புகளை கழித்து விட வேண்டும்.

குறிப்புகள்

$$\begin{array}{c}
 A \\
 B \\
 C \\
 D \\
 E
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 A & B & C & D & E \\
 \infty & 2 & 8 & 12 & 0 \\
 8 & \infty & 2 & 6 & 0 \\
 8 & 6 & \infty & 0 & 6 \\
 16 & 0 & 4 & \infty & 2 \\
 0 & 4 & 2 & 14 & \infty
 \end{bmatrix}$$

இது திருத்தப்பட்ட அணி ஆகும். எல்லா பூச்சியங்களைக் போக்க குறைந்தபட்ச எண்ணிக்கையிலான வரிகளை வரைய வேண்டும்.

$$\begin{array}{c}
 A \\
 B \\
 C \\
 D \\
 E
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 A & B & C & D & E \\
 \infty & 2 & 8 & 12 & 0 \\
 8 & \infty & 2 & 6 & 0 \\
 8 & 6 & \infty & 0 & 6 \\
 16 & 0 & 4 & \infty & 2 \\
 0 & 4 & 2 & 14 & \infty
 \end{bmatrix}$$

இங்கே  $N = 4 < n = 5$ , அதாவது,  $N < n$ . அனைத்து வெளிப்படுத்தப்பட்ட உறுப்புகளிலிருந்தும் மிகச்சிறிய வெளிப்படுத்தப்பட்ட உறுப்பை விலக்கி, வரிகளின் குறுக்கு புள்ளியில் உள்ள உறுப்புக்கு சேர்க்க வேண்டும். எனவே, இரண்டாவது மாற்றம் செய்யப்பட்ட அணி கிடைக்கும்.

$$\begin{array}{c}
 A \\
 B \\
 C \\
 D \\
 E
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 A & B & C & D & E \\
 \infty & 0 & 6 & 12 & 0 \\
 8 & \infty & 0 & 6 & 0 \\
 8 & 4 & \infty & 0 & 6 \\
 18 & 0 & 4 & \infty & 4 \\
 0 & 2 & 0 & 14 & \infty
 \end{bmatrix}$$

$N = 5 = n = 5 =$  அணிவரிசை. நாம் பயிற்சி செய்ய,  
பயிற்சி

LPP சிறப்பு வழிமுறை

	A	B	C	D	E
A	$\infty$	<del>X</del>	6	12	0
B	8	$\infty$	0	6	<del>X</del>
C	8	4	$\infty$	0	6
D	18	0	4	$\infty$	4
E	0	2	<del>X</del>	14	$\infty$

குறிப்புகள்

விற்பனையாளர் A லிருந்து E க்குச் சென்ற பின் Aக்கு மீண்டும் வராமல் B,C,D அடைய வேண்டும். இதற்கு முரண்பாடாக எல்லா உறுப்பையும் சென்று அடைவதற்கு முன் எந்த உறுப்பிற்கும் இருமுறை செல்லக்கூடாது.

எனவே, அடுத்த குறைந்தபட்சம் பூஜ்ஜிய அல்லாத உறுப்பு 4 கொண்டு அடுத்த சிறந்த தீர்வைப் பெற வேண்டும்.

	A	B	C	D	E
A	$\infty$	0	6	12	0
B	8	$\infty$	0	6	<del>X</del>
C	8	4	$\infty$	0	6
D	18	<del>X</del>	4	$\infty$	4
E	0	2	<del>X</del>	14	$\infty$

$$A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow E, E \rightarrow A$$

சுற்றுப்பயணம் முடிவதற்கு முன், எல்லா நகரங்களையும் பார்வையிடவில்லை. அதேபோல், எந்த நகரமும் இரண்டு முறை பார்வையிடப்படவும் இல்லை என்பதால், நாங்கள் பயண விற்பனையாளருக்கு ஒரு சிறந்த தீர்வைக் கொடுக்கின்றோம்.

குறைந்த செலவு வழி  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow A$

$$\text{மொத்த செலவு} = 4+6+8+10+2 = ₹30$$

எடுத்துக்காட்டு 6.2: ஒரு இயந்திரம் இயக்குபவர் தனது கணினியில் ஐந்து வகையான பொருட்களை செயல்படுத்துகிறார். ஒவ்வொரு வாரமும் அவர்கள் ஒரு வரிசையை தேர்வு செய்ய வேண்டும். இயந்திரத்தில் உள்ள பொருட்களை

மாற்றுவதற்கான செலவு, கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் கொடுக்கப்படும் பொருட்களை சார்ந்துள்ளது.

குறிப்புகள்

	A	B	C	D	E
A	$\infty$	4	7	3	4
B	4	$\infty$	6	3	4
C	7	6	$\infty$	7	5
D	3	3	7	$\infty$	7
E	4	4	5	7	$\infty$

ஒவ்வொரு வகையான பொருட்களையும் ஒரு வாரத்திற்கு ஒரு முறை மட்டுமே பயன்படுத்த முடியும். ஒவ்வொரு பொருட்களின் செலவுகளை குறைக்க எப்படி தனது இயந்திர பொருட்களை வரிசைப்படுத்த வேண்டும்? தீர்வு செலவு அணியைக் குறைத்து வரிசைகள் மற்றும் நெடுவரிசையில் உள்ள அணிகளை ஒற்றை வரிசையில் செய்ய வேண்டும்.

அனைத்து உறுப்புகளிலிருந்தும் குறைந்தபட்ச உறுப்புகளை கழிப்பதன் மூலம் அதன் வரிசையில் மற்றும் நெடுவரிசையில் உள்ள அணிகளை மாற்றியமைக்கலாம்.

	A	B	C	D	E
A	$\infty$	1	4	0	1
B	1	$\infty$	3	0	1
C	2	1	$\infty$	2	0
D	0	0	4	$\infty$	4
E	0	0	1	3	$\infty$

	A	B	C	D	E
A	$\infty$	1	4	0	1
B	1	$\infty$	3	0	1
C	2	1	$\infty$	2	0
D	0	0	4	$\infty$	4
E	0	0	1	3	$\infty$

இங்கே,  $N = 4 < n = 5$ , i.e.,  $N < n$ .

அனைத்து வெளிப்படுத்தப்பட்ட உறுப்புகளிலிருந்தும் மிகச்சிறிய வெளிப்படுத்தப்பட்ட உறுப்புகளை விலக்கி, மற்றும் வரிகளின் குறுக்கு புள்ளியில் உள்ள உறுப்புக்குச் சேர்க்க வேண்டும் மற்றும் குறைக்கப்பட்டு இரண்டாவது திருத்தப்பட்ட அணி கிடைக்கும்.

குறிப்புகள்

	A	B	C	D	E
A	$\infty$	0	3	0	1
B	0	$\infty$	2	0	1
C	1	0	$\infty$	1	0
D	0	0	4	$\infty$	5
E	0	0	1	4	$\infty$

இங்கே,  $N = 5 = n = 5$  = அணி வரிசை.

பயிற்சி:

1-ஐ பரிசீலிப்பதன் மூலம் அடுத்த சிறிய பூஜ்யம் அல்லாத உறுப்புகளை கருத்தில் கொண்டு தீர்வு காணலாம்.

	A	B	C	D	E
A	$\infty$	<del>X</del>	3	<del>X</del>	①
B	<del>X</del>	$\infty$	2	①	1
C	1	①	$\infty$	1	<del>X</del>
D	①	<del>X</del>	4	$\infty$	5
E	<del>X</del>	<del>X</del>	①	4	$\infty$

$A \rightarrow E, E \rightarrow C, C \rightarrow B, B \rightarrow D, D \rightarrow A$

தீர்வுகளை பெறுவதற்கு,  $A \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$ .

இந்த அட்டவணையில் உள்ள ஒவ்வொரு பொருட்களும் ஒரு வாரத்திற்கு ஒரு முறை செயல்படுத்தப்படவில்லை.

i.e.,  $A \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$ .

மொத்த தொகுப்பு செலவு ₹ 21.

#### 6.4 உருவாக்கம் மற்றும் தீர்வு முறைகள்

உகந்த தீர்வு என்பது ஒரு சாத்தியமான தீர்வு (அடிப்படை அவசியம் இல்லை) இது மொத்த செலவை குறைகிறது.



குறிப்புகள்

ஒரு போக்குவரத்து சிக்கலின் தீர்வு (TP) இரண்டு படிநிலைகளில் பெற முடியும். அதாவது, ஆரம்ப தீர்வு மற்றும் உகந்த தீர்வு.

மூன்று முறைகளில் ஒன்றைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் ஆரம்ப தீர்வு பெறலாம். அதாவது,

- (i) வட மேற்கு மூலை விதி (NWCR).
- (ii) குறைந்த செலவு முறை அல்லது மிக குறைந்த அணி முறை
- (iii) வோஜெல்லின் தோராயமான முறை (VAM)

இந்த இரண்டு முறைகளிலும் VAM முன்னுரிமை அளிக்கப்படுகிறது, ஏனெனில், இந்த முறையிலிருந்து பெறப்பட்ட ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வு அல்லது உகந்த மிக நெருக்கமான தீர்வு ஆகும்.

போக்குவரத்து அட்டவணையில் உள்ள செல்கள் ஆக்கிரமிக்கப்பட்ட செல்கள் மற்றும் தடையற்ற செல்கள் என வகைப்படுத்தலாம். போக்குவரத்து அட்டவணையில் ஒதுக்கப்பட்ட செல்கள் ஆக்கிரமிக்கப்பட்ட செல்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன மற்றும் ஒரு போக்குவரத்து அட்டவணையில் தாலியாக செல்கள் மற்றும் தடையற்ற செல்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

ஆரம்ப அடிப்படையில் சாத்தியமான தீர்வின் மேம்படுத்தப்பட்ட தீர்வு உகந்த தீர்வு என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது MODI (திருத்தப்பட்ட விநியோக முறை) மூலம் பெறப்படும் தீர்வின் இரண்டாவது கட்டமாகும்.

#### 6.4.1 மேற்கு வடக்கு மூலை விதி

படி 1: பயண அணிவரிசையின் மேல் இடது மூலையில் (வட மேற்கு) உள்ள அணியில் தொடங்கி முடிந்தவரை அதிகபட்சம் ஒதுக்கீடு செய்வதால், முதல் வரிசை தீர்ந்துவிட்டது அல்லது முதல் பத்தியின் இலக்கு தேவை திருப்திகரமாக இருக்கிறது, அதாவது,  $X_{11} =$  குறைந்தது ( $a_1, b_1$ ).

படி 2:  $b_1 > a_1$  என்றால், நாம் இரண்டாவது வரிசையில் செங்குத்தாக நகர்த்தி, புள்ளி (2, 1)-இல்  $X_{22} =$  குறைந்த ( $a_2b_1 - X_{11}$  அளவிலான இரண்டாவது ஒதுக்கீடு செய்ய வேண்டும்.

$b_1 < a_1$  என்றால், இரண்டாவது நெடுவரிசைக்கு கிடைமட்டமாக வலதுபுறமாக நகர்த்த வேண்டும் மற்றும் புள்ளி (1, 2)- இல்  $X_{12} =$  குறைந்த ( $a_1, X_{11} - b_1$ ) இரண்டாவது ஒதுக்கீடு செய்ய வேண்டும்.

$b_1 = a_1$  என்றால், இரண்டாவது ஒதுக்கீட்டுக்கு ஒரு தொடர்பு உள்ளது. நாம் இரண்டாவது ஒதுக்கீடு செய்கிறோம். அதன் பரிமாணம்,

$$X_{12} = (a_1 - a_1, b_1) = 0 \quad (1,2)$$

$$X_{21} = (a_2, b_1 - b_1) = 0 \quad (2,1)$$

படி 3: 1 மற்றும் 2-ம் படிகள், அனைத்து விளிம்பு தேவைகளும் திருப்திகரமாக இருக்கும் வரை, பயண அட்டவணையின் கீழ் வலது மூலையை நோக்கி நகரும்.

எடுத்துக்காட்டு 6.3: பயண கணக்கின் ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வை பெறுதல் மற்றும் இதன் விலை மற்றும் விளிம்பு தேவை அட்டவணை பின்வருமாறு:

தோற்றம் / இலக்கு	$D_1$	$D_2$	$D_3$	வழங்கல்
O1	2	7	4	5
O2	3	3	1	8
O3	5	4	7	7
தேவை	7	9	18	34

தீர்வு:  $\sum a_i = 34 = \sum b_j$  என்பதால், பயண கணக்குக்கு ஒரு சாத்தியமான தீர்வாக உள்ளது. ஆரம்ப சாத்திய தீர்வு பின்வருமாறு,

முதல் ஒதுக்கீடு புள்ளி (1, 1)-இல் செய்யப்படுகிறது, அதன் பரிமாணம்  $X_{11} = \text{Min}(5, 7) = 5$ .

இரண்டாவது ஒதுக்கீடு புள்ளி (2, 1)-இல் செய்யப்படுகிறது. அதன் பரிமாணம்  $X_{21} = \text{Min}(8, 7 - 5) = 2$ .

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	Supply
$O_1$	2 ⑤	7	4	5 0
$O_2$	3 ②	3 ⑥	1	8 6 0
$O_3$	5	4 ③	7 ④	7 4 0
$O_4$	1	6	2 ⑭	14 0
Demand	7 2	9 3	18 14	34
	0	0	0	

மூன்றாவது ஒதுக்கீடு புள்ளி (2, 2)-இல் செய்யப்படுகிறது. அதன் பரிமாணம்  $X_{22} = \text{Min}(8 - 2, 9) = 6$ .

பரிமாணம்  $X_{32} = \text{Min}(7, 9 - 6) = 3$  கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி (3, 2)-ல் நான்காவது ஒதுக்கீடு செய்யப்படுகிறது.

ஐந்தாவது ஒதுக்கீடு புள்ளி (3, 3)-இல் செய்யப்படுகிறது. அதன் பரிமாணம்  $X_{33} = \text{Min}(7 - 3, 14) = 4$ .

இறுதி ஒதுக்கீடு புள்ளி (4, 3)-இல் செய்யப்படுகிறது அதன் பரிமாணம்  $X_{43} = \text{Min}(14, 18 - 4) = 14$ .

குறிப்புகள்

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட TP க்கு ஆரம்ப அடிப்படையான சாத்திய தீர்வைப் பெற்றுக்கொள்வோம்.

$$X_{11} = 5; X_{21} = 2; X_{22} = 6; X_{32} = 3; X_{33} = 4; X_{43} = 14$$

குறிப்புகள்

$$\begin{aligned} \text{மொத்த செலவு} &= 2 \times 5 + 3 \times 2 + 3 \times 6 + 3 \times 4 + 4 \times 7 + 2 \times 14 \\ &= 10 + 6 + 18 + 12 + 28 + 28 = \text{₹}102 \end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டு 6.4: வடமேற்கு கோண விதி பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்ட பயண கணக்குக்கு ஒரு ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வை தீர்மானித்தல்.

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	Supply
$O_1$	6	4	1	5	14
$O_2$	8	9	2	7	16
$O_3$	4	3	6	2	5
Required	6	10	15	4	35

தீர்வு: மொத்த சேமிப்பு மொத்த தேவைக்கு சமமாக இருப்பதால், கணக்கு சமநிலையான TP ஆகும். பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்ட ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வுகளைக் கண்டறிவதற்கான படிகளைப் பயன்படுத்துங்கள்.

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	Supply
$O_1$	6 (6)	4 (8)	1	5	<del>14</del> / 8 0
$O_2$	8	2 (2)	14 (14)	7	<del>16</del> / 4 0
$O_3$	4	3	1 (1)	4 (4)	<del>5</del> / 4
Demand	<del>6</del>	10 2 0	15 1 0	<del>4</del>	35

இதற்கான தீர்வு,

$$X_{11} = 6; X_{12} = 8; X_{22} = 2; X_{23} = 14; X_{33} = 1; X_{34} = 4$$

$$\begin{aligned} \text{மொத்த செலவு} &= 6 \times 6 + 4 \times 8 + 2 \times 9 + 2 \times 14 + 6 \times 1 + 2 \times 4 \\ &= 36 + 32 + 18 + 28 + 6 + 8 = \text{₹}128. \end{aligned}$$

#### 6.4.2 குறைந்த செலவு அல்லது அணிக்கோவை சிறும முறை

படி 1: பயண அட்டவணையின் விலைப் பிரிவில் மிகச்சிறந்த விலையை நிர்ணயிக்க வேண்டும். அது  $C_{ij}$  இருக்கும். புள்ளி  $(i, j)$  இல்  $X_{ij} = \text{Min} (a_i > b_j)$  ஒதுக்க வேண்டும்.

படி 2:  $X_{ij} = a_i$  என்றால் பயண அட்டவணையின்  $i$  th வரிசையை கடக்க மற்றும்  $A_i$  மூலம்  $b_j$  ஐ குறைக்க வேண்டும். பிறகு, படி 3க்கு செல்ல வேண்டும்.

$X_{ij} = b_j$  பயண அட்டவணையின்  $j$  th நெடுவரிசை மற்றும்  $b_j$  மூலம் குறைக்க  $a_i$  கடந்து செல்ல வேண்டும். பிறகு, படி 3 க்கு செல்ல வேண்டும்.

$X_{ij} = a_i = b_j$  கடந்து சென்றால்,  $i$  வரிசை அல்லது  $j$  th நெடுவரிசை ஆனால் இரண்டும் ஒன்று இல்லை.

படி 3: படி 1 மற்றும் 2 ஐ மீண்டும் செய்ய வேண்டும். இதன் விளைவாக, பயண அட்டவணையை அனைத்து வேக தேவைகள் பூர்த்தி செய்யப்படும் வரை குறைக்கப்படும். குறைந்தபட்ச செலவு தனிப்பட்டதாக இல்லாத போதெல்லாம், குறைந்தபட்சம் ஒரு தன்னிச்சையான தேர்வை தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 6.5: மிகக்குறைந்த அணி முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் TP க்கு ஆரம்ப சாத்தியமான தீர்வைப் பெற வேண்டும்..

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	Supply
$O_1$	1	2	3	4	6
$O_2$	4	3	2	0	8
$O_3$	0	2	2	1	10
Demand	4	6	8	6	24

தீர்வு:  $\sum a_i = \sum b_j = 24$  என்பதிலிருந்து, TP க்கு குறைந்தபட்ச செலவு முறையிலான வழிமுறைகளைப் பயன்படுத்தி, ஒரு சாத்தியமான தீர்வு காண முடியும். முதல் ஒதுக்கீடு புள்ளி (3, 1)  $X_{31} = 4$  என்ற அளவில் உள்ளது. இது இலக்கு  $D_1$  கோரிக்கையை திருப்திப்படுத்துகிறது, மேலும் அது திருப்தி அடையாவிட்டால் அட்டவணையில் இருந்து இந்த நெடுவரிசையை நீக்க வேண்டும்.

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	Supply
$O_1$	1	2	3	4	6
$O_2$	4	3	2	0	8
$O_3$	0	2	2	1	10
Demand	4	6	8	6	24

குறிப்புகள்

இரண்டாவது ஒதுக்கீடு (2, 4),  $X_{24} = \text{Min}(6, 8) = 6$  உடன் தயாரிக்கப்படுகிறது. இலக்கு  $D_4$  கோரிக்கையை திருப்திப்படுத்தும் என்பதால், அது அட்டவணையில் இருந்து நீக்கப்பட்டது. குறைக்கப்பட்ட அட்டவணையில் இருந்து, மூன்றாவது ஒதுக்கீடு (3, 3),  $X_{33} = \text{Min}(8, 6) = 6$  என்ற அளவில் செய்யப்படுகிறது. அடுத்த ஒதுக்கீடு புள்ளி (2, 3), குறைந்தபட்சம்  $X_{23} (2, 2) = 2$  என்ற அளவில் செய்யப்படுகிறது. கடைசியாக,  $X_{12} = \text{Min}(6, 6) = 6$  அளவு கொண்ட புள்ளி (1, 2) ஒதுக்கீடு செய்யப்படுகிறது. இப்போது, அனைத்து தேவைகள் நிறைவேறியது. எனவே, ஆரம்ப சாத்தியமான தீர்வு பெறப்படுகிறது. தீர்வு வழங்கப்பட்டதன் மூலம்,

இதற்கான தீர்வு பின்வருமாறு

$$X_{12} = 6; X_{23} = 2; X_{24} = 6; X_{31} = 4; X_{33} = 6$$

ஆக்கிரமிக்கப்பட்ட கலங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை =  $5 < m + n - 1$

$$\text{மொத்த செலவு.} = 6 \times 2 + 2 \times 2 + 6 \times 0 + 4 \times 0 + 6 \times 2$$

$$= 12 + 4 + 12 = ₹28.$$

எடுத்துக்காட்டு 6.6: ஒரு ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வை தீர்மானித்தல். பின்வரும் TPக்கு குறைந்த செலவு முறைகளைப் பயன்படுத்த வேண்டும்

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	Supply
$O_1$	8	9	7	15
$O_2$	4	3	2	5
$O_3$			④	1
Demand	6	10	4	0

	$D_1$	$D_2$	Supply
$O_1$	8	9	15
$O_2$	4	3	0
$O_3$		①	0
Demand	6	10	9

தீர்வு:  $\sum a_i = \sum b_j$  என்பதால், ஒரு அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வு உள்ளது.  $X_{13} = \text{Min}(14, 15) = 14$  (இது குறைந்த செலவில் உள்ள கலத்தில் உள்ளது) உடன் புள்ளி (1, 3) முதல் ஒதுக்கீடு செய்ய குறைந்தபட்ச செலவு முறைகளை பயன்படுத்துகிறோம்.

இந்த ஒதுக்கீடு முதல் வரிசை வழங்கலை தீர்த்துவிடுகிறது. எனவே, முதல் வரிசை நீக்கப்பட்டது. குறைக்கப்பட்ட அட்டவணையில் இருந்து அடுத்த ஒதுக்கீடு அடுத்த குறைந்தபட்ச செலவு விலை புள்ளியில் (2, 3) செய்யப்படுகிறது. இது  $X_{23} = \text{Min}(1, 16) = 1$  அளவுடன் தன்னிச்சையாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. இந்த 3 வது நெடுவரிசை இலக்கு வெளியேறும். குறைந்தபட்சம் அட்டவணையில் இருந்து அடுத்த குறைந்த செலவில் உள்ள புள்ளி (3, 4). இதில் ஒதுக்கீடு அளவு  $\text{Min}(4, 5) = 4$  உடன் செய்யப்படுகிறது.

இது இலக்கு  $D_4$  தேவைப்பாட்டை முற்றுகிறது. அட்டவணையிலிருந்து இந்த 4 வது நெடுவரிசையை நீக்க வேண்டும். அடுத்த ஒதுக்கீடு புள்ளி

(3, 2),  $X_{32} = \text{Min}(1, 10) = 1$  உடன் 3 வது தோற்றத்தைத் தீர்த்துவிடுகிறது. எனவே, 3 வது வரிசை முடிந்துவிட்டது. குறைந்த அட்டவணையில் இருந்து அடுத்த ஒதுக்கீடு (2,1)  $X_{21} = \text{Min}(6, 15) = 6$  உடன் வழங்கப்படுகிறது. இது 1 வது நெடுவரிசை தேவையை முடக்குகிறது. எனவே, இதுவும் அட்டவணையில் இருந்து நீக்கப்பட்டது.

இறுதியாக, அளவுகோல்  $X_{22} = \text{Min}(9, 9) = 9$  என்ற பக்கத்திற்கு (2, 2) ஒதுக்கீடு செய்யப்படுகிறது. இது விளிம்பு தேவையை பூர்த்தி செய்கிறது. இந்த ஒதுக்கீடு பயண அட்டவணையில் பின்வருமாறு காட்டப்பட்டுள்ளது:

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	Supply
$O_1$	6	4	1	5	14
$O_2$	8	9	2	7	16
$O_3$	4	3	6	2	5
Demand	6	10	15	4	

(I Allocation)

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	Supply
$O_2$	8	9	2	7	15
$O_3$	4	3	6	2	5
Demand	6	10	0	4	

(II Allocation)

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	Supply
$O_2$	8	9	7	15
$O_3$	4	3	2	1
Demand	6	10	0	

(III Allocation)

	$D_1$	$D_2$	Supply
$O_2$	8	9	15
$O_3$	4	3	0
Demand	6	10	9

(IV Allocation)

	$D_1$	$D_2$	Supply
$O_2$	8	9	15
Demand	6	9	

(V, VI Allocation)

பின்வரும் அட்டவணையில் ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வுகளை அளிக்கிறது.

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	Supply
$O_1$	6	4	1	5	14
$O_2$	8	9	2	7	16
$O_3$	4	3	6	2	5
Demand	6	10	15	4	

இதற்கான தீர்வு பின்வருமாறு,

$$X_{13}=14; X_{21}=6; X_{22}=9; X_{23}=1; X_{32}=1; X_{34}=4$$

குறிப்புகள்

போக்குவரத்து செலவு,

$$= 14 \times 1 + 6 \times 8 + 9 \times 9 + 1 \times 2 + 3 \times 1 + 4 \times 2$$

$$= 14 + 48 + 81 + 2 + 3 + 8 = ₹156$$

குறிப்புகள்

### 6.4.3 வொகெல் தோராய முறை (VAM)

ஆரம்ப வழியை கண்டுபிடிப்பதற்கு இந்த வழிமுறைகளை பின்பற்ற வேண்டும்.

படி 1: ஒவ்வொரு வரிசை மற்றும் நெடுவரிசையில் உள்ள சிறிய செலவினங்களுக்கு இடையேயான வித்தியாசம், அதாவது தண்டனையின் செலவைக் கண்டறிய வேண்டும்.

படி 2: படி 1 இல் காணப்பட்ட அபராதங்களில் அதிகபட்ச தண்டனையை தேர்வு செய்யவும். இந்த அதிகபட்ச தண்டனை ஒன்றுக்கு மேற்பட்டது என்றால், (அதாவது, ஒரு போட்டி சமநிலையில் இருந்தால்) அவற்றை தன்னிச்சையாக தேர்வு செய்ய வேண்டும்.

படி 3: படி 2 இல் தேர்ந்தெடுத்த வரிசையில் அல்லது நெடுவரிசையில் குறைந்த செலவைக் கொண்ட சிற்றறை கண்டுபிடிக்க வேண்டும். திறன் மற்றும் தேவைகளை இந்தச் செல்லுக்கு ஒதுக்குங்கள்.

படி 4: முற்றிலும் தீர்ந்துவிடும் வரிசை அல்லது நெடுவரிசையை நீக்க வேண்டும். குறைக்கப்பட்ட போக்குவரத்து அட்டவணைக்கு நெடுவரிசை மற்றும் வரிசை தண்டனைகளை கணக்கிட்டு, பின்னர் படிமுறை 2 க்கு செல்லவும். எல்லா விளிம்பு தேவைகளும் திருப்திகரமாக இருக்கும் வரை இந்த நடைமுறையை மீண்டும் செய்ய வேண்டும்.

குறிப்பு: நெடுவரிசை தீர்ந்துவிட்டால், வரிசையில் தண்டனைகளை மாற்ற பயன்படுத்தப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 6.7: VAM ஐ பயன்படுத்தி பின்வரும் போக்குவரத்து சிக்கலுக்கு ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வைக் கண்டறியவும்.

		Destination				Supply
		$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	
Factory	$F_1$	3	3	4	1	100
	$F_2$	4	2	4	2	125
	$F_3$	1	5	3	2	75
	Demand	120	80	75	25	300

தீர்வு:  $\sum a_i = \sum b_j = 950$  என்பதால் பிரச்சனை சமநிலையானது மற்றும் பிரச்சனைக்கு ஒரு சாத்தியமான தீர்வாக உள்ளது.

முதலில் வரிசை மற்றும் நெடுவரிசை  $P_1$  குறைந்த மற்றும் அடுத்த குறைந்த செலவு ஆகியவற்றிற்கு இடையே உள்ள வேறுபாட்டைக் காண வேண்டும். அதிகபட்ச தண்டனையாக 5 வழங்கப்படுகிறது. தன்னிச்சையாக முதல் நெடுவரிசையை தேர்வு செய்ய வேண்டும். இந்த நெடுவரிசையில் குறைந்தபட்ச

செலவு பெயர் (1, 1) கொண்ட புள்ளிகளை தேர்வு செய்ய வேண்டும். குறைந்தபட்சம் (அதாவது, Min 250, 200) = 200 எனும் இந்த கலத்திற்கு ஒதுக்க வேண்டும். இத்துடன் முதல் நெடுவரிசை முடிவடைகிறது. இதில் நெடுவரிசையை நீக்க வேண்டும். நெடுவரிசை நீக்கப்பட்டதால், வரிசை நிரல் தண்டனை PII- இல் அதே மாற்றத்தில் உள்ளது. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் மீதமுள்ள ஒதுக்கீடுகளை இந்த முறையில் தொடர வேண்டும்.

குறிப்புகள்

I Allocation						
	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	Supply	P <sub>I</sub>
O <sub>1</sub>	11 200	13	17	14	50 250	2
O <sub>2</sub>	16	18	14	10	300	4
O <sub>3</sub>	21	24	13	10	400	3
Demand	200	225	275	250		
P <sub>I</sub>	5↑	5	1	0		

II Allocation					
	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	Supply	P <sub>II</sub>
O <sub>1</sub>	13	17	14	50	1
O <sub>2</sub>	18	14	10	300	4
O <sub>3</sub>	24	13	10	400	3
Demand	225	275	250		
P <sub>II</sub>	5↑	1	0		

III Allocation					
	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	Supply	P <sub>III</sub>
O <sub>2</sub>	18	14	10	300	4
O <sub>3</sub>	24	13	10	400	3
Demand	175	275	250		
P <sub>III</sub>	6↑	1	0		

IV Allocation					
	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	Supply	P <sub>IV</sub>	
O <sub>2</sub>	14	10	125	4	
O <sub>3</sub>	13	10	400	3	
Demand	275	250	125		
P <sub>IV</sub>	1	0			

V Allocation					
	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	Supply	P <sub>V</sub>	
O <sub>3</sub>	13	10	400	3	
Demand	275	125			
P <sub>V</sub>	13↑	10			

VI Allocation					
	D <sub>4</sub>	Supply	P <sub>VI</sub>		
O <sub>3</sub>	10	125	10		
Demand	125	0	←		
P <sub>VI</sub>	10				

இறுதியில் பின்வரும் அடிப்படை அட்டவணையில் காட்டப்படும் ஆரம்ப அடிப்படையானது சாத்தியமான தீர்வாக அமைகிறது.

	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	Supply
O <sub>1</sub>	11 200	13 50	17	14	250
O <sub>2</sub>	16	18 175	14	10 125	300
O <sub>3</sub>	21	24	13 275	10 125	400
Demand	200	225	275	250	

$m + n - 1 = 3 + 4 + 1 - 1$  க்கு சமமாக இருக்கும் 6 நேர்மறை சுயாதீன ஒதுக்கீடுகள் உள்ளன. இந்த தீர்வு ஒரு அடிப்படை சீரழிவு தீர்வுக்கான தீர்வு என்று உறுதிப்படுத்துகிறது.

∴ போக்குவரத்து செலவு

$$= 11 \times 200 + 13 \times 50 + 18 \times 175 + 10 \times 125 + 13 \times 275 + 10 \times 125$$



எடுத்துக்காட்டு 6.8: VAM பயன்படுத்தி பின்வரும் TP க்கு ஆரம்ப தீர்வு கண்டுபிடிக்கவும்.

குறிப்புகள்

		Destination				Supply
		$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	
Factory	$F_1$	3	3	4	1	100
	$F_2$	4	2	4	2	125
	$F_3$	1	5	3	2	75
	Demand	120	80	75	25	300

தீர்வு:  $\sum a_i = \sum b_j$  என்பதால், இந்த கணக்கு சமநிலை TP எனப்படும். எனவே, இதற்கு ஒரு சாத்தியமான தீர்வு உள்ளது.

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	Supply	$P_I$	$P_{II}$	$P_{III}$	$P_{IV}$	$P_V$	$P_{VI}$
$F_1$	3 (45)	3	4 (30)	1 (25)	100	2	2	0	1	4	4
$F_2$	4	2 (80)	4 (45)	2	125	0	0	2	0	4	
$F_3$	1 (75)	5	3	2	75	1					
<b>Demand</b>	<b>120</b>	<b>80</b>	<b>75</b>	<b>25</b>							
$P_I$	2↑	1	1	1							
$P_{II}$	1	1	0	1							
$P_{III}$	1	1	0								
$P_{IV}$	1		0								
$P_V$			0								
$P_{VI}$			4↑								

இறுதியாக, பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்ட ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வு கிடைத்துள்ளது.

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	Supply
$F_1$	3 (45)	3	4 (30)	1 (25)	100
$F_2$	4	2 (80)	4 (45)	2	125
$F_3$	1 (75)	5	3	2	75
<b>Demand</b>	<b>120</b>	<b>80</b>	<b>75</b>	<b>25</b>	

சுயாதீனமான எதிர்மறை அல்லாத ஒதுக்கீடுகள்

$$m + n - 1 = 3 + 4 - 1 = 6.$$

இந்த தீர்வு அடிப்படை சாத்தியமற்ற சீரழிவு என்று உறுதிசெய்யப்படுகிறது.

∴ போக்குவரத்து செலவு

$$\begin{aligned}
&= 3 \times 45 + 4 \times 30 + 1 \times 25 + 2 \times 80 + 4 \times 45 + 1 \times 75 \\
&= 135 + 120 + 25 + 160 + 180 + 75 \\
&= ₹ 695.
\end{aligned}$$

## 6.5 MODI முறை:

குறிப்புகள்

இந்த உகந்த சோதனையை செய்ய, நாம் திருத்தப்பட்ட விநியோக முறை (MODI) பற்றி விவாதிக்க வேண்டும். பின்வரும் உகம சோதனையை நடத்த MODI முறையில் பல்வேறு நடவடிக்கைகளை மேற்கொள்ளலாம்.

### MODI முறை:

படி 1: மூன்று முறைகளில் ஏதேனும் ஒன்றைப் பயன்படுத்தி TP யின் ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வைக் கண்டறிய வேண்டும்.

படி 2: எண்களின் தொகுப்பை கண்டுபிடிக்க, ஒவ்வொரு  $u_i$  மற்றும்  $v_j$  வரிசை மற்றும் நிரலானது ஒவ்வொரு ஆக்கிரமிப்பு சிற்றறைக்கும்  $u_i + v_j = C_{ij}$  திருப்திகரமாக இருக்க வேண்டும். இதை தொடங்க, அதிகபட்ச எண்ணிக்கையிலான ஒதுக்கீடு கொண்ட ஏதேனும் ஒரு வரிசை அல்லது நெடுவரிசையில் உள்ள ஒரு எண் '0' ஐ ஒதுக்கீடு செய்ய வேண்டும். ஒதுக்கீடுகளின் அதிகபட்ச ஒதுக்கீடு ஒன்றுக்கு மேற்பட்டதாக இருந்தால், ஏதேனும் ஒன்றை தன்னிச்சையாக தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

படி 3: ஒவ்வொரு வெற்று (திறக்கப்படாத) செல்லிற்கும், அந்த கலத்தின் கீழ் இடது மூலையில் எழுதும் கூட்டு தொகை  $u_i$  மற்றும்  $V_j$  ஐக் கண்டறிய வேண்டும்.

படி 4: ஒவ்வொரு வெற்று சிற்றறையின் நிகர மதிப்பீட்டு மதிப்பு  $\Delta_{ij} = C_{ij} - (u_i + v_j)$ யை கண்டுபிடிக்க வேண்டும் மற்றும் அது அந்த சிற்றறையின் கீழ் வலது மூலையில் எழுதப்பட்டிருக்கும். இந்த படிநிலை, உகந்த முடிவை கொடுக்கிறது.

- (i) அனைத்து  $\Delta_{ij} > 0$  (அதாவது, நிகர மதிப்பீட்டு மதிப்பு) என்றால் அங்கு உகந்த மற்றும் ஒரு தனிப்பட்ட தீர்வு கிடைக்கும்.
- (ii)  $\Delta_{ij} \geq 0$  என்றால், தீர்வு சரியானது, ஆனால் ஒரு மாற்று தீர்வு உள்ளது.
- (iii) குறைந்தது ஒரு  $\Delta_{ij} < 0$  என்றால், தீர்வு உகந்ததாக இல்லை. இந்த விஷயத்தில், அடுத்த படியாக, மொத்த போக்குவரத்து செலவினத்தை மேம்படுத்த வேண்டும்.

படி 5:  $\Delta_{ij}$  இன் மிக எதிர்மறை மதிப்பைக் கொண்ட வெற்று சிற்றறை தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். இந்த சிற்றறையில் இருந்து கோண சிற்றறை ஆக்கிரமிக்கப்பட்ட நிலையில் கிடைமட்ட மற்றும் செங்குத்து கோடுகள் வரைவதன் மூலம் முடியுபாதையை வரைய முடியும். அடையாளம் '+' மற்றும் '-' ஆகியவற்றை மாற்றியமைத்து, எதிர்மறை அடையாளம் கொண்ட சிற்றறையிலிருந்து குறைந்தபட்ச ஒதுக்கீட்டைக் கண்டறிய வேண்டும். இந்த ஒதுக்கீடு, நேர்மறை அடையாளம் கொண்ட ஒதுக்கீடுக்கு சேர்க்கப்பட வேண்டும். மேலும், எதிர்மறை குறியீட்டை வைத்திருப்பதிலிருந்து விலக்குதல் வேண்டும்.

குறிப்புகள்

படி 6: முந்தைய படி ஒன்று (அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட) ஆக்கிரமிக்கப்பட்ட சிற்றறை காலியாகவும், ஒரு வெற்று சிற்றறை ஆக்கிரமிப்பாளராகவும் உருவாக்குவதன் மூலம் ஒரு சிறந்த தீர்வை அளிக்கிறது. இந்த புதிய அடிப்படை ஒதுக்கீடு படி 2 ல் இருந்து மீண்டும் ஒரு உகந்த அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வை பெறுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 6.9: பின்வரும் போக்குவரத்து சிக்கலை தீர்க்கவும்.

		Destination				Supply
		P	Q	R	S	
Source	A	21	16	25	13	11
	B	17	18	14	23	13
	C	32	17	18	41	19
	Demand	6	10	12	15	43

Origin/Dest	P	Q	R	S	Supply	$P_I$	$P_{II}$	$P_{III}$	$P_{IV}$	$P_V$	$P_{VI}$
A	21	16	25	13	11	3	-	-	-	-	-
B	17	18	14	23	13	3	4	4	4	-	-
C	32	17	18	41	19	1	1	1	1	1	17
Demand	6	10	12	15	43						
$P_I$	4	1	4	10↑							
$P_{II}$	15	1	4	18↑							
$P_{III}$	15↑	1	4	-							
$P_{IV}$	-	1	4	-							
$P_V$	-	17	18↑	-							
$P_{VI}$	-	17↑	-	-							

தீர்வு: VAM ஐ பயன்படுத்துவதன் மூலம் ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வை காண முடியும் என்பதால்,  $\sum a_i = \sum b_j$  கொடுக்கப்பட்ட TP சமநிலையான ஒன்று. எனவே, ஒரு சாத்தியமான தீர்வு உள்ளது.

இறுதியாக, பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்ட ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வு நமக்கு கிடைத்துள்ளது.

		Destination			
		P	Q	R	S
Source	A	21	16	23	13
	B	17	18	14	23
	C	32	17	18	41

குறிப்புகள்

இந்த அட்டவணையில், எதிர்மறையான சார்பற்ற ஒதுக்கீடுகளின் எண்ணிக்கை  $6 = m + n - 1 = 3 + 4 - 1$  ஆகும்.

எனவே, தீர்வு என்பது தீங்கற்ற அடிப்படை ஆகும்.

$$= 11 \times 13 + 3 \times 14 + 4 \times 23 + 6 \times 17 + 17 \times 10 + 18 \times 9 = ₹ 711.$$

ஆரம்ப உகந்த தீர்வு காண: உகந்த தீர்வைத் தீர்மானிக்க MODI முறையை பயன்படுத்துகிறோம். ஒவ்வொரு  $u_i$  மற்றும்  $v_j$  வரிசை மற்றும் நிரல்களின் ஒவ்வொரு ஆக்கிரமிப்பு சிற்றறைக்கும்  $u_i + v_j = C_{ij}$  உடன் உள்ள எண்களின் தொகுப்பை தீர்மானிக்கிறோம். நாம் ஆரம்பிக்க,  $u_2 = 0 - 2$  வது வரிசையில் அதிகபட்ச ஒதுக்கீடு உள்ளது.

இப்பொழுது, ஒவ்வொரு வெற்று சிற்றறைக்கும் மொத்த  $u_i$  மற்றும்  $v_j$  கண்டறிந்து, அந்த சிற்றறையின் கீழ் இடது மூலையில் உள்ளிட வேண்டும்.

$$C_{21} = u_2 + v_1 = 17 = 0 + v_1 = 17 \Rightarrow v_1 = 17$$

$$C_{23} = u_2 + v_3 = 14 = 0 + v_3 = 14 \Rightarrow v_3 = 14$$

$$C_{24} = u_2 + v_4 = 23 = 0 + v_4 = 23 \Rightarrow v_4 = 23$$

$$C_{14} = u_1 + v_4 = 13 = u_1 + 23 = 13 \Rightarrow u_1 = 10$$

$$C_{33} = u_3 + v_3 = 18 = u_3 + 14 = 18 \Rightarrow u_3 = 4$$

அடுத்து, நாம் நிகர மதிப்பீடுகளை  $\Delta_{ij} = C_{ij} - (u_i + v_j)$  ஒவ்வொரு ஒற்றுமையற்ற சிற்றறையையும் கண்டுபிடித்து, அந்த சிற்றறையின் கீழ் வலது மூலையில் உள்ளிட வேண்டும்.

குறிப்புகள்

$C_j$		4	3	0	0	-M	0		
$C_B$	B	$X_B$	$W_1$	$W_2$	$S_1$	$S_2$	$A_1$	$S_2$	Min $X_B/w_1$
0	$S_1$	1	1	1	1	0	0	0	1
-M	$A_1$	1	0	1	0	-1	1	0	1
$\leftarrow 0$	$S_2$	1	-1	②	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$
	$Z_j$	-M	0	-M	0	M	-M	0	
	$Z_j - C_j$		-4	-M-3	0	M	0	0	Min $\frac{X_B}{W_1}$
				↑					
$\leftarrow 0$	$S_1$	1/2	③/2	0	1	0	0	-1/2	1/3
-M	$A_1$	1/2	1/2	0	0	-1	1	-1/2	1
3	$W_2$	1/2	-1/2	1	0	0	0	1/2	-
	$Z_j$	$-\frac{1}{2}M-3/2$	$-\frac{1}{2}M-3/2$	3	0	M	-M	$\frac{1}{2}M+3/2$	
	$Z_j - C_j$		$-\frac{M}{2}+\frac{5}{2}$	0	0	M	0	$\frac{M+3}{2}$	
			↑						

அனைத்து  $\Delta_{ij} > 0$  என்பதால், தீர்வு உகந்த மற்றும் தனித்துவமானது. உகந்த தீர்வு,

$$X_{14} = 11; X_{21} = 6; X_{23} = 3; X_{24} = 4; X_{32} = 10; X_{33} = 9$$

குறைந்தபட்ச போக்குவரத்து செலவு,

$$= 11 \times 13 + 17 \times 6 + 3 \times 14 + 4 \times 23 + 10 \times 17 + 9 \times 18 = ₹ 711$$

போக்குவரத்து சிக்கலில் குறைபாடு

TP எதிர்மறையான சுயாதீன ஒதுக்கீடுகளின் எண்ணிக்கை  $m + n - 1$  விட குறைவாக இருந்தால்,  $m$  என்பது தோற்றங்களின் எண்ணிக்கை (வரிசை) மற்றும்  $n$  என்பது இடங்களின் எண்ணிக்கை (பத்திகள்) ஆகும். அங்கு, சீரழிவு ஏற்படும். இது ஆரம்ப கட்டத்தில் அல்லது அடுத்தடுத்த மறுதொடக்கத்தில் நடக்கும்.

இந்த சீரழிவை தீர்க்க, நாம் பின்வரும் வழிமுறைகளை பின்பற்ற வேண்டும்.

படி 1: வெற்று சிற்றறை மத்தியில் குறைந்த செலவு கொண்ட ஒரு வெற்று சிற்றறை தேர்வு செய்வதன் மூலம் ஒரு சுதந்திரமான நிலையை பெற முடியும். இந்த சிற்றறை ஒன்றுக்கு மேல் இருந்தால் தன்னிச்சையாக தேர்வு செய்ய வேண்டும்.

படி 2: படி 1 இல் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட சிற்றறைக்கு சிறிய நேர்மறை அளவு  $\epsilon > 0$  ஐ ஒதுக்கீடு செய்கிறோம்.

‘ $\epsilon$ ’ கொண்டிருக்கும் சிற்றறைகள் மற்ற ஆக்கிரமிக்கப்பட்ட சிற்றறைகளைப் போல நடத்தப்படும்போது சீரழிவு ஒன்று (மேலும்) அதன்படி அதனுடன் சேர்த்து நீக்கப்பட்டது. இந்த மாற்றியமைக்கப்பட்ட தீர்விற்காக, MODI முறையிலான பணிகளை ஒரு உகந்த தீர்வு பெறும் வரை நாம் பின்பற்றுவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 6.10: குறைந்தபட்சம் போக்குவரத்து சிக்கலை தீர்க்கவும்.

		Destinations			
		1	2	3	Capacity
Sources	1	2	2	3	10
	2	4	1	2	15
	3	1	3	1	40
	Demand	20	15	30	65

தீர்வு:  $\sum a_i = \sum b_j$  என்பதால் கணக்கு சமநிலையான TP. எனவே, ஒரு சாத்தியமான தீர்வு உள்ளது. வட மேற்கு துணை ஆட்சியின் ஆரம்ப தீர்வு இங்கு காணப்படுகிறது.

	1	2	3	Capacity
1	2 (10)	2	3	10
2	4 (10)	1 (5)	2	15
3	1	3 (10)	1 (30)	40
Demand	20	15	30	

குறிப்புகள்

ஆக்கிரமிக்கப்பட்டுள்ள சிற்றறைகளின் எண்ணிக்கை = 5 = m + n - 1 மற்றும் அனைத்து ஒதுக்கீடுகளும் சுயாதீனமானவை என்பதால், நமக்கு ஒரு ஆரம்ப அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வு கிடைக்கும்.

ஆரம்ப போக்குவரத்து செலவு,

$$= 10 \times 2 + 4 \times 10 + 5 \times 1 + 10 \times 3 + 1 \times 30 = 20 + 40 + 5 + 30 + 30 = 125$$

உகந்த தீர்வு (மோடி வழிமுறை) கண்டுபிடி: MODI முறையைப் பயன்படுத்துவதற்கு முந்தைய அட்டவணையைப் பயன்படுத்துகிறோம்.  $U_i + v_j = C_{ij}$  என்களின்  $U_i$  மற்றும்  $V_j$  ஆகியவற்றைக் கொண்டிருப்பதைக் காண வேண்டும். தொடக்கத்தில், ஒதுக்கீடுகளின் அதிகபட்ச எண்ணிக்கை 2 ஆகும், ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட வரிசை மற்றும் நெடுவரிசையில், தன்னிச்சையாக நிரல் 1 ஐ தேர்ந்தெடுத்து, இந்த நெடுவரிசையில் ஒரு எண் 0 ஐ ஒதுக்க வேண்டும். அதாவது,  $v_1 = 0$ . மீதமுள்ள எண்கள் பின்வருமாறு பெறலாம்.

$$C_{11} = u_1 + v_1 = 2 = u_1 + 0 = 2 \Rightarrow u_1 = 2$$

$$C_{21} = u_2 + v_1 = 4 \Rightarrow u_2 = 4 - 0 = 4$$

$$C_{22} = u_2 + v_2 = 1 \Rightarrow v_2 = 1 - u_2 = 1 - 4 = -3$$

$$C_{32} = u_3 + v_2 = 3 = u_3 = 3 - v_2 = 3 - (-3) = 6$$

$$C_{33} = u_3 + v_3 = 1 = v_3 = 1 - u_3 = 1 - 6 = -5$$

துவக்க அட்டவணை

குறிப்புகள்

	1	2	3	$u_i$	
		2	2	3	
1	10	-1	3	6	$2 = u_1$
		4	1	2	
2	10	5	-1	3	$4 = u_2$
		1	3	1	
3	6	10	30		$6 = u_3$
		-5			
$v_j$	$v_1 = 0$	$v_2 = -3$	$v_3 = -5$		

ஒவ்வொரு வெற்று சிற்றறைக்கும்  $u_j$  மற்றும்  $v_j$  தொகையைக் கண்டறிந்து, அந்த சிற்றறையின் கீழ் இடது மூலையில் எழுத வேண்டும். நிகர மதிப்பீடுகளைக் கண்டறிய  $\Delta_{ij} = C_{ij} - (u_i + v_j)$  ஒவ்வொரு வெற்று சிற்றறைக்கும் மற்றும் சிற்றறையின் கீழ் வலது மூலையில் உள்ளிட வேண்டும்.

சிற்றறை (3, 1) எதிர்மறை  $\Delta_{ij}$  மதிப்பைக் கொண்டிருப்பதால், இந்த தீர்வு உகந்ததாக இல்லை. இந்த சிற்றறையை (3, 1) ஒரு ஒதுக்கீடு செய்யப்பட்ட சிற்றறையாக உருவாக்குவதன் மூலம் ஒதுக்கீடுகளை மேம்படுத்துகிறோம். இந்த சிற்றறையிலிருந்து ஒரு முடிய பாதையை இழுத்து, '+' மற்றும் '-' மாறி அடையாளம் காண வேண்டும். குறைந்தபட்ச ஒதுக்கீடு (10, 10) = 10 வழங்கியுள்ளோம். எனவே, நாம் இரு ஆக்கிரமிப்பு சிற்றறைகளை பெறுகிறோம்.

(2, 1) (3, 2) காலியாகவும், சிற்றறை (3, 1) ஆக்கிரமிக்கப்பட்டு, சீரழிவை விளைவிக்கும். சீரழிவு அடுத்தடுத்த மறுசெய்கை பற்றி விவாதிக்கிறது.

ஒதுக்கப்பட்ட சிற்றறை எண்ணிக்கை =  $4 < m + n - 1 = 5$ .

நாம் சீரழிவை பெறுகிறோம். காலியான சிற்றறையை (1, 2) சேர்க்க வேண்டும் மற்றும்  $\epsilon > 0$  ஐ ஒதுக்க வேண்டும். இந்த சிற்றறை (1, 2) சேர்க்கப்படுகிறது. ஏனெனில், சீரழிவைத் தீர்க்க இரண்டு வழிமுறைகளை அது பூர்த்தி செய்கிறது. முதல் வரிசையில் ஒரு எண் 0 ஐ ஒதுக்க வேண்டும். அதாவது,  $u_1 = 0$  பின்வருமாறு மீதமுள்ள எண்கள் கிடைக்கும்.

$$C_{11} = u_1 + v_1 = 2 = v_1 = 2 - u_1 = 2 - 0 = 2$$

$$C_{12} = u_1 + v_2 = 2 \Rightarrow v_2 = 2 - 0 = 2$$

$$C_{31} = u_3 + v_1 = 1 \Rightarrow u_3 = 1 - v_1 = 1 - 2 = -1$$

$$C_{33} = u_3 + v_3 = 1 = v_3 = 1 - u_3 = 1 - (-1) = 2$$

$$C_{22} = u_2 + v_2 = 1 \Rightarrow u_2 = 1 - v_2 = 1 - 2 = -1$$

அடுத்து, வெற்று சிற்றறைக்கான  $u_j$  மற்றும்  $v_j$  ஆகியவற்றைக் கண்டறிந்து, அந்த சிற்றறையின் கீழ் இடது மூலையில் உள்ளிட வேண்டும்.

ஒவ்வொரு வெற்று சிற்றறைக்கும் நிகர மதிப்பீடு  $\Delta_{ij} = C_{ij} (u_i + v_j)$  மற்றும் சிற்றறையின் வலது கீழ் மூலையில் உள்ளிட வேண்டும்.

மறுசெய்கை அட்டவணை:

	1	2	3	$u_i$
1	⑩	⑤	2	0
2	1	⑤	1	-1
3	⑩	1	⑤	-1
$v_j$	2	2	2	

குறிப்புகள்

மாற்றியமைக்கப்பட்ட தீர்வு பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அனைத்து  $\Delta_{ij} > 0$  உகந்த நிலைமையை பூர்த்தி செய்யும் போது, இந்த தீர்வு உகந்தது மற்றும் தனித்துவமானது என்று கூறுகின்றோம்

	1	2	3	Capacity
1	⑩	⑤	3	10
2	4	⑤	2	15
3	1	3	①	40
<b>Demand</b>	⑩	15	③	65

$$X_{11} = 10; X_{22} = 15; X_{33} = 30; X_{12} = \epsilon; X_{31} = 10$$

$$\text{மொத்த தொகை} = 10 \times 2 + 2 \times \epsilon + 15 \times 1 + 10 \times 1 + 30 \times 1$$

$$= 75 + 2 \epsilon = ₹ 75.$$

சமநிலையற்ற போக்குவரத்து:

$\sum a_i \neq \sum b_j$  என்றால் கொடுக்கப்பட்ட TP சமநிலையற்றதாகக் கூறப்படுகிறது. அதாவது, மொத்த அளிப்பானது மொத்த தேவைக்கு சமமானதாக இருக்காது.

இரண்டு சாத்தியமான வழக்குகள் உள்ளன.ர

வழக்கு (i):

$$(ii) \sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$$

மொத்த அளிப்பு மொத்த விலையில் குறைவாக இருந்தால், ஒரு போலி மூலத்தை (வரிசை) பூஜ்ஜிய விலையில் செலவு அணிக்குள் சேர்க்கப்படும் எஞ்சிய கோரிக்கை இந்த போலி ஆதாரத்திற்கான (தோற்றம்) விளிம்பு



தேவையாக உள்ளிடப்படுகிறது. எனவே, சமநிலையற்ற போக்குவரத்து கணக்கு ஒரு சீரான TP யாக மாற்றப்படுகிறது.

குறிப்புகள்

$$\text{வழக்கு (ii) } \sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$$

எனவே, மொத்த தேவையானது மொத்த அளிப்பை விட அதிகமாக உள்ளது. இந்த வழக்கில், சமநிலையற்ற TP பூஜ்ஜிய விலையுடன் ஒரு போலி இலக்கை (நெடுவரிசை) சேர்ப்பதன் மூலம் ஒரு சமச்சீர் TP ஆக மாற்றப்பட முடியும். அதிகப்படியான வழங்கல் போலி இலக்கிற்கான விளிம்பு தேவை என்று உள்ளிடப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 6.11: போக்குவரத்து கணக்கை தீர்க்க, அலகு போக்குவரத்தின் போது ஏற்படும் செலவுகள், கோரிக்கைகள் மற்றும் பொருட்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன:

		Destination				Supply
		$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	
Origins	$O_1$	6	1	9	3	70
	$O_2$	11	5	2	8	55
	$O_3$	10	12	4	7	70
	Demand	85	35	50	45	

தீர்வு: மொத்த வழங்கல்  $\sum a_i = 195$  ஐ விட மொத்த கோரிக்கை  $\sum b_j = 215$  அதிகமாக இருப்பதால், கணக்கு சமநிலையற்ற TP ஆகும்.

ஒரு சமமான TP யை ஒரு போலி தோற்றத்தில்  $O_4$  அறிமுகப்படுத்தி, பூஜ்ஜியத்துடன்  $215 - 195 = 20$  அலகுகளுக்கு சமமாக வழங்க வேண்டும். எனவே, மாற்றியமைக்கப்பட்ட கணக்கு பின்வருமாறு:

		Destination				Supply
		$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	
Origins	$O_1$	6	1	9	3	70
	$O_2$	11	5	2	8	55
	$O_3$	10	12	4	7	70
	$O_4$	0	0	0	0	20
	Demand	85	35	50	45	215

இந்த கணக்கு சமச்சீர் நிலையில் இருப்பதால், இந்த கணக்குக்கு தீர்வு உண்டு. VAM ஐ பயன்படுத்துவதன் மூலம் ஆரம்ப தீர்வு கிடைக்கும்.

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	Supply	$P_I$	$P_{II}$	$P_{III}$	$P_{IV}$	$P_V$	$P_{VI}$	$P_{VII}$
$O_1$	65	5			70	2	2	2	-	-	-	-
$O_2$			30	25	55	3	3	3	3	6	-	-
$O_3$				25	70	3	3	3	3	3	3	4
$O_4$	20				20	0	-	-	-	-	-	-
<b>Demand</b>	85	35	50	45								
$P_I$	6↑	1	2	3								
$P_{II}$	4↑	4	2	3								
$P_{III}$	-	4↑	2	4								
$P_{IV}$	-	7↑	2	1								
$P_V$	-	-	2	1								
$P_{VI}$	-	-	4	7↑								
$P_{VII}$	-	-	4	-								

குறிப்புகள்

சிக்கலுக்கு தேவையான ஆரம்ப தீர்வுகள்,

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$
$O_1$	65	5		
$O_2$		30	25	
$O_3$			25	45
$O_4$	20			

$m + n - 1$  க்கு சமமாக 7 சுயாதீனமற்ற எதிர்மறை ஒதுக்கீடுகள் உள்ளன. எனவே, தீர்வு என்பது ஒரு சீரழிவு அல்ல.

மொத்த போக்குவரத்து செலவு

$$= 6 \times 65 + 5 \times 1 + 5 \times 30 + 2 \times 25 + 4 \times 25 + 7 \times 45 + 20 \times 0$$

$$= 1010$$

உகந்த தீர்வு கண்டுபிடிக்க: முந்தைய அட்டவணையில் MODI முறையின் படிகளை பயன்படுத்துகிறோம்.

குறிப்புகள்

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$u_i$
$O_1$	6	1	9	3	0
$O_2$	10	5	2	5	4
$O_3$	12	7	4	7	6
$O_4$	0	0	0	0	0
$v_j$	6	1	-2	1	

எல்லா  $\Delta_{ij} \geq 0$  என்பதால், தீர்வுக்கு உகந்ததாக இல்லை மற்றும் புள்ளி (3,1)-யை அறிமுகப்படுத்துவதால், இந்த புள்ளி  $\Delta_{ij}$  மிக எதிர்மறை மதிப்பைக் கொண்டிருக்கும். (65, 30, 25) வழங்கிய குறைந்தபட்ச ஒதுக்கீட்டை சேர்த்தல் மற்றும் கழித்தலின் மூலமாக தீர்வுகளை மாற்றியமைக்கின்றோம். அவ்வாறு செய்யும்போது ஆக்கிரமிக்கப்பட்ட புள்ளி (3, 3) காலியாகிறது.

முதல் மறுபரிசீலனை அட்டவணை

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$u_i$
$O_1$	6	1	9	3	0
$O_2$	10	5	2	5	4
$O_3$	12	7	4	7	6
$O_4$	0	0	0	0	0
$v_j$	6	1	-2	1	

சுயாதீன ஒதுக்கீடுகளின் எண்ணிக்கை  $m + n - 1$  க்கு சமமாக இருப்பதால், தீர்வு உகந்ததாக என்பதை சரிபார்க்கிறோம்.

அனைத்து  $\Delta_{ij} \geq 0$  என்பதால், தீர்வு உகந்ததாக இருக்கும். அவ்வாறு இல்லையெனில்,  $\Delta_{14} = 0$  என ஒரு மாற்று தீர்வாக உள்ளது. எனவே உகந்த ஒதுக்கீடு வழங்கப்படுகிறது,

$$X_{11} = 40; X_{12} = 30; X_{22} = 5; X_{23} = 50; X_{31} = 25; X_{34} = 45; X_{41} = 20$$

உகந்த போக்குவரத்து செலவு,

$$= 6 \times 40 + 1 \times 30 + 5 \times 5 + 2 \times 50 + 10 \times 25 + 7 \times 45 + 0 \times 20$$

$$= ₹960$$

உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சரிபார்க்கவும்

1. போக்குவரத்து சிக்கல் என்றால் என்ன?
2. ஒரு போக்குவரத்து சிக்கலின் குறிக்கோளை அடைவதற்கு எதைத் தெரிந்து கொள்ள வேண்டும்?
3. LPP தீர்வு நுட்பம் ஒரு போக்குவரத்து சிக்கலை தீர்ப்பதற்கு பயன்படுத்தப்படுவதில்லை என்பதற்கான காரணங்களை எழுதுக.
4. MODI முறையின் நோக்கம் என்ன?

குறிப்புகள்

## 6.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும்

வினாக்களுக்கான விடைகள்

1. பயண சிக்கல், பல்வேறு வகைகளில் ஒரே நேரத்தில் ஒரே மாதிரியான பொருட்களின் பயணத்தை, குறைந்தபட்ச விலையில் வெவ்வேறு இடங்களுக்கு பல்வேறு மூலங்களின் மூலம் சேகரிக்கிறது.
2. நோக்கங்களை அடைய, ஒருவர் அறிந்து கொள்ள வேண்டியவை: (i) கிடைக்கும் பொருட்கள் மற்றும் இடம் (ii) இலக்கு மற்றும் கோரிக்கையின் அளவுகோல் (iii) பல்வேறு பகுதிகளிலிருந்து பல்வேறு இடங்களுக்கு ஒரு சரக்குப் பொருட்களை எடுத்துச் செல்லும் செலவுகள் ஆகியவை.
3.  $m + n - 1$  சமன்பாடுகள்,  $m$  தோற்றம் மற்றும்  $n$  இடங்களுடனான ஒரு பயண சிக்கலில் உள்ளன. ஒவ்வொரு சமன்பாட்டிற்கும் ஒரு செயற்கை மாறினைச் சேர்ப்பதன் மூலம், அதிக எண்ணிக்கையிலான மாறிகள் தோன்றுகின்றன.
  - (i) சிக்கல் மூலங்கள்  $m$  மற்றும்  $n$  இலக்குகள் மற்றும்  $m + n - 1$  சமன்பாடுகள் உருவாக்கப்படலாம் என்றால், கணினியின் கணக்கீடு திறன் அதிகமாக இருக்கலாம். எனவே TP ஐ சரிசெய்ய LPP தீர்வு பயன்படுத்தப்படவில்லை.
  - (ii) பல கட்டுப்பாடுகள் உள்ள குணகம்  $X_{ij}$  ஒற்றுமையாக உள்ளது. இத்தகைய நுட்பத்திற்கு, பயண நுட்பம் எளிய முறையை விட மிகவும் எளிதாக உள்ளது.
  - (iii) TP குறிக்கோள் செயல்பாடு குறைகிறது. அதேசமயம், எளிய முறை அதிகபட்ச சிக்கலுக்கு ஏற்றது.
4. பயண சிக்கலின் உகந்த தீர்வை பெற MODI முறையின் நோக்கம் பயன்படுகிறது.

## 6.7 சுருக்கம்

- பயண சிக்கல் பல்வேறுபட்ட இடங்களில் பல்வேறு மூலங்களில் சேமித்து வைக்கப்பட்ட ஒரே மாதிரியான பொருட்களின் குறைந்தபட்ச விலை ஆகும் மற்றும் இது ஒரு துணை வகுப்பு. அதாவது, நேரியல் திட்ட முறை (LPP) ஆகும்.

## குறிப்புகள்

- ஒரு பயண சிக்கலின் ஆரம்ப தீர்வு மூன்று விதிமுறைகளான, வட மேற்கு முலை விதி, குறைந்த செலவு முறை அல்லது வோஜெல் தோராயமான முறை (VAM) ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தி காணப்படுகிறது. இந்த வழியைப் பெறும் தீர்வானது உகந்த தீர்வுக்கு மிகவும் நெருக்கமாக இருப்பதால் கடைசியாக முன்னுரிமை அளிக்கப்படுகிறது.
- உகந்த தீர்வுகளை பெறுவதற்கும், சோதனைகளை மேற்கொள்ளுவதற்கும் MODI முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- வரிசை மற்றும் நிரல் தொகையை (விளிம்பு தேவை) பூர்த்தி செய்யும் எந்தவொரு எதிர்மறை ஒதுக்கீடுகளும் ( $X_{ij} > 0$ ) ஒரு சாத்தியமான தீர்வு என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- எதிர்மறை ஒதுக்கீடுகளின் எண்ணிக்கை  $m+n-1$  க்கு சமமாக இருந்தால், ஒரு சாத்தியமான தீர்வு அடிப்படை தீர்வு என்று அழைக்கப்படுகிறது. அங்கு,  $m$  என்பது வரிசைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும்  $n$  பயண அட்டவணையில் உள்ள நெடுவரிசைகளின் எண்ணிக்கை ஆகும்.
- $m$  தோற்றங்கள் மற்றும்  $n$  இடங்களைக் கொண்டிருக்கும் பயண சிக்கலுக்கு எந்த சாத்தியமான தீர்வும் இல்லை. அது,  $m+n-1$  ஆக்கிரமிக்கப்பட்டுள்ள செல்கள் மற்றும் ஒவ்வொரு ஒதுக்கீடு சுயாதீன பதவிகளில் இருந்தால், சீரழிவு எனக் கூறப்படுகிறது.
- பயணம் செய்யும் விற்பனையாளரின் நோக்கமானது, அவரது மொத்த பயண நேரம் குறைக்கப்படுவதைப் போலவே பார்வையிடுவதற்கான வரிசைமுறையையும் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.
- போக்குவரத்து அட்டவணையில் உள்ள புள்ளிகளை ஆக்கிரமிக்கப்பட்ட புள்ளிகள் மற்றும் தடையற்ற புள்ளிகள் என வகைப்படுத்தலாம். போக்குவரத்து அட்டவணையில் உள்ள ஒதுக்கப்பட்ட புள்ளியானது ஆக்கிரமிக்கப்பட்ட புள்ளிகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. மேலும், ஒரு போக்குவரத்து அட்டவணையில் உள்ள காலியான புள்ளிகள் தடையற்ற புள்ளிகள் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.
- ஒரு TP-ஆனது எந்த ஆரம்ப அடிப்படையான தீர்வுக்கும் உகந்த சோதனையை மேற்கொள்ளலாம். அத்தகைய ஒதுக்கீடுகளை  $m+n-1$  அல்லாத எதிர்மறை ஒதுக்கீடுகள் உள்ளன. அங்கு  $m$  ஆக்ஸின் எண்ணிக்கைகள் மற்றும்  $n$  இலக்குகளின் எண்ணிக்கைகள் உள்ளன. மேலும், இந்த ஒதுக்கீடு சுயாதீன பதவிகளில் இருக்க வேண்டும்.
- ஒரு TP-இல், எதிர்மறையான சுயாதீன ஒதுக்கீடுகளின் எண்ணிக்கை  $m+n-1$ -ஐ விட குறைவாக இருந்தால்,  $m$  என்பது மூலங்களின் எண்ணிக்கை (வரிசைகள்) மற்றும்  $n$  என்பது இடங்களின் எண்ணிக்கை (நெடுவரிசைகள்) ஒரு சீரழிவாக உள்ளது. இது மறுதொடக்கம் அல்லது அடுத்தடுத்த ஆரம்ப கட்டத்தில் நடக்கும்.
- $\sum a_i \neq \sum b_j$  என்றால், கொடுக்கப்பட்ட TP சமநிலையற்றதாக கூறப்படுகிறது, அதாவது, மொத்த வழங்கல் மொத்த தேவைக்கு சமமானதாக இல்லை.
- ஒரு கடத்தல் மாதிரியாக பல்வேறு குறிப்பிட்ட இடங்களுக்கு பல்வேறு குறிப்பிட்ட பொருள்கள் வழங்கப்படுகின்றன. பொருளாதாரம் என்பது

கப்பல் வழியாக ஆதாரங்கள் மற்றும் இடங்களுக்கிடையே இருக்கும் இடைநிலை முனையங்களை கடந்து செல்வதாகும்.

LPP சிறப்பு வழிமுறை

## 6.8 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்

- சாத்தியமான தீர்வு: எந்த அளவிலான  $i$  எதிர்மறை ஒதுக்கீடுகளின் எந்தவொரு தொகுதியும் ஒரு இலக்கு  $J$  க்கு ( $X_{ij} > 0$ ) இடமாற்றம் செய்யப்பட்டு, வரிசை மற்றும் பத்தியின் தொகையை திருப்திப்படுத்துவது ஒரு சாத்தியமான தீர்வு ஆகும்.
- தீங்கற்ற அடிப்படை தீர்வு:  $m$  தோற்றம் மற்றும்  $n$  இடங்களைக் கொண்டிருக்கும் ஒரு போக்குவரத்து சிக்கலுக்கு எந்த சாத்தியமான தீர்வும் திசைவேற்றுக்கு அல்லாதது என அறியப்படுகிறது. இதில்  $m + n - 1$  ஆக்கிரமிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகள் மற்றும் ஒவ்வொரு ஒதுக்கீடுகளும் சுயாதீன நிலைகளில் உள்ளது.
- அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வைக் குறைத்தல்:  $m + n - 1$  அல்லாத எதிர்மறை ஒதுக்கீடுகளை விட குறைவான ஒரு அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வாகவே உள்ளது.

குறிப்புகள்

## 6.9 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்

### குறு விடை வினாக்கள்

1. சமநிலையற்ற போக்குவரத்து சிக்கல் என்றால் என்ன?
2. ஒரு சமநிலையற்ற போக்குவரத்து சிக்கலை நீங்கள் எவ்வாறு சமநிலையுடன் மாற்றுவீர்கள்?
3. வட மேற்கு கோண விதியின் சிறப்புகள் மற்றும் வரம்புகளை பட்டியலிடுங்கள்.
4. வோஜெலின் தோராய முறையில் முடிவு மிகவும் பொருளாதார தொடக்க அடிப்படை தீர்வுக்கு வழிவகுக்கிறது. எப்படி?
5. ஒரு சமநிலை போக்குவரத்து கணக்கில் அல்லாத அடிப்படை மாறுபாடுகளின் எண்ணிக்கை என்ன?
6. வட மேற்கு கோண விதியை கையாளும் போது, அடுத்த நெடுவரிசையில் அடுத்த புள்ளிக்கு ஒரு நகர்வு என்பது எப்போது வரும்?
7. அனைத்து காலியான புள்ளிகளின் மதிப்பு நிகர மாற்றம் அல்லாத எதிர்மறையின் போது என்ன வகையான தீர்வு கிடைக்கும்?

### நெடு விடை வினாக்கள்

1. போக்குவரத்து கணக்கில் சாத்தியமான தீர்வு, அடிப்படை தீர்வு, சீரழிவு அல்லாத தீர்வு, உகந்த தீர்வை வரையறுக்க.
2. உதாரணங்களுடன் பின்வருவனவற்றை சுருக்கமாக விளக்குங்கள்:
  - (i) வட மேற்கு கோண விதி
  - (ii) குறைந்த செலவு முறை

குறிப்புகள்

(iii) வோஜெலின் தோராய முறை

3. ஒரு போக்குவரத்து கணக்கின் சம ஆற்றல் நிலையை விளக்குங்கள். அதை தீர்க்க ஒரு முறையை விவரிக்கவும்.

4. பின்வரும் முறைகளை பயன்படுத்தி போக்குவரத்து கணக்கிற்கு ஆரம்ப தீர்வு பெறுக.

(i) வடமேற்கு கோண விதி (ii) குறைந்த செலவு முறை (iii) VAM இலக்கு

		Destination			Supply
		A	B	C	
Source	1	2	7	4	5
	2	3	3	1	8
	3	5	4	7	7
	4	1	6	2	14
	Demand	7	9	18	34

5. வோஜெலின் தோராய முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் போக்குவரத்து கணக்கை தீர்க்கவும்.

கிடங்கு

	A	B	C	D	E	F	Available
1	9	12	9	6	9	10	5
2	7	3	7	7	5	5	6
3	6	5	9	11	3	11	2
4	6	8	11	2	2	10	9
Requirements	4	4	6	2	4	2	

## 6.10 மேலும் படிக்க

தாஹா, H.A. 2006. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி: ஒரு அறிமுகம், 8வது பதிப்பு. புதுடில்லி: ப்ரிண்ட்ஸ்-ஹால் இந்தியா.

ஜென்சன், பவுல் A., மற்றும் ஜொனாதன் F. பார்ட் 2003. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி மாதிரிகள் மற்றும் முறைகள். நியூயார்க்: ஜான் வில்லி & மகன்கள்.

குப்தா, P.K., மற்றும் D.S. ஹிரா. 2002. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி அறிமுகம். புதுடில்லி: S. சந்த் & கோ.

கோத்தாரி, C.R. 1982. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி ஒரு அறிமுகம். புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

கலாவதி, S, 2013. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி, 4வது பதிப்பு. புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

## அலகு 7 நிகழ்தகவு கோட்பாடு

### அமைப்பு

- 7.0 அறிமுகம்
- 7.1 நோக்கங்கள்
- 7.2 கருத்து அறிமுகம்: வளர்ச்சி
  - 7.2.1 மாதிரி இடம் குறித்த கருத்து, மாதிரி புள்ளிகள் மற்றும் நிகழ்வுகள்
- 7.3 நிகழ்தகவு வகைகள்: தொழிலில் நிகழ்தகவு பயன்முறை
- 7.4 வரிசைவகுதி மற்றும் சேர்க்கை
  - 7.4.1 வரிசைவகுதி
  - 7.4.2 சேர்மானம்
- 7.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 7.6 சுருக்கம்
- 7.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 7.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 7.9 மேலும் படிக்க

### குறிப்புகள்

### 7.0 அறிமுகம்

இந்த அலகில் நிகழ்தகவு பற்றிய பல்வேறு கோட்பாடுகளை நீங்கள் கற்றுக் கொண்டு, மேலும் புள்ளியியல் கணக்கீடுகளில் நிகழ்தகவு மிக முக்கியமான கருவியாக கருதப்படுவது ஏன் என்பதைப் புரிந்துகொள்வீர்கள். நிகழ்தகவு என்பது இடையூறான வழிமுறைகளில் ஒன்று, எனவே அடிப்படைக் கருத்துக்கள் மட்டுமே இந்த அலகில் விவாதிக்கப்படும். வார்த்தை நிகழ்தகவு அல்லது வாய்ப்பு பொதுவாக நாள்தோறும் உரையாடலில் பயன்படுத்தப்படுகிறது, மேலும் சாத்தியமான அல்லது நம்பக் கூடிய போன்ற அனைத்திற்கும் ஒரே அர்த்தமாக கருதப்படுகிறது. நிகழ்தகவு என்பது 'ஒரு குறிப்பிட்ட நிகழ்வின் அளவு' என வரையறுக்கப்படுகிறது. இது 0 மற்றும் 1 இடையே ஒரு மதிப்பு கொண்ட ஒரு எண் ஆகும், பூஜ்யம் கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்வானது நிகழக்கூடாது என்பதை சுட்டிக்காட்டுகிறது. மற்றும் 1 என்பது ஒரு நிகழ்வு நிகழ்ந்ததை உறுதி செய்கிறது. நிகழ்தகவு கோட்பாடு நிலைமையை ஆய்வு செய்து, அதன்படி முடிவெடுப்பவருக்கு முடிவெடுக்க உதவுகிறது. நிகழ்தகவின் முக்கிய வகைகள், ஒரு முதன்மை மற்றும் அனுபவ ரீதியான நிகழ்தகவு, புறநிலை மற்றும் அகநிலை நிகழ்தகவு ஆகியவை தீர்க்கப்பட்ட உதாரணங்களின் உதவியுடன் விளக்கப்பட்டுள்ளன.

### 7.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகை நீங்கள் படித்து முடித்த பின்பு உங்களால்:

- நிகழ்தகவு பற்றிய அடிப்படைக் கருத்தைப் புரிந்துகொள்ள முடியும்
- மாதிரி இடம், மாதிரி புள்ளிகள் மற்றும் நிகழ்வுகளை விளக்க முடியும்



- நிகழ்தகவின் முக்கிய வகைகள் பற்றி விவரிக்க முடியும்
- வரிசை மாற்றங்கள் மற்றும் சேர்க்கைகள் பற்றி விளக்க முடியும்

குறிப்புகள்

## 7.2 கருத்து அறிமுகம்: வளர்ச்சி

நிகழ்தகவு (பொதுவாக குறியீடு 'P' என்பதன் மூலம் பிரதிநிதித்துவம் செய்யப்படுகிறது) ஒரு நிகழ்வு மிக அதிக எண்ணிக்கையிலான முறையில் மீண்டும் நிகழ்த்திருந்தால் நேரங்களின் சதவீதமாக ஒரு குறிப்பிட்ட விளைவு ஏற்படும் என்று வரையறுக்கப்படுகிறது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், நிகழ்வின் நிகழ்தகவு என்பது நிகழும் நிகழ்தகவுகளின் எண்ணிக்கையாகும் (அல்லது நிகழலாம்) மற்றும் அனைத்து நிகழ்வுகள் நிகழும் நேரங்களின் எண்ணிக்கையாகும் (அல்லது நிகழலாம்).

'நிகழ்தகவு' என்ற வார்த்தையின் பொதுவான பொருள் சாத்தியம். இதில் நிகழ்வின் நிகழ்வு நிச்சயமாகும், இது நிகழ்தகவு 1 எனக் கூறப்படுகிறது. அதாவது, 1-க்கு சமமாக இருக்கும், நிகழ்வின் நிகழ்வு முழுமையாக சாத்தியமற்றது, இந்த நிகழ்தகவு பூச்சியமாகக் கூறப்படுகிறது. ஆனால் உண்மையான வாழ்க்கையில் இத்தகைய வழக்குகள் அரிதானவை மற்றும் நிகழ்தகவு பொதுவாக 0 மற்றும் 1 க்கு இடையில் உள்ளது. எனவே, நிகழ்தகவு எப்போதும் பூஜ்ஜியத்தை விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும் (அதாவது, சாத்தியக்கூறுகள் எதிர்மறையானவை அல்ல), ஒன்றுக்கு சமமாக அல்லது குறைவாக இருக்கும். இது நிகழ்காலத்தின் எடையின் அளவை பூஜ்யத்திலிருந்து தொடங்கி, குறியீட்டு வடிவில் பின்வருமாறு கூறலாம். அதாவது,

$$P \leq 1 \text{ ஆனால் } \geq 0$$

நிகழ்தகவை ஒரு பகுதி அல்லது ஒரு தசம அல்லது ஒரு சதவீதத்தின் அடிப்படையில் வெளிப்படுத்தப்படலாம், ஆனால் பொதுவாக இது தசமபக்கங்களில் வெளிப்படுகிறது.

### 7.2.1 மாதிரி இடம் குறித்த கருத்து, மாதிரி புள்ளிகள் மற்றும் நிகழ்வுகள்

ஒரு மாதிரி இடைவெளி நிலைமைக்கான முழுமையான தொகுப்பை குறிக்கிறது. மாதிரி இடத்தில் ஒரு தொகுதியில் உள்ள ஒரு உறுப்பு ஒரு மாதிரி புள்ளி என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஒரு நிகழ்வு என்பது ஒரு பரிசோதனைக்காக ஒரு மாதிரி இடத்தின் குறிப்பிட்ட துணைக்குழுவைக் குறிப்பிடும் ஒரு அறிக்கையாகும். இந்த மூன்று கருத்துகளின் பொருள் ஒரு எடுத்துக்காட்டு மூலம் எளிதில் புரிந்து கொள்ள முடியும். முதலில் ஒரு நாணயத்தையும் பின்பு அடுத்த நாணயத்தையும் சுண்டிவிட வேண்டும். இந்த பரிசோதனையை நாம் இப்போது பார்க்கலாம். அதனுடன் தொடர்புடைய மாதிரி இடைவெளி பின்னர் இந்த பரிசோதனையின் அனைத்து விளைவுகளையும் உள்ளடக்கியிருக்கும், இது பின்வருமாறு கூறப்படலாம்:

$$S = [HH, HT, TH, TT]$$

$S = [ ]$  என்பது மாதிரி இடத்தைப் பிரதிநிதித்துவம் செய்வதற்கு பயன்படுத்தப்படும் குறியீடாக பயன்படுத்தப்படுகிறது. இந்த மாதிரி இடைவெளி நான்கு விளைவுகளை கொண்டிருக்கிறது அல்லது நாம் மாதிரி புள்ளிகளை

HH, HT, TH, மற்றும் TT என அழைக்கிறோம். இந்த மாதிரி புள்ளிகளில் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்டவை நிகழ்வு என அழைக்கப்படுகின்றன. ஒரு நிகழ்வில் இரண்டு நாணயங்களும் ஒரே மாதிரியாக விழும். அது இவ்வாறு குறிப்பிடப்படுகிறது.

$$E_1 = [HH, TT; \text{ஒன்றாக}]$$

அரைப்புள்ளியை தொடர்ந்து வரும் வார்த்தை நம் ஆர்வத்தின் தன்மையை விளக்குகிறது.  $E_1$  ஆர்வத்தின் நிகழ்வு மற்றும்  $E_2$  மீதமுள்ள அனைத்து முடிவுகளின் துணைக்குரியதாக இருந்தால், பின்வரும் சமன்பாடு உள்ளது:

$$S = E_1 + E_2$$

### 7.3 நிகழ்தகவு வகைகள்: தொழிலில் நிகழ்தகவு பயன்முறை

சில முக்கிய வகைகள் பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:

(1) முதன்மை நிகழ்தகவு மற்றும் அனுபவமிக்க நிகழ்தகவு (2) புறநிலை நிகழ்தகவு மற்றும் அகநிலை நிகழ்தகவு (3) இறுதிநிலை, நிபந்தனை மற்றும் கூட்டு நிகழ்தகவுகள்.

இங்கே நாம் முதல் இரண்டு நிகழ்தகவுகளை மட்டுமே விளக்குகிறோம்.

#### (1) முதன்மை நிகழ்தகவு மற்றும் அனுபவமிக்க நிகழ்தகவு

வெளிப்புறக் காரணிகள் ஒரு பரிசோதனையைப் பற்றிய எந்தவொரு முடிவையும் அல்லது மாதிரி புள்ளிகளையும் பாதிப்பதில்லை. எனில், ஒவ்வொரு விளைவு அல்லது மாதிரி புள்ளி சமமாக நிகழும் வாய்ப்புள்ளது. ஒவ்வொரு மாதிரியான புள்ளிவிபரமும் சமமாக நிகழும் வாய்ப்புகள் இருப்பதால் இது முதன்மை அனுமானம் என அறியப்படுகிறது. (முதன்மை என்ற சொல் எதையாவது குறிக்கிறது. இது தனியான காரணம் என்று அறியப்படுகிறது). இந்த நிகழ்வில் நிகழ்த்தப்பட்ட நிகழ்வின் நிகழ்தகவு "முதன்மை நிகழ்தகவு" என அறியப்படுகிறது. எனவே, ஒரு நியமமான கோட்பாடுகளிலிருந்து துப்பறிவதன் வழியாக முதன்மை நிகழ்தகவு பெறப்படுகிறது. ஒரு முதன்மை நிகழ்தகவு என்பது பாரம்பரிய நிகழ்தகவு எனவும் அழைக்கப்படுகிறது. உதாரணத்திற்கு, ஒவ்வொரு மாதிரி புள்ளியும் சமமான அதிர்வெண்ணுடன் நிகழ்கிறது.  $E_1$  இருமுறை ஏற்படுகிறது மற்றும்  $E_2$  இருமுறை ஏற்படுகிறது, இதனால்  $E_1$  இன் நிகழ்தகவு:

$$P(E_1) = \frac{E_1}{E_1 + E_2} = \frac{1}{2}$$

மற்றும்,  $E_2$  இன் நிகழ்தகவு  $: P(E_2) = \frac{E_2}{E_1 + E_2} = \frac{1}{2}$

இந்த இரண்டும் ஒரு முதன்மை நிகழ்தகவு உதாரணங்கள். இத்தகைய நிகழ்தகவுகளை முன்னறிவிப்பதற்காக இரண்டு நாணயங்களை ஏராளமான

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

முறை சுண்ட வேண்டிய அவசியமில்லை. ஒரு முதன்மை நிகழ்தகவுகள் கணிதரீதியான சாத்தியக்கூறுகள் எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன, மேலும் ஒரு நாணயத்தின் அல்லது ஒரு பகடை உருட்டுதல் மூலம் வாய்ப்புக் கிடைப்பதற்கான விளையாட்டுகளுடன் தொடர்புடையதாக இருக்கின்றன. ஒரு நாணயம் சுண்டப்பட்டால், அது மேல்நோக்கிச் செல்லக்கூடிய நிகழ்தகவு  $\frac{1}{2}$  (அரை) ஆகும், ஏனெனில் இந்த நிகழ்வில் சாத்தியமுள்ள மாற்றுத் திறனானது இரண்டு மட்டுமே. இதேபோல், இந்த நிகழ்வில் சாத்தியமான மாற்று வழிமுறைகள் ஆறு மட்டுமே என்று அறிந்திருப்பதால் ஒரு பகடை ஒரு முறை உருட்டும் பொழுது ஒரு ஐந்து பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு  $\frac{1}{6}$  (ஒரு ஆறாவது).

அனுபவமிக்க நிகழ்தகவு (அல்லது புள்ளியியல் நிகழ்தகவு) ஒரு காலப்பகுதியில் உண்மையான அனுபவத்தை பதிவு செய்வதற்கும், ஒவ்வொரு நிகழ்வும் நிகழ்ந்த பொருட்களின் விகிதத்தை கணக்கிடுவதற்கும் அடிப்படையாக உள்ளது. அனுபவமிக்க நிகழ்தகவை இவ்வாறு வெளிப்படுத்தலாம்

நிகழ்வு E ல் உள்ள நிகழ்வுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

$$P(E) = \frac{\text{சோதனைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

உதாரணமாக, நாணயம் 200 முறை சுண்டப்பட்டால், இந்த பரிசோதனைப் படி 120 முறை தலை வரும் அனுபவமிக்க நிகழ்தகவு  $\frac{120}{200}$  அல்லது 0.6 க்கு சமமாக இருக்கும். 'நிகழ்வின் அனுபவ ரீதியான நிகழ்தகவு, நிகழ்வின் ஒப்பீட்டு அதிர்வெண்ணாக எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டால், குறிப்புகளின் எண்ணிக்கை மிக அதிகமாக இருக்கும்.' pN நிகழ்வுகளில் E நிகழ்வின் தொடர் நிகழ்வுகளில் மிக அதிக எண்ணிக்கையிலான N-ஐ எடுத்துக் கொள்வதன் மூலம் நிகழ்வு E இன் நிகழ்தகவு p என கூறப்படுகிறது. பெருமளவிலான எண்கள் மற்றும் புள்ளிவிவர ஒழுங்குமுறை சட்டங்களின் படி, இன்னும் கூடுதலான சோதனைகள், அனுபவமிக்க நிகழ்தகவை நெருக்கமாகவும் நகர்த்துவதற்கான வாய்ப்பாக இருக்கும். இறுதியாக ஒரு-முதன்மை அல்லது கணித நிகழ்தகவு சமமாக இருக்கலாம்.

(2) புறநிலை நிகழ்தகவு மற்றும் அகநிலை நிகழ்தகவு

திட்டவட்டமான வரலாற்றுத் தகவல், பொதுவான அனுபவம் (புறநிலை சான்றுகள்) அல்லது சில கடுமையான பகுப்பாய்வு ஆகியவற்றின் அடிப்படையில்தான் குறிக்கோள் நிகழ்தகவுகள் இருக்கின்றன, ஆனால் அகநிலை நிகழ்தகவுகளுக்கேற்ப அது தனிப்பட்ட அனுபவமாக உள்ளது, இது நிகழ்தகவு வேலையின் அடிப்படையாகிறது. இதை எடுத்துக்காட்டுடன் விளக்குகிறோம். ஒரு பெட்டியில் 5 கருப்பு மற்றும் 15 வெள்ளை பந்துகள் உள்ளது. பந்துகள் முழுமையாக கலந்திருந்தால் பின் ஒரு கருப்பு பந்தை எடுப்பதன்  $\frac{5}{20}$  மற்றும் ஒரு வெள்ளை பந்தை எடுப்பதன்  $\frac{15}{20}$  என்ற குறிக்கோள் நிகழ்தகவுகளை நாங்கள் ஒதுக்க வேண்டும். இதேபோல், பகடை அல்லது நாணயங்களை வீசி எடுப்பதில் பல்வேறு நிகழ்வுகளின் சாத்தியக்கூறுகள், புறநிலை சாத்தியக்கூறுகளின் எடுத்துக்காட்டுகள் என்பதால்

அவை பொதுவாக நம்பகமான புறநிலை ஆதாரங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டவை. ஆனால் ஒரு தொழிலதிபர் ஒரு புதிய தொழிற்சாலை வாங்கலாமா, இல்லையா என்பதைத் தீர்மானிக்க முயற்சிக்கும் ஒரு சூழ்நிலையை கற்பனை செய்து கொள்ளுங்கள், மேலும் தொழிற்சாலை வெற்றி என்பது அடுத்த நான்கு ஆண்டுகளில் ஒரு மந்தநிலையில் இல்லை என்பதைப் பொறுத்தது. ஒரு மந்தநிலை நிகழ்விற்கு ஒரு நிகழ்தகவு ஒதுக்கப்படுமானால், அது தொழிலதிபரின் தனிப்பட்ட அனுபவத்தின் அடிப்படையில் ஒரு அகநிலை எடையாக இருக்கும். இத்தகைய நிகழ்தகவு அகநிலை நிகழ்தகவுக்கான உதாரணமாகும். வணிகத்தின் முடிவெடுக்கும் நோக்கத்திற்காக அகநிலை நிகழ்தகவுகள் அடிக்கடி தேவைப்படுகின்றன மற்றும் குறிப்பாக நம்பகமான புறநிலை ஆதாரங்கள் எப்போதும் கிடைக்காத காரணத்தால் குறிப்பாக பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

குறிப்புகள்

### (3) இறுதிநிலை, நிபந்தனை மற்றும் கூட்டு நிகழ்தகவுகள்

இரு நிகழ்வுகளும் ஒரே நேரத்தில் நிகழ்வது கூட்டு நிகழ்தகவு வகையாகும். இறுதிநிலையில் நிகழ்தகவு நிகழ்வது ஒற்றை நிகழ்வு ஆகும். நிபந்தனை நிகழ்தகவு என்பது நிகழ்வின் நிகழ்தகவு B அல்லது ஏற்கனவே நிகழ்ந்த நிகழ்தகவு A நிகழ்வின் நிபந்தனை எனப்படுகிறது. இது  $P(A|B)$  எனக் குறிக்கப்படுகிறது. கூட்டு நிகழ்தகவு நிபந்தனை நிகழ்தகவு அல்ல. நிபந்தனை நிகழ்தகவு ஒரு நிகழ்வு நடந்துள்ளது அல்லது நடக்கும் அல்லது மற்றவற்றிற்கும்(A, கொடுக்கப்பட்ட B) வாய்ப்பு உள்ளது என்பதை குறிக்கிறது. கூட்டு நிகழ்தகவு இத்தகைய நிலைமைகளை கொண்டிருக்கவில்லை, அது நிகழும் இரண்டு (A மற்றும் B) வாய்ப்புகளை சாதாரணமாக கொண்டுள்ளது.

## 7.4 வரிசைமாற்றம் மற்றும் சேர்க்கை

ஒவ்வொரு மாணவருக்கும் புள்ளியியல் மற்றும் அளவு நுட்பங்கள், இயற்கணித பகுதியை உருவாக்குகின்ற வரிசைமாற்றங்கள் மற்றும் சேர்க்கைப் பற்றிய அறிவு மிகவும் அவசியமானது. இந்த அடிப்படையில் இரண்டு கருத்துக்கள் இங்கே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

### 7.4.1 வரிசைமாற்றம்

ஒரு குறிப்பிட்ட வரிசையில் பல பொருள்கள் அமைக்கப்படக்கூடிய வெவ்வேறு வழிகளை வரிசைமாற்றம் குறிப்பிடுகின்றன. உதாரணமாக, இரண்டு பொருள்கள் x மற்றும் y உள்ளன. அவைகள் இரண்டு வெவ்வேறு வழிகளில் ஏற்பாடு செய்யலாம், அதாவது, xy மற்றும் yx. இந்த இரண்டு ஏற்பாடுகள் வரிசைமாற்றம் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. அதேபோல், x, y, z ஆகிய மூன்று பொருள்கள் இருந்தால், அவை அனைத்தும் பின்வரும் வழிகளில் ஏற்பாடு செய்யப்படும்:

xyz; xzy; yxz; yzx; zxy; zyx

இந்த ஆறு ஏற்பாடுகளே, கொடுக்கப்பட்ட வழக்கில் தொடர்பான வரிசைமாற்றம் ஆகும். ஆனால் நம் ஏற்பாட்டில் மூன்று பொருள்களைக் கொண்டு இரண்டு பொருள்களை மட்டுமே நாம் பெற வேண்டுமென்றால், பின்வரும் ஏற்பாடுகளைச் செய்ய முடியும்:

$$xy \cdot xz \cdot zy$$

$$yx \cdot zx \cdot yz$$

குறிப்புகள்

இந்த ஆறு ஏற்பாடுகள் இந்த வரிசைமாற்றம் வழக்கில் உள்ள தொடர்பைக் குறிப்பிடுகின்றன.

ஏற்பாடுகள் என்பது பல அல்லது சிலவற்றை எடுத்துக்கொள்வதன் மூலம் செய்யக்கூடியது, என்று வரிசைமாற்றம் குறிப்பிடுகிறது.

வரிசைமாற்றங்கள் பற்றிய சூத்திரங்கள்

(1) ஒரு நேரத்தில்  $r$  எடுத்த பல்வேறு பொருட்கள் பற்றிய  $N$ -இன் வரிசைமாற்ற சூத்திரம்:

$$\text{வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கை} = {}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

இங்கே,  $n$  = கொடுக்கப்பட்ட பல்வேறு பொருட்களின் எண்ணிக்கை.

$r$  = கொடுக்கப்பட்ட பல்வேறு பொருட்களை ஒரு நேரத்தில் எடுத்த வெவ்வேறு பொருட்களின் எண்ணிக்கை.

$n!$  'n தொடர் பெருக்கம்' என்று எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது, அது 1, 2, 3, 4, ... n இன் பெருக்குத்தொடர்.

குறிப்பு: 0! 'பூஜ்ய தொடர் பெருக்கம்' என எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது மற்றும் எப்போதும் 1 க்கு சமமாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 7.1: JAIPUR என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்தி எத்தனை நான்கு எழுத்து வார்த்தைகளை உருவாக்கலாம்?

தீர்வு:

$$\text{முதலில்} \quad n=6$$

$$\text{மற்றும்} \quad r=4$$

$$\text{வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கை, } n_p = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!}$$

$$\frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 360$$

இவ்வாறு JAIPUR என்ற வார்த்தையின் எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்தி 360 வழிகளில் நான்கு எழுத்து வார்த்தைகள் செய்யப்படலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7.2: ஒரே சமயத்தில் PROBABILITY என்ற வார்த்தையில் உள்ள எத்தனை எழுத்துக்களில் வரிசைமாற்றங்கள் சாத்தியமாகும்?

தீர்வு

$$\text{முதலில்,} \quad n=11$$

$$\text{மற்றும்} \quad p=2 \text{ (ஒரு வார்த்தையில் B என்ற எழுத்து இருமுறை கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.)}$$

$q=2$  (ஒரு வார்த்தையில் I என்ற எழுத்து இருமுறை கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட வார்த்தையிலுள்ள மற்ற அனைத்து எழுத்துகளும் வேறுபட்டவை.

தேவையான வரிசைமாற்றங்கள்

$$= \frac{11!}{2!2!}$$

$$= \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 2 \times 1} = 9979200$$

#### 7.4.2 சேர்க்கை

சேர்க்கை என்பது வரிசைகளை பொருட்படுத்தாமல் பொருள்களின் குழுவினரால் உருவாக்கப்படும் ஏற்பாடுகளின் எண்ணிக்கை என்று கூறப்படுகிறது. சேர்க்கைகள் இவற்றிலிருந்து வேறுபடுகின்றன. உதாரணமாக ஒரு சேர்க்கையைப் பொறுத்தவரை, வரிசைமாற்றங்களை வரிசைப்படுத்தி பல வரிசைமாற்றங்களின் வடிவத்தில் XYZ குறிப்பிடலாம்:

$$xyz; xzy; yxz; yzx; zxy; zyx$$

இவை அனைத்தும் ஒரு சேர்க்கை, ஆனால் அவற்றில் ஆறு வரிசைமாற்றங்கள் உள்ளன.  $n$  வெவ்வேறு காரணிகளின் சேர்மானம்  $n!$  உருவாக்கும் என்பதால், எந்தவொரு சூழ்நிலையிலும் சேர்க்கப்பட்ட எண்ணிக்கையை விட அதிகமான எண்ணிக்கையிலான வரிசைமாற்றங்கள் இருக்கின்றன.

ஒரு நேரத்தில் எடுத்துக் கொள்ளப்படும்  $n$  பல்வேறு பொருள்களின் சேர்க்கை கீழ்க்கண்ட விதியில் தரப்பட்டுள்ளது:

$$\text{சேர்க்கைகளின் எண்ணிக்கை} = {}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

இங்கே,  $n$  = கொடுக்கப்பட்ட பல்வேறு பொருட்களின் எண்ணிக்கை.

$r$  = கொடுக்கப்பட்ட பல்வேறு பொருட்களில் ஒரு நேரத்தில் எடுக்கப்பட்ட பல்வேறு பொருட்களின் எண்ணிக்கை.

உதாரணம் 7.3: எத்தனை வழிகளில் ஏழு பேர்களிருந்து நான்கு பேர் தேர்வு செய்யப்படலாம்?

தீர்வு:

முதலில்,  $n=7$

மற்றும்  $r=4$

$$\begin{aligned} \text{சேர்க்கைகளின் எண்ணிக்கை} &= {}^n C_r = {}^7 C_4 = \frac{7!}{(7-4)!4!} = \frac{7!}{3!4!} \\ &= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 35 \end{aligned}$$

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

இவ்வாறு ஏழு பேரில் நான்கு பேர் 35 வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுவார்கள். சில மற்ற விதிகள்

(a) ஒரு செயல்பாட்டினை  $x$  வழிகளில் செய்யலாம் மற்றும் இந்த வழிகளில் ஒன்றினை செய்யலாம் எனில், இரண்டாவது செயல்பாட்டினை  $y$  வழிகளில் செய்யலாம், இந்த இரண்டு செயல்பாடுகளை செயல்படுத்தும் எண்ணிக்கை  $xy$ . இந்த விதியை இரண்டு பேருக்கு மேல் செய்யக்கூடிய வழிகளில் நீட்டிக்க முடியும்.

உதாரணம் 7.4: ஜெய்ப்பூரிலிருந்து ஆக்ரா வரை ஐந்து வெவ்வேறு வழிகள் உள்ளன. எத்தனை வழிகளில் ஒரு மனிதன் ஜெய்ப்பூரிலிருந்து ஆக்ராவுிற்கு ஒரு வழியில் சென்று வேறு வழியில் திரும்ப முடியும்?

தீர்வு: ஜெய்ப்பூரிலிருந்து ஆக்ராவுக்கு ஐந்து வழிகளில் மனிதன் செல்ல முடியும். ஆனால் அவர் திரும்பி வருகையில் அவர் ஜெய்ப்பூருக்கு நான்கு வழிகளில் வரலாம், அவர் ஆக்ராவுிற்குச் செல்லும் வழியை பின்பற்ற முடியாது. இவ்வாறு செல்லப்படும் வழிகளில் பயணம் செய்வதற்கான வழிகளின் எண்ணிக்கை  $5 \times 4 = 20$

(b)  $x+y+z$  என்பது மூன்று குழுக்களாக பிரிக்கப்படக்கூடிய வழிகளின் எண்ணிக்கை

$x, y, z$  ஆகியவற்றைக் கொண்டுள்ளன,

$$= \frac{(x+y+z)!}{x!y!z!}$$

உதாரணம் 7.5: 2, 3 மற்றும் 5 புத்தகங்கள் மட்டுமே வைக்கப்படும் தனித்தனியான 3 அலமாரிகளில், 10 புத்தகங்களை எத்தனை வழிகளில் வைக்கலாம்.?

தீர்வு: பத்து புத்தகங்கள் வைக்கப்பட வேண்டிய மூன்று அலமாரிகளும் உள்ளன. இதன் குழுக்கள் 2, 3 மற்றும் 5 புத்தகங்கள் இருக்கும். இது பின்வருமாறு செய்யப்படலாம்,

$$\frac{(2+3+5)!}{2!3!5!} = \frac{10!}{2!3!5!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 2520$$

மேலே கூறப்பட்டபடி, 10 புத்தகங்களை 2520 வழிகளில் மூன்று அலமாரிகளில் வைக்கலாம்.

உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறிக

1. நிகழ்தகவு வரையறு.
2. எந்த சூழ்நிலையில் ஒருவருக்கு நிகழ்தகவு கோட்பாடு அவசியம் தேவை?
3. மாதிரி இடம், மாதிரி புள்ளிகள் மற்றும் நிகழ்வுகள் பற்றி தெரிந்தவற்றைக் கூறுக?
4. பல்வேறு வகையான சாத்தியக்கூறுகள் என்ன?
5. ஒரு முதன்மை மற்றும் அனுபவமிக்க நிகழ்தகவுகளுக்கிடையிலான வேறுபாடு என்ன?

## 7.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்

குறிப்புகள்

1. நிகழ்தகவு ஒரு மிகப்பெரிய எண்ணிக்கையிலான முறைகளை மீண்டும் நிகழ்த்தியிருந்தால், ஒரு குறிப்பிட்ட விளைவு நேரங்களின் சதவீதமாக வரையறுக்கப்படுகிறது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், நிகழ்வின் நிகழ்தகவானது, நிகழ்வின் எண்ணிக்கை எத்தனை முறை நிகழும் என கணக்கிடப்படுகிறது. மற்றும் அனைத்து பிற நிகழ்வுகளும் ஏற்படலாம். நிகழ்தகவு பொதுவாக P என்ற குறியீட்டால் குறிப்பிடப்படுகிறது.
2. வியாபாரத்தில் அல்லது தொழிற்துறையில் ஈடுபட்டுள்ள ஒரு சூழலில் நிகழ்தகவு கோட்பாடு தேவைப்படுகிறது.
3. ஒரு மாதிரி இடம் என்பது நிலைத்திருக்கக்கூடிய சூழ்நிலைக்கான முழுமையான விளைவுகளின் தொகுப்பு ஆகும், ஒரு மாதிரி இடத்தில் ஒரு தொகுதியில் உள்ள உறுப்பு ஒரு மாதிரி புள்ளி என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஒரு குறிப்பிட்ட துணைக்குழு, ஒரு மாதிரி இடத்தின் பரிசோதனை நிகழ்விற்கான அறிக்கையை குறிக்கிறது.
4. பலவிதமான சாத்தியக்கூறுகள்:
  - (a) ஒரு முதன்மை நிகழ்தகவு மற்றும் அனுபவமிக்க நிகழ்தகவு
  - (b) குறிக்கோள் நிகழ்தகவு மற்றும் அகநிலை நிகழ்தகவு
  - (c) இறுதிநிலை, நிபந்தனை மற்றும் கூட்டு நிகழ்தகவுகள்
5. ஒரு பரிசோதனையைப் பற்றிய ஏதாவது ஒரு முடிவு அல்லது மாதிரி புள்ளிகள் வெளிப்புற காரணிகளால் பாதிக்கப்படாமல் இருக்கும் வரை, ஒவ்வொரு விளைவு அல்லது மாதிரி புள்ளிகள் சமமாக ஏற்படும். ஒவ்வொரு மாதிரியான புள்ளிவிபரமும் சமமாக நிகழக்கூடியதாக இருப்பதால், இது ஒரு முதன்மை அனுமானம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இந்த அனுமானத்தில் நிகழும் ஒரு நிகழ்வின் நிகழ்தகவு ஒரு முதன்மை நிகழ்தகவு எனப்படுகிறது. மறுபுறம், அனுபவமிக்க நிகழ்தகவு ஒவ்வொரு காலப்பகுதியிலுமுள்ள உண்மையான அனுபவத்தை பதிவு செய்வதற்கும், ஒவ்வொரு நிகழ்வும் நிகழ்ந்த பொருட்களின் விகிதத்தை கணக்கிடுவதற்கும் அடிப்படையாக உள்ளது.

## 7.6 சுருக்கம்

- முடிவெடுக்கும் செயல்முறைகளில், நிகழ்தகவு கணிதக் கோட்பாடு ஒரு முக்கியமான மற்றும் அடிப்படை கருவியாகக் கருதப்படுகிறது மற்றும் ஒரு பரிசோதனையின் முடிவை மதிப்பிடுவதற்கு முடிவெடுப்பவர்களால் பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- நிகழ்தகவு என்பது ஒரு நிகழ்வின் நிகழ்தகவு எவ்வாறு நிகழக்கூடியது அல்லது வேறு வகையில், சீரற்ற பரிசோதனையின் விளைவுகளின் அதிர்வெண்களை மதிப்பீடு செய்ய பயன்படுத்தலாம், இது எப்போதும் பூஜ்ஜியத்தை விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும்.



- வரம்புகள் மற்றும் சேர்க்கைகள் விவாதிக்கப்படுகிறது மற்றும் நிகழ்தகவை கணக்கிட பகுப்பாய்வு செய்யப்படுகின்றன.
- முடிவெடுப்பவர்கள் தங்கள் முடிவுகள் எப்படி சாத்தியம் ஆகும் என்ற நிச்சயமற்ற நிலையில், நிஜ வாழ்க்கையில் பல்வேறு வர்த்தக முடிவுகளை சூழ்நிலைகளின் கிழ் எடுக்கின்றனர்.
- கணிதவியல் நிகழ்தகவு கோட்பாடு ஒரு முக்கிய கருவியாக முடிவெடுப்பவர்களுக்கு பெரும் உதவியாக இருக்கும்.

### 7.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்:

- நிகழ்வு: இது ஒரு விளைவு அல்லது ஒரு செயலின் விளைவு அல்லது ஒரு சோதனை முடிவுகளின் விளைவு ஆகும்.
- மாதிரி இடம்: இது ஒரு சாத்தியமான அனைத்து நிகழ்வுகளின் அல்லது ஒரு பரிசோதனை விளைவுகளின் தொகுப்பாகும்.
- அனுபவமிக்க நிகழ்தகவு: அனுபவ நிகழ்தகவு (அல்லது புள்ளியியல் நிகழ்தகவு) ஒரு காலப்பகுதியில் உண்மையான அனுபவத்தை பதிவு செய்வதற்கும் ஒவ்வொரு நிகழ்வின் உருப்படிகளின் விகிதத்தை கணக்கிடுவதற்கும் அடிப்படையாக உள்ளது.

### 7.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்

#### குறு விடை வினாக்கள்

1. நிகழ்தகவு பற்றிய கருத்து யாது?
2. நிகழ்தகவு முக்கிய கோட்பாடுகள் யாவை? சுருக்கமாக தெரிவிக்க?
3. புறநிலை மற்றும் அகநிலை நிகழ்தகவுகளுக்கு இடையில் உள்ள வேறுபாடுகள் யாவை?
4. எடுத்துக்காட்டு உதவியுடன் வரிசைமாற்றம் மற்றும் சேர்க்கைகளை வேறுபடுத்துக.

#### நெடு விடை வினாக்கள்

1. நிகழ்தகவு என்ற சொல்லில் இருந்து நீங்கள் என்ன புரிந்துகொண்டீர்கள்? நிகழ்தகவின் கூடுதல் தேற்றம் பற்றி நிரூபிக்க.
2. (a) ஒரு முதன்மை மற்றும் அனுபவமிக்க நிகழ்தகவு மற்றும் (b) குறிக்கோள் மற்றும் அகநிலை நிகழ்தகவு ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடுகளை கூறுக.
3. நிகழ்தகவு கோட்பாட்டின் சூழலில் மாதிரி இடம், மாதிரி புள்ளிகள் மற்றும் நிகழ்வுகளின் கருத்துகளை வரையறுக்கவும்.

### 7.9 மேலும் படிக்க

தாஹா, H.A. 2006. செயல்பாடுகளின் ஆராய்ச்சி: ஒரு அறிமுகம், 8வது பதிப்பு. புதுடில்லி: ப்ரிண்ட்ஸ்-ஹால் இந்தியா.

ஜென்சன், பவுல் A., மற்றும் ஜொனாதன் F. பார்ட் 2003. செயல்பாடுகளின் ஆராய்ச்சி மாதிரிகள் மற்றும் முறைகள். நியூயார்க்: ஜான் வில்லி & சன்ஸ்.

குப்தா, P.K., மற்றும் D.S. ஹிரா. 2002. செயல்பாடுகளின் ஆராய்ச்சி அறிமுகம். புதுடில்லி: S. சந்த் & கோ.

கோத்தாரி, C.R. 1982. செயல்பாடுகளின் ஆராய்ச்சி அறிமுகம். புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

கலாவதி, S, 2013. செயல்பாடுகளின் ஆராய்ச்சி 4வது பதிப்பு. புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

நிகழ்தகவு கோட்பாடு

குறிப்புகள்

## அலகு 8 தத்துவார்த்த நிகழ்தகவு வழங்கல்கள்

குறிப்புகள்

### அமைப்பு

- 8.0 அறிமுகம்
- 8.1 நோக்கங்கள்
- 8.2 கருத்து மற்றும் நிகழ்தகவு நிகழ்வுகள்
  - 8.2.1 எளிய நிகழ்வுகளின் வழக்கு
  - 8.2.2 பரஸ்பர பிரத்யேக நிகழ்வுகளின் வழக்கு
  - 8.2.3 கூட்டு நிகழ்வுகளின் வழக்கு
- 8.3 நிகழ்தகவு வழங்கல்களின் வகைகள்
  - 8.3.1 ஈருறுப்பு வழங்கல்கள்
  - 8.3.2 பாய்ஸான் வழங்கல்கள்
  - 8.3.3 சாதாரண வழங்கல்கள்
- 8.4 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 8.5 சுருக்கம்
- 8.6 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 8.7 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 8.8 மேலும் படிக்க

### 8.0 அறிமுகம்

ஈருறுப்புப் பரவல் வரையறுக்கப்பட்ட மாதிரி கணக்குகளில் ஒவ்வொரு ஆய்வுக்கும் இரண்டு சாத்தியமான ('வெற்றி' அல்லது 'தோல்வி') விளைவுகளுக்காக பயன்படுத்தப்படுகிறது. பாய்ஸன் பரவல் ஒரு உருவகப்படுத்தப்பட்ட விகிதங்களுக்காக பயன்படுத்தப்படுகிறது. அடுக்குத்தொடர் பரவல் ஒரு நிலையான செயலிழப்பு விகிதம் கொண்ட அலகுகளை விவரிக்க பயன்படுத்தப்படுகிறது. 'சாதாரண விநியோகம்' என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட வழிமுறையை குறிக்கிறது, இது ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பைக் கொண்டிருக்கும் போது, மதிப்புகளின் வரம்பில் பரவலாகப் பரவியிருக்கும்.

### 8.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகை நீங்கள் படித்து முடித்த பின்பு உங்களால்,

- நிகழ்வுகளின் கருத்து மற்றும் நிகழ்தகவு பற்றி விவாதிக்க முடியும்.
- நிகழ்தகவு பகிர்வு வகைகளை விளக்க முடியும்.
- பெர்னோலி செயல்முறையின் அடிப்படையில் ஈருறுப்பு முறையை விளக்க முடியும்.
- பாய்ஸான் பரவலை விவரிக்க முடியும்.
- பாய்ஸான் பரவலை தோராயமாக மதிப்பிடுவதன் மூலம் ஈருறுப்புப் பரவலை ஆய்வு செய்ய முடியும்.

- இயல்பான பரவல் குடும்பத்தின் அடிப்படை கோட்பாடு மற்றும் சிறப்பியல்புகளை விளக்க முடியும்.

குறிப்புகள்

## 8.2 கருத்து மற்றும் நிகழ்வுகளின் நிகழ்தகவு

நிகழ்தகவு கணக்கிடுவதற்கான வழிமுறைகள் பின்வருமாறு

### 8.2.1 எளிய நிகழ்வுகளின் வழக்கு

எளிய நிகழ்வுகள் ஒற்றை நிகழ்வுகளாக அறியப்படுகின்றன. இத்தகைய சம்பவங்களில் நிகழும் நிகழ்தகவு கொள்கையில் ஒரு நிகழ்வு A வழிகளில் நடக்கும் மற்றும் B வழிகளில் நடக்கத் தவறிவிட்டால், இந்த வழிகள் சமமாக அமையும், மேலும் அவை ஒன்றுக்கு மேற்பட்டவையாக

நிகழக்கூடாது, நிகழ்வின் நிகழ்தகவு நடந்தது எனில்  $\frac{a}{(a+b)}$  மற்றும்

நிகழ்வின் நிகழ்தகவு நடக்கத் தவறிவிட்டால்.  $\frac{b}{(a+b)}$  நிகழ்வின் நிகழ்தகவு நடந்தது

மற்றும் நடக்க தவறியதற்கான நிகழ்தகவின் கூட்டுத்தொகை எப்போதும்

ஒன்றுக்குச் சமம். ஒரு நிகழ்வின் நிகழும் நிகழ்தகவு  $\frac{a}{(a+b)}$

எனக் கொடுக்கப்பட்டால், அது நடக்காதற்கான சாத்தியக்கூறு எளிதானது

$1 = \frac{a}{(a+b)}$  எனவும், அவை  $\frac{b}{(a+b)}$  க்கு சமமாகவும் இருக்கும்.

சாதகமான வழிகளில் நிகழக்கூடிய சாத்தியக்கூறுகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் நிகழும் நிகழ்வுகளின் மொத்த எண்ணிக்கையை என்களால் அல்லது எளிமையான விதிகளின் உதவியால் கணக்கிட முடியும். (இந்த அலகு 5.6-இல் வரிசைமாற்றம் மற்றும் சேர்க்கைகள் பற்றி விவாதிக்கப்பட்டுள்ளன), அதன் பிறகு ஒரு நிகழ்வு நடப்பதற்கான நிகழ்தகவை, ஒரு நிகழ்வு நிகழக்கூடிய மொத்த வழிகளின் எண்ணிக்கையால் சாதகமான வழிகளை வகுப்பதன் மூலம் எளிதில் கணக்கிடலாம்.

எனவே,

சாதகமான வழிகளின் எண்ணிக்கை

ஒரு நிகழ்வின் நிகழ்தகவு, =  $\frac{\text{சாதகமான வழிகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{ஒரு நிகழ்வு நடக்கும் மொத்த வழிகளின் எண்ணிக்கை}}$

உதாரணம் 8.1: ஒரு அட்டை சீரற்றதாக வரையப்பட்டால் நிகழ்தகவு கண்டறியலாம் ஒரு சாதாரண பொதியானது நீதிமன்ற அட்டைகளில் ஒன்றாகும்.

தீர்வு: ஒரு சாதாரண கட்டுகளில் 52 அட்டைகள் உள்ளன எனில், ஒரு அட்டையைப் பெறும் வழிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை = 52.

நான்கு வண்ணங்களில் ஒவ்வொன்றிலும் அரசன், ராணி மற்றும் ஜாக் என்பன நீதிமன்ற அட்டைகளில் சேர்க்கப்படுவதால் சாதகமான வழிகள் = 12.

$$\text{எனவே, தேவையான நிகழ்தகவு} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

குறிப்பு: சில நேரங்களில் கொடுக்கப்பட்ட தகவல்களுக்கு நிகழ்தகவு சாதகமாக அல்லது முரண்பாடாக இருக்கலாம். நிகழ்வின் முரண்பாடுகள் A-லிருந்து B-க்கு (அல்லது B- லிருந்து A- க்கு எதிராக முரண்பாடுகள்) அமையும்.

$$\text{எனவே ஒரு நிகழ்வின் நிகழ்தகவு} = \frac{a}{(a+b)}$$

உதாரணம் 8.2: A சிக்கலுக்கு தீர்வு காண்பதற்கு சாதகமான நிலைகள் 6:8. ஆகவே, A இன் சிக்கல் தீர்க்கும் நிகழ்தகவு காண்க.

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட தகவல்படி, 14 முறை, 6 முறை, 8 முறைகளில் இந்த பிரச்சனை தீர்ந்து விட்டால் அல்லது தீர்வு காண தவறினால் சிக்கல் ஏற்படும். எனவே, இதற்கு தீர்வு காண்பதற்கான

$$\text{வாய்ப்பு} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

### 8.2.2 பரஸ்பர பிரத்யேக நிகழ்வுகளின் வழக்கு

எந்த ஒரு சந்தர்ப்பத்திலும் இரண்டு நிகழ்வுகள் நிகழாவிட்டால், நிகழ்வுகள் பரஸ்பர நிகழ்வுகளாக அறியப்படுகின்றன. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், நிகழ்வுகள் ஒரு விசாரணையில் நிகழ்ந்தால் மட்டுமே பரஸ்பரம் இருக்கும் என்று கூறப்படுகிறது. நிகழ்வுகளின் கொடுக்கப்பட்ட சேகரிப்பில் குறைந்தபட்சம் ஒன்று நிகழும் நிகழ்தகவை பெற இந்த நிகழ்வுகளின் நிகழ்தகவுகள் சேர்க்கப்பட வேண்டும். இது நிகழ்தகவு கூடுதல் விதி என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஒரு நிகழ்வு ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட வழியில் நடக்கக்கூடியது என்றால், அனைத்து வழிகளும் பரவலாக இருப்பதால் அதன் நடப்பிலுள்ள நிகழ்தகவு பல வழிகளில் நிகழும் நிகழ்தகவுகளின் தொகை ஆகும். தொகுப்பு கோட்பாட்டின் அடிப்படையில் நாம் இந்த நிகழ்தகவு உறவை கீழ்க்கண்டவாறு கூறலாம்:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

நிகழ்வுகள் A, B மற்றும் C ஆகியவற்றுடன் ஒன்றிணைக்கப்படுகின்றன, அதாவது A, B மற்றும் C எந்த இடத்திலும் ஒன்றிணைவதில்லை. ஆனால்

குறிப்புகள்

அவைகள் சந்தித்தால் (அந்த நிகழ்வில் A, B மற்றும் C ஆகியவை ஒன்றோடொன்று இல்லை) பின்னர் நிகழ்தகவு உறவு திருத்தப்பட வேண்டும்.

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) \\ &= -P(A \cap B) - P(A \cap C) \\ &= -P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

குறிப்புகள்

உதாரணம் 8.3: ஒரு சாதாரண தாயம் கொண்டு 4-க்கும் மேற்பட்ட எண்ணை எறிவதற்கான வாய்ப்பு கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

தீர்வு: ஒரு சாதாரண தாயம் 1 முதல் 6 வரை குறிக்கப்பட்ட ஆறு முகங்களைக் கொண்டது. நான்குக்கும் மேற்பட்ட எண்கள் 5 அல்லது 6 ஆக இருக்கலாம். இந்த எண்களை தூக்கி எறிந்துவிட்டால், நாம் 6 முறை தூக்கி எறிந்துவிட முடியாது. அதே நேரத்தில், ஒரு தாயம் ஐந்து எறிந்து நிகழ்தகவு 1/6 உள்ளது மற்றும் ஒரு ஒற்றை தாயம் கொண்ட ஆறு எறிந்து நிகழ்தகவு 1/6 ஆகும். எனவே, தேவை 5 அல்லது 6 எறியும் நிகழ்தகவு (எ.கா., நான்கு விட பெரியது) ஒரு ஒற்றை தாயம் கொண்டது.

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

உதாரணம் 8.4: 17 அட்டைகளை கொண்ட தொகுப்பில் 1, 2, . . . 17, என எண்ணிடப்பட்டுள்ளது. 17 என்ற ஒன்று சீரற்ற முறையில் வரையப்பட்டுள்ளது. 3 அல்லது 7 ஆல் வகுக்கக்கூடிய ஒரு எண்ணைக் கொண்டிருக்கும் அட்டையின் நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு: இந்த எடுத்துக்காட்டில் மூன்று ஆல் வகுபடும் எண்கள் 3, 6, 9, 12, 15 மற்றும் ஏழால் வகுக்கப்படும் எண்கள் 7 மற்றும் 14 மட்டுமே உள்ளன. சீரற்ற முறையில் வரையப்பட்ட அட்டை இந்த எண்களில் ஏதேனும் (பரஸ்பர பிரத்தியேகமானவையாக இருக்கலாம்) ஒவ்வொரு எண்களின் நிகழ்தகவு 1/17 ஆகும். எனவே, அட்டையில் வரையப்பட்டிருக்கும் நிகழ்தகவு 3 அல்லது 7 ஆல் வகுக்கக்கூடிய எண்களை கொண்டிருக்கும்,

$$= \frac{1}{17} + \frac{1}{17} + \frac{1}{17} + \frac{1}{17} + \frac{1}{17} + \frac{1}{17} + \frac{1}{17} = \frac{1}{17}$$

### 8.2.3 கூட்டு நிகழ்வுகளின் வழக்கு

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்வுகள் ஒன்றிணைந்தால் அவற்றின் கூட்டு நிகழ்வு கலவை நிகழ்வு என்று அழைக்கப்படுகிறது. இரண்டு நிகழ்வுகள் ஒன்றாக நிகழும் பொழுது ஒரு கலவை நிகழ்வை உள்ளடக்கி இருக்கும். அவை சுயதினமாகவும் அல்லது சார்ந்தும் இருக்கலாம். இரண்டு நிகழ்வுகள் சுயதினமானவை (புள்ளியியல் ரீதியாக) ஒரு நிகழ்வின் இரண்டாவது நிகழ்வானது அந்த நிகழ்தகவை பாதிக்காது. மறுபுறம் ஒரு நிகழ்வானது இரண்டாவது நிகழ்வின் நிகழ்தகவை பாதிக்கும்போது, இரண்டு நிகழ்வுகளும் சார்ந்து இருக்கும் என்று கூறப்படுகிறது. உதாரணமாக ஒரு பையில் 10 பந்துகள் இருந்தால், ஒரு பந்து வரையப்படும் பொழுது

அது மீண்டும் மாற்றப்படாது, பின்னர் இரண்டாவது பந்து வரையப்பட்டால், இரண்டாவது பந்தானது முதன்மை பந்தையே சார்ந்து இருக்கும். ஆனால் பந்தை எடுத்துக் கொண்டால், இரண்டாவது பந்தானது முதல் சுதந்திரமாக எடுத்துக்கொள்ளப்படும். உதாரணமாக சார்பு நிகழ்வுகள் மற்றொரு பரஸ்பர நிகழ்வுகளை ஈடுபடுத்துகிறது. நிகழ்ச்சிகள் A மற்றும் B ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று சார்ந்தவையாக இருக்கிறது. அந்த நிகழ்வில் B நிகழ்தகவு பூச்சியமாக இருக்க வேண்டும் என்பதால் இரண்டுமே ஒரே நேரத்தில் நடக்க முடியாது.

சுதந்திர நிகழ்வுகள் வழக்கில் நிகழ்தகவு கொள்கை. இரண்டு (அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட) நிகழ்வுகள் சுயாதீனமாக இரு நிகழ்தகவு (அல்லது இரண்டு நிகழ்வுகளுக்கு மேலாக) நிகழ்கின்றன அல்லது தொடர்ச்சியாக நிகழும் வாய்ப்புகள் தனித்தனியாக நடக்கும் என்று கூறப்படுகிறது சுதந்திர புள்ளிவிவர அடிப்படையில் வரையறுக்க சில நேரங்களில் சின்னங்கள் தேவைப்படுகின்றன.

$$P(A \cap B) \text{ or } P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

இந்த சமன்பாடு A மற்றும் B ஆகிய இரண்டிலும் நிகழ்தகவு A, B இன் நிகழ்தகவு, A மற்றும் B சுயாதீன நிகழ்வுகள் ஒரு முறைக்கு சமம் என்பதைக் காட்டுகிறது. A மற்றும் B ஆகிய இரண்டு நிகழ்வுகளின் நிகழ்தகவு, அதாவது

$P(AB) \text{ or } P(A \cap B)$  ஆகிய நிகழ்வுகள் A மற்றும் B ஆகியவற்றின் கூட்டு நிகழ்தகவு என்றும் அறியப்படுகிறது. இது போன்ற வழக்கில் பொருந்தும் நிகழ்தகவு பற்றிய விதி நிகழ்தகவு தேற்றம் என அறியப்படுகிறது.

சார்பற்ற புள்ளியலை வரையறுக்க சில நேரங்களில் குறியீடுகள் தேவைப்படுகிறது:

$$P(B / A)$$

இந்த அறிகுறி 'நிகழ்தகவு B நிகழ்வை ஏற்படுத்திவிட்டது' என்று கூறப்படுகிறது. A நிகழ்வை நிகழ்த்திய B இன் நிகழ்வு நிபந்தனை நிகழ்தகவை இது குறிக்கிறது. சார்பற்ற நிகழ்வுகள்:

$$P(B / A) = P(B)$$

மற்றும் இதேபோல்,

$$P(A / B) = P(A)$$

இவ்வாறு இரண்டு நிகழ்வுகள் நிகழ்ந்தால், ஒரு நிகழ்வின் நிகழ்வானது இரண்டாவது நிகழ்வின் நிகழ்தகவை பாதிக்காது.

சார்பு நிகழ்வுகளின் வழக்கில் நிகழ்தகவு கொள்கைகள். சார்பு நிகழ்வுகள் வழக்கில் உள்ள நிகழ்தகவு கொள்கைகள் சுயாதீன நிகழ்வுகள் வழக்கில் உள்ளது. ஒரு நிகழ்வின் நிகழ்தகவு P(A) என்றால் நிகழ்தகவு A மற்றும் P(B/A) நிகழ்தலின் நிகழ்தகவு B ஆனது A நிகழ்தகவு மற்றும் B நிகழ்தகவு இரண்டும் ஒன்றாக நிகழ்ந்தது கீழே உள்ளது:

குறிப்புகள்

இது A மற்றும் B இன் கூட்டு நிகழ்தகவு B இன் நிபந்தனைத்திறன் நிகழ்தகவுக்கு சமமாக இருக்கும் எனக் குறிப்பிடுகிறது.

இதேபோல் எழுதலாம்:

குறிப்புகள்

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A)$$

இந்த கட்டத்தில் நாம் இப்போது குறு நிகழ்வின் கருத்தை அறிமுகப்படுத்துவதால் இவை நிபந்தனையற்ற நிகழ்தகவு என்று அறியப்படுகிறது. ஒரு நிகழ்தகவு மற்றொரு நிகழ்வின் நிகழ்தகவை நிபந்தனையற்றதாக குறிக்கிறது. உதாரணமாக P(A) மற்றும் P(B) என்பது குறுகலான நிகழ்தகவுக்கான எடுத்துக்காட்டுகள் ஆகும். ஒரு குறுக்கீடு என்ற சொல்லின் அர்த்தம், ஒரு கூட்டிணைவு நிகழ்தகவு அட்டவணியின் விளிம்புகளில் காணப்படுவது போன்ற (குறுகலான) நிகழ்தகவுகளாக உள்ளன.

நிபந்தனையற்ற குறு மற்றும் கூட்டு நிகழ்தகவுகளுக்கிடையிலான உறவு கீழே குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது:

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

இங்கு,  $P(B/A) = B$  இன் நிகழ்தகவு A இன் நிகழ்தகவை நடத்தியது.

$P(AB) =$  நிகழும் A-யின் நிகழ்வு B-யின் நிகழ்தகவாக மாறும் பொழுது அவை கூட்டு நிகழ்தகவு என்று அழைக்கப்படுகிறது.

$P(A) =$  நிகழ்வின் குறுகலான நிகழ்தகவு ஆகும்.

உதாரணம் 8.5: ஒரு நாணயத்தின் இரண்டு வீசுதல்களில் இரண்டு தலைகளை அடைவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு: முதல் வீசுதலில் ஒரு தலையை பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு  $1/2$  ஆகும்.

இரண்டாம் வீசுதலில் தலையைப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு  $1/2$  ஆகும் (இது நாணயத்தின் முதல் வீதத்தால் பாதிக்கப்படவில்லை).

இரண்டு வீசுதல் (அதாவது இரண்டு நிகழ்வுகள்) சுயாதீனமாக இரண்டும் தலையில் பெறும் நிகழ்தகவு முதல் வீசுதலின் தலையின் நிகழ்தகவு மற்றும் இரண்டாம் வீசுதலின் தலையின் நிகழ்தகவு ஆகும்.

$$\text{தேவையான நிகழ்தகவு: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

### 8.3 நிகழ்தகவு வழங்கல்களின் வகைகள்

நிகழ்தகவு பகிர்வுகளை தனித்தனியாக அல்லது தொடர்ச்சியாக வகைப்படுத்தலாம். தனித்தன்மை வாய்ந்த நிகழ்தகவு வழங்கல்கள், பரிசீலனையில் உள்ள மாறி, குறிப்பிட்ட நிகழ்தகவுகளுடன் மட்டுப்படுத்தப்பட்ட தனித்தன்மையான மதிப்புகள் மட்டுமே எடுக்க அனுமதிக்கப்படுகிறது. இரண்டு



முக்கிய தனித்தன்மை நிகழ்தகவு வழங்கல்கள் உள்ளன, அவை ஈருறுப்பு நிகழ்தகவு வழங்கல்கள் மற்றும் பாய்ஸான் நிகழ்தகவு வழங்கல்கள். ஒரு தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு வழங்கல்களின் கொடுக்கப்பட்ட வரம்பிற்குள்ளான எந்த மதிப்பையும் கருத்தில் கொண்டு மாற்றியமைக்கப்படுகிறது.

இந்த நிகழ்தகவு வழங்கல்கள் மற்றும் அவற்றின் செயல்பாடுகள் அனைத்தும் இந்த அலகில் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன. அலகு 7 இல் நிகழும் நிகழ்தகவுகளின் கூட்டு, நிபந்தனை மற்றும் விளிம்புநிலை வகைகள் பற்றி நாம் விவாதித்தோம் என்பதால், அவற்றை இங்கே விவாதிக்க மாட்டோம்.

குறிப்புகள்

### 8.3.1 ஈருறுப்பு வழங்கல்கள்

ஈருறுப்பு வழங்கல்கள் (அல்லது ஈருறுப்பு நிகழ்தகவு வழங்கல்கள்) ஒரு பரவலாக பயன்படுத்தப்படும் நிகழ்தகவு பரவல் என்பது தனித்துவமான சீரற்ற மாறியுடன் தொடர்புடையது மற்றும் இது ஒரு தனித்த நிகழ்தகவு பரவலுக்கு ஒரு உதாரணமாகும். ஈருறுப்பு பரவலானது பெர்னோலி செயல்முறை என அழைக்கப்பட்டதன் விளைவாக தனிப்படுத்தப்பட்ட தரவுகளை விவரிக்கிறது. ஒரு நியாயமான நாணயத்தின் ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையிலான முறை சுழலும் பெர்னோலி செயல்முறை ஆகும். மேலும், இது போன்ற சுண்டி எறிதல் விளைவு ஈருறுப்பு வழங்கல்கள் மூலமாக குறிப்பிடப்படலாம். சுவிஸ் கணிதவியலாளர் ஜேக்கப் பெர்னோலியின் பெயர் இந்த விநியோகத்துடன் தொடர்புடையது. இந்த பரவலானது எந்தவொரு பரிசோதனையிலும் தொடர்ச்சியான சோதனைகள் நிகழும் சூழல்களில் பொருந்துகிறது மற்றும் அவற்றில் ஒன்று அல்லது இரண்டு பரஸ்பர பிரத்தியேக விளைவுகள் மட்டுமே (பெரும்பாலும் 'வெற்றி' மற்றும் 'தோல்வி' என்று குறிக்கப்படுகிறது) ஒவ்வொரு சோதனைக்கும் காரணமாக முடியும்.

#### பெர்னோலி செயல்முறை

ஈருறுப்பு வழங்கல்கள் ஒரு பெர்னோலி செயல்பாட்டில் பொருத்தமானதாகக் கருதப்படுகிறது. இது பின்வரும் பண்புகளை கொண்டுள்ளது:

- இரு பகுதிகளாகப் பகுத்தல். அதாவது ஒவ்வொரு சோதனையும் இரண்டு பரஸ்பர பிரத்தியேக சாத்தியமான விளைவுகளை மட்டுமே கொண்டுள்ளது, எ. கா., 'வெற்றி' அல்லது 'தோல்வி', 'ஆம்' அல்லது 'இல்லை', 'தலை' அல்லது 'பூ', போன்றது.
- நிலைத்தன்மை. இதன் பொருள் என்னவெனில், எந்த ஒரு சோதனையிலும் முடிவு தெரியவரும் (அல்லது கொடுக்கப்படும்), மேலும் காலப்போக்கில் நிலைத்து நிற்கிறது, அதாவது எல்லா சோதனையும் ஒன்றுதான்.
- சுதந்திரம். இதன் பொருள், சோதனைகள் புள்ளிவிவரரீதியாக சுயாதீனமாக உள்ளன. அதாவது, எந்தவொரு சோதனை அல்லது நிகழ்வுகள் அல்லது வேறு எந்தவொரு விசாரணை அல்லது சோதனைகளிலும் நடப்பதைத் தவிர வேறொன்றுமில்லை.

#### இருமடங்கு பகிர்வு நிகழ்தகவு செயல்பாடு

சீரற்ற மாறி, இருமடம், இருமை வழங்கல்கள்  $n$  சோதனைகளில் வெற்றி எண்ணிக்கை, ஈருறுப்பு பரவலின் நிகழ்தகவு செயல்பாடு கீழே எழுதப்பட்டுள்ளது.

$$F(X = r) = {}^n C_r P^r q^{n-r}$$

$$r = 0, 1, 2, \dots, n$$

குறிப்புகள்

இங்கு,  $n$  = சோதனைகளின் எண்ணிக்கை.

$p$  = ஒரே சோதனைகளில் வெற்றிகரமான நிகழ்தகவு.

$q = (1-p)$  = ஒற்றை விசாரணையில் "தோல்வி" நிகழ்தகவு.

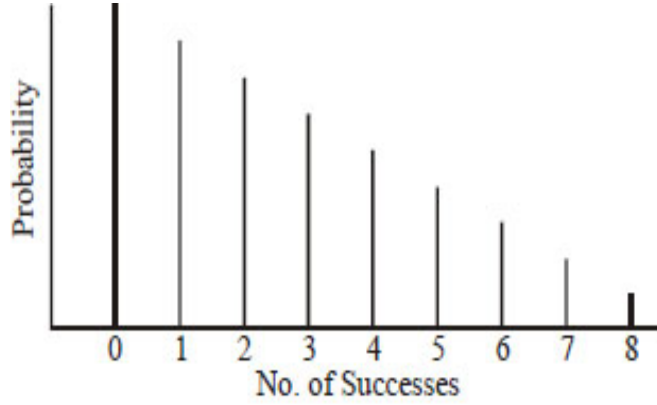
$r = 'n'$  சோதனையில் வெற்றிகளின் எண்ணிக்கை.

இருமடங்கு பகிர்வின் அளவுருக்கள்

இந்த வழங்கல்கள் என்பது  $p$  மற்றும்  $n$  இன் மதிப்புகள் சார்ந்ததாகும். இது உண்மையில் அதன் அளவுருக்கள் ஆகும். அதன் சிக்கலை வரையறை செய்வதன் மூலம் அறியப்பட்ட  $n$  என்பதிலிருந்து  $X$  இன் நிகழ்தகவு உண்மையிலேயே வரையறுக்கப்படுகிறது.  $N$  சோதனைகளில் சரியாக நிகழும் நிகழ்வுகளின் நிகழ்தகவு மேலே கூறப்பட்ட இருமடங்கு செயல்பாட்டைப் பயன்படுத்தி கண்டுபிடிக்க முடியும்.

$P$ யின் மதிப்பு, இருமடங்கு பரவலின் பொது தோற்றத்தை தீர்மானிக்கிறது. இந்த சூழலில் வழக்கமான பொதுமைப்படுத்தல்கள்:

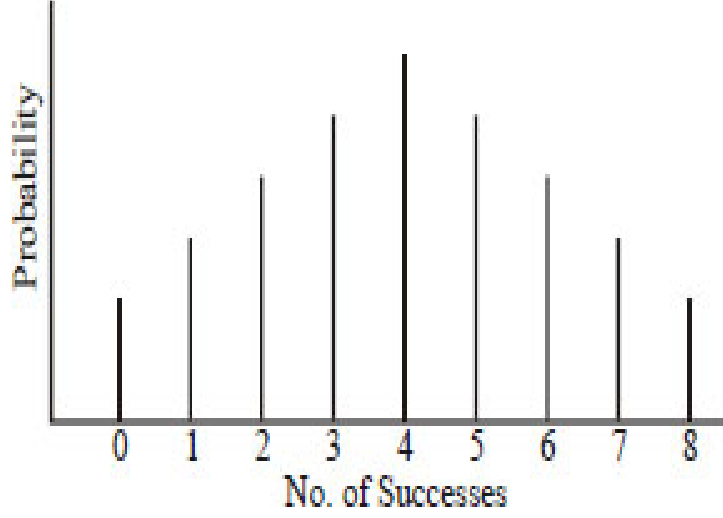
- (a)  $P$  சிறியதாக இருக்கும் போது (சொல்லாக 0.1), ஈருறுப்பு பரவலானது வலதுபுறம் வளைக்கப்பட்டிருக்கிறது. அதாவது, படம் 8.1 இல் காட்டப்பட்டுள்ள படிவத்தை காட்டுகிறது.



**Fig. 8.1**

படம் 8.1

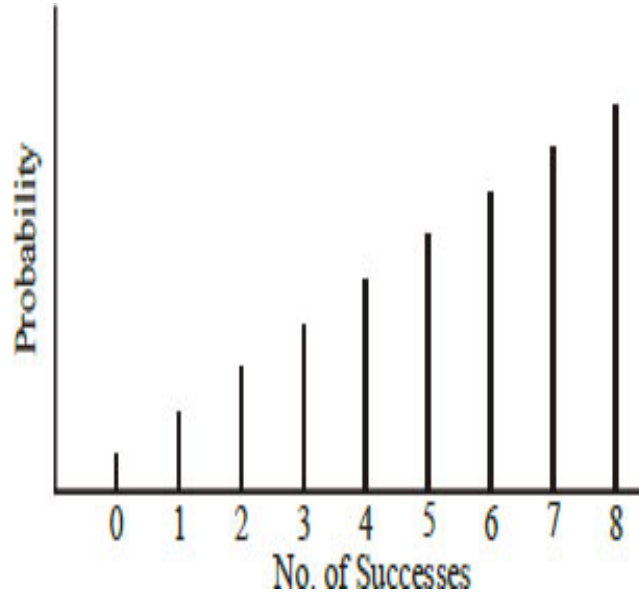
- (b)  $P = 0.5$  இருக்கும்போது, இருமடங்கு வழங்கல்கள் சமச்சீரானது மற்றும் படம் 8.2 இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி வரைபடம் வடிவம் காட்டுகிறது.



குறிப்புகள்

படம் 8.2

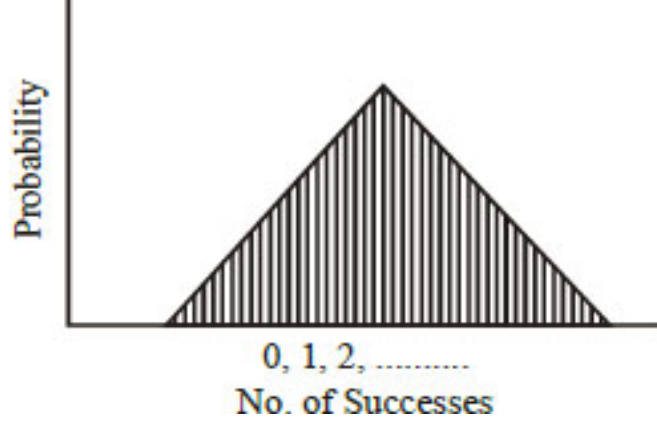
- (c) 0.5-விட P பெரியதாக இருக்கும் போது, இருமடங்கு பரவலானது மற்றும் இடதுபுறத்தில் வளைந்திருக்கும், படம் 8.3 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 8.3

ஆனால் 'p' நிலையானது மற்றும் 'n' அதிகரிக்கிறது என்றால், 'n' செங்குத்து கோடுகள், ஒரு மணி வடிவத்தை உருவாக்குவதற்கு ஒன்றாக கூட்டிச் செல்கின்றன, அதாவது, ஈருறுப்பு பரவல் சமச்சீரானதாகவும் படம் 8.4-ல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி வடிவம் எடுக்கிறது.

குறிப்புகள்



படம் 8.4

ஈருறுப்பு வழங்கல்கள் முக்கிய நடவடிக்கைகள்

சீரற்ற மாறுபாட்டின் [அதாவது,  $E(X)$ ] அல்லது ஈருறுப்பு பரவலின் சீரற்ற மாறி (அதாவது  $X$ ) எனும் மதிப்பின் மதிப்பானது  $n.p$  க்கு சமமாக இருக்கும். மேலும், சீரற்ற மாறுபாட்டின் மாறுபாடு  $n$  க்கு சமமாகும்  $n.p.q$  அல்லது  $n.p.(1-p)$ . அதன்படி, ஈருறுப்பு பரவலான

நியமச்சாய்வு  $\sqrt{n.p.q}$  மற்ற முக்கியமான நடவடிக்கைகள் ஈருறுப்பு வழங்கல்கள் தொடர்பின் கீழ் உள்ளது.

$$\text{வளைவு} = \frac{1-2p}{\sqrt{n.p.q}}$$

$$\text{முகட்டளவை} = 3 + \frac{1-6p+6q^2}{n.p.q}$$

ஈருறுப்பு வழங்கல்களை எப்போது பயன்படுத்தலாம்

மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள நிலைமைகளை நிறைவேற்றும் சூழல்களில் இருமடங்கு விநியோகம் பயன்படுத்தப்படுகிறது. உதாரணமாக இரண்டு சூழ்நிலைகள் பின்வருமாறு விவரிக்கப்படலாம்.

(a) ஒரு நியாயமான நாணயத்தின் 6 சுண்டுதல்களில் 6 தலைகளின் நிகழ்தகவு கண்டுபிடிக்கப்படும்போது,

(b) சராசரியாக 8% குறைபாடுள்ள பொருட்கள் உற்பத்தி செய்யும் ஒரு இயந்திரத்தால் தயாரிக்கப்படும் 10 பொருட்களில் 3 என்பதற்கான சாத்தியக்கூறு கண்டுபிடிக்கப்படும்போது, குறைபாடு இருக்கும்.

உதாரணம் 8.6: ஒரு நியாயமான நாணயம் 10 முறை தூக்கி எறியப்படுகிறது. சீரற்ற மாறி  $X$  என்பது தலை(கள்) மேல்நோக்கி வரும். ஈருறுப்பு நிகழ்தகவு செயல்பாட்டைப் பயன்படுத்தி,  $X$  எடுக்கும் அனைத்து சாத்தியக் கூறுகளை கண்டுபிடித்து, அந்த ஈருறுப்பு வழங்கல் சராசரி:  $X = np$  சரிபார்க்கிறது.

மற்றும் மாறுபாடு:  $\sigma^2 = n.p.q$

தீர்வு: நாணயம் நியாயமானது என்பதால், தூக்கியெறியப்பட்டால், தலை

தத்துவார்த்த நிகழ்தகவு  
வழங்கல்கள்

மேல்நோக்கி அல்லது பூ மேல்நோக்கி வரலாம். எனவே, P (தலை) =  $\frac{1}{2}$

மற்றும் q (தலை இல்லை) =  $\frac{1}{2}$ . தேவையான நிகழ்தகவு செயல்பாடு,

$$f(X=r) = {}^n C_r P^r q^{n-r}$$

$$r = 0, 1, 2, \dots, 10$$

குறிப்புகள்

இந்த செயல்பாட்டைப் பயன்படுத்தி ஈருறுப்பு நிகழ்தகவின் விநியோகம் பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

$X_i$ தலைகளின் எண்ணிக்கை	நிகழ்தகவு $pr_i$	$X_1 pr_i$	$(X_1 - \bar{X})$	$(X_1 - \bar{X})^2$	$(X_1 - \bar{X})^2 \cdot pr_i$
0	$10 C_0 p^0 q^{10} = 1/1024$	0/1024	-5	25	25/1024
1	$10 C_1 p^1 q^9 = 10/1024$	10/1024	-4	16	160/1024
2	$10 C_2 p^2 q^8 = 45/1024$	90/1024	-3	9	405/1024
3	$10 C_3 p^3 q^7 = 120/1024$	360/1024	-2	4	480/1024
4	$10 C_4 p^4 q^6 = 210/1024$	840/1024	-1	1	210/1024
5	$10 C_5 p^5 q^5 = 252/1024$	1260/1024	0	0	0/1024
6	$10 C_6 p^6 q^4 = 210/1024$	1260/1024	1	1	210/1024
7	$10 C_7 p^7 q^3 = 120/1024$	840/1024	2	4	480/1024
8	$10 C_8 p^8 q^2 = 45/1024$	360/1024	3	9	405/1024
9	$10 C_9 p^9 q^1 = 10/1024$	90/1024	4	16	160/1024
10	$10 C_{10} p^{10} q^0 = 1/1024$	10/1024	5	25	25/1024
		$\sum \bar{X} = 5120/1024$	$\bar{X} = 5$	மாறுபாடு $= \sigma^2 =$	$\sum (X_i - \bar{X})^2 \cdot pr_i =$ 2560/1024 = 2.5

$$\text{ஈருறுப்பு பரவலின் சராசரி } n.p. = 10 \times \frac{1}{2} = 5$$

குறிப்புகள்

மற்றும் இந்த பகிரவின் மாறுபாடுக்கு சமமாகும்  $P.q = 10 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 2.5$

இந்த மதிப்புகள் நாம் மேலே உள்ள அட்டவணையில் கண்டறிந்தவையாகும். எனவே, இந்த மதிப்புகள் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி இரண்டு நடவடிக்கைகள் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்புகளுடன் சரிபார்க்கப்படும்.

ஈருறுப்பு வழங்கல்கள் பொருத்தல்

கொடுக்கப்பட்ட தரவரிசைக்கு ஒரு ஈருறுப்பு வழங்கல்கள் பொருத்தப்படும்போது, பின்வரும் நடைமுறை பின்பற்றப்படுகிறது:

- (a) 'p' மற்றும் 'q' ஆகியவற்றின் மதிப்புகளை  $X = n.p.$  மற்றும்  $q = (1 - p)$  என்று வைத்துக் கொள்வோம்.
- (b) கொடுக்கப்பட்ட சீரற்ற மாறியின் அனைத்து மதிப்புகளின் நிகழ்தகவை கண்டறிய ஈருயிர் நிகழ்தகவு செயல்பாட்டை பயன்படுத்துகிறது.

$$f(X_i = r) = {}^n C_r P^r q^{n-r}$$

$$r = 0, 1, 2, \dots, n$$

- (c) எதிர்பார்க்கப்பட்ட அலைவரிசைகளைப் பயன்படுத்தி, அரிய மாறி அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் N (மொத்த அதிர்வெண்) பெருக்குவதன் மூலம் தொடர்புடைய நிகழ்தகவு (b).
- (d) எதிர்பார்க்கப்பட்ட அதிர்வெண்கள் கொடுக்கப்பட்ட தரவரிசைக்கு பொருத்தப்பட்ட ஈருறுப்பு வழங்கல்கள் ஆகும்.

### 8.3.2 பாய்ஸான் வழங்கல்கள்

பாய்ஸான் விநியோகம் என்பது ஒரு பிரத்தியேக நிகழ்தகவு பரவலாகும், இது ஒரு பிரெஞ்சுக்காரரின் பெயரைக் குறிக்கிறது, இந்த விநியோகத்தை உருவாக்கியது சிமியோன் டெனிஸ் பாய்ஸான் ஆவார். இந்த வழங்கல்கள் அடிக்கடி செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் பின்னணியில் பயன்படுத்தப்படுகிறது மற்றும் இந்த காரணத்திற்காக மேலாண்மை மக்களுக்கு ஒரு பெரிய முக்கியத்துவத்தை கொடுக்கிறது. வரிசை கோட்பாடு, சரக்கு கட்டுப்பாடு சிக்கல்கள் மற்றும் ஆபத்துக் மாதிரிகளில் இந்த பகிரவு முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது.

ஈருறுப்பு வழங்கல்கள் போலல்லாமல், பரிசோதனையின் நிலைமைகளின் அடிப்படையில் பாய்ஸன் வழங்கல்கள் முற்றிலும் தத்துவார்த்த அடிப்படையில் கழிக்கப்பட முடியாது. உண்மையில், இது அனுபவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டது, அதாவது, ஆய்வுக்குட்பட்ட சிக்கல் தொடர்பான கடந்த பரிசோதனைகளின் அனுபவமான முடிவுகளை கொண்டது. ஒரு நிகழ்வின் நிகழ்தகவு மிகக் குறைவாக இருக்கும்போது, பாய்ஸன் பகிரவு குறிப்பாக பொருத்தமானது. (அதனால் q அல்லது (1-p)

ஒற்றுமைக்கு கிட்டத்தட்ட சமமாக இருக்கும்) மற்றும்  $n$  மிக பெரியது. அத்தகைய தொடர்ச்சியான தொடர் (அதாவது  $n. p.$ ) ஒரு வரையறு எண்.  $X$  நிகழ்வுகளுடன் தொடர்புடைய நிகழ்தகவுகளை குறிப்பிட்ட காலத்தில் அல்லது குறிப்பிடப்பட்ட பகுதிக்குள் கணக்கிடுவதற்கு இந்த வழங்கல்கள் நல்லது என்பதை அனுபவம் காட்டுகிறது.

கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்வின் நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை (இடைவெளி நேரம், தூரம், பகுதி போன்றவை). மூலதனம்  $X$  எடுக்கும் ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பை பிரதிநிதித்துவப்படுத்துவதற்காக தனித்துவமான சீரற்ற மாறி மற்றும் குறைந்த வழக்கு  $X$  ஆகியவற்றை நாம் பயன்படுத்துகிறோம். இந்த வழங்கல்களின் நிகழ்தகவு செயல்பாடு பொதுவாக கீழே எழுதப்பட்டுள்ளது.

$$f(X_i = x) = \frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{x}$$

$$r = 0, 1, 2, \dots$$

இங்கே,  $\lambda =$  குறிப்பிட்ட இடைவெளியில் நிகழும் நிகழ்வுகளின் சராசரி எண்ணிக்கை. வேறுவிதமாக கூறினால், இது விநியோகத்தின் சராசரி ஆகும்.

$e = 2.7183$  இயல்பான மடக்கை அடிப்படையில்.

$x =$  கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்வின் நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை

பாய்ஸான் செயல்முறை

இந்தப் பரவலானது பாய்ஸான் செயல்முறையைத் தூண்டும் பின்வரும் பண்புகளை கொண்டுள்ளது.

- ஒரு குறிப்பிட்ட இடைவெளியில் உள்ள சராசரி மாறியின் பொருள் என்பது ஆய்வின் கீழ் மாறுபடும் விவரங்கள் பற்றிய கடந்தகால தரவின் அடிப்படையில் மதிப்பீடு செய்ய முடியும்.
- கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியை மிகச் சிறிய இடைவெளிகளில் பிரிக்கிறோம் என்றால்,
  - (a) மிகவும் சிறிய இடைவெளியில் சரியாக நிகழும் நிகழ்தகவு மிக சிறிய எண்ணிக்கையிலானது மற்றும் ஒவ்வொரு சிறிய இடைவெளிகளுக்கும் மாறானது.
  - (b) மிக சிறிய இடைவெளியில் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்வுகள் நடக்கும் நிகழ்தகவு மிகவும் சிறியது நாம் அதை பூஜ்ஜிய மதிப்பாக ஒதுக்கலாம்.
  - (c) கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் மிக சிறிய இடைவெளி விழுந்தால் மிக சிறிய இடைவெளியில் நடக்கும் நிகழ்வு சுயாதீனமாகும்.
  - (d) எந்த சிறிய இடைவெளியிலும் நிகழும் நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை, மற்றொரு சிறிய இடைவெளியிலும் நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கையை சார்ந்து இருக்காது.

பாய்ஸான் வழங்கல்களின் அளவு மற்றும் முக்கிய நடவடிக்கைகள்

குறிப்புகள்

பாய்ஸான் வழங்கல்கள்  $\lambda$  இன் மதிப்பைப் பொறுத்து, அதன் ஒரே அளவுருவாக இருக்கும் குறிப்பிட்ட இடைவெளியில் சராசரியாகக் கொடுக்கப்பட்ட சுட்டளவு. சரியாக  $x$  சம்பவங்களின் நிகழ்தகவு மேலே கூறப்பட்ட பாய்ஸான் நிகழ்தகவு செயல்பாடு பயன்படுத்தி கண்டுபிடிக்க முடியும். எதிர்பார்ப்பு மதிப்பு அல்லது பாய்ஸான் சீரற்ற மாறி சராசரி  $\lambda$  மற்றும் அதன் மாறுபாடு  $\lambda$  ஆகும். பாய்ஸான் விநியோகத்தின் நியமச்சாய்வு,  $\sqrt{\lambda}$ .

பாய்ஸான் மாதிரியை அடிப்படையாகக் கொண்டு, இடைவெளி  $t$  க்கு சராசரியாக  $\lambda$  நிகழ்வுகள் இருந்தால், இடைவெளியில்  $kt$  சராசரியாக  $k \lambda$  நிகழ்வுகள் உள்ளன. உதாரணமாக ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் கணக்கிடப்பட்ட சேவைகளின் எண்ணிக்கை,  $\lambda = 4$  உடன் ஒரு பாய்ஸான் விநியோகம், பின்னர்  $y$ , கொடுக்கப்பட்ட 6 மணி நேர நாளில் சேவை முகப்பில் வருவதற்கான எண்ணிக்கை, பாய்ஸான் விநியோகம்  $\lambda = 24$ , அதாவது,  $6 \times 4$ .

பாய்ஸான் பகிர்வு பயன்படுத்தும் போது

'n' அல்லது 'n' மதிப்பை எந்த அளவு துல்லியத்தோடு மதிப்பிட முடியாது என்று தெரியாதபோது, அந்தப் பாய்ஸான் பகிர்வு பயன்படுத்தப்படுகிறது. உண்மையில், சில சந்தர்ப்பங்களில் 'n' மதிப்பைக் கேட்பதில் பல உணர்வு இல்லை. உதாரணமாக, ஒரு கால்பந்து போட்டியில் ஒரு அணி தோற்கடிக்கப்பட்ட இலக்குகளில் எத்தனை இலக்குகள் அடித்திருக்க முடியாது என்று கூற முடியாது. இதேபோல், ஒருவர் கவனமாக பார்த்தால், எத்தனை முறை மின்னல் பளிச்சிட்டது என்பதை கண்டுபிடித்துவிடலாம், ஆனால் அதை எத்தனை முறை ஒளித் தெறிப்பு செய்தது என்பதைச் சொல்ல முடியாது. இதுபோன்ற சந்தர்ப்பங்களில் நாம் பாய்ஸான் பகிர்வை பயன்படுத்துகிறோம். ஒரு வருடத்திற்கு ஒரு மாவட்டத்தில் ஒரு நாளில் இறப்புகளின் எண்ணிக்கை, ஒரு சில மாதங்களில் ஒரு நிமிடத்திற்கு ஒரு சாலையில் செல்லும் மோட்டார் வாகனங்களின் எண்ணிக்கை, பல பக்கங்கள் அடங்கிய ஒரு புத்தகத்தில் பக்கம் ஒன்றுக்கு அச்சிடும் தவறுகள் எண்ணிக்கை போன்ற சில உதாரணங்களில் பாய்ஸான் நிகழ்தகவு வழங்கல்கள் பொதுவாக பயன்படுத்தப்படும்.

உதாரணம் 8.7: உற்பத்திக்கான தயாரிப்பு ஒரு அலகு தயாரிப்புக்கு 2 குறைபாடுகள் உள்ளதாக நினைவில் கொள்ளுங்கள். பாய்ஸான் பரவலைப் பயன்படுத்தி, 3 குறைபாடுகள் மற்றும் நான்கு குறைபாடுகளுடன் எந்த குறைபாடுமின்றி ஒரு தயாரிப்பு கண்டுபிடிப்பதற்கான சாத்தியக் கூறுகளை கணக்கிடுக.

தீர்வு: இந்த தயாரிப்பில் ஒரு அலகுக்கு 2 குறைபாடுகள் இருந்தால்  $\lambda = 2$ . பாய்ஸானின் நிகழ்தகவு செயல்பாடு பின்வருமாறு:

$$f(X_i = x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!}$$

$$x = 0, 1, 2, \dots$$

மேலே நிகழ்தகவு செயல்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, தேவையான சிக்கல்களைக் கீழே காண்கிறோம்:



$$P(\text{எந்த குறைபாடுகளும் இல்லாமல், அதாவது, } x=0) = \frac{2^0 \cdot e^{-2}}{0} = \frac{1 \cdot (0.13534)}{1} = 0.13534$$

$$B(3 \text{ குறைபாடுகளுடன், அதாவது, } x=3) = \frac{2^3 \cdot e^{-2}}{3} = \frac{2 \times 2 \times 2 (0.13534)}{3 \times 2 \times 1} = \frac{0.54136}{3} = 0.18045$$

$$B(4 \text{ குறைபாடுகளுடன், அதாவது, } x=4) = \frac{2^4 \cdot e^{-2}}{4} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 (0.13534)}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{0.27068}{3} = 0.09023$$

குறிப்புகள்

பாய்ஸான் பகிரவு பொருத்துதல்

கொடுக்கப்பட்ட தரவரிசைக்கு ஒரு பாய்ஸான் பகிரவு பொருத்தப்படும்போது, பின்வரும் நடைமுறை பின்பற்றப்படுகிறது:

- சராசரி பகிரவில்  $\lambda$  வின் மதிப்பை தீர்மானித்தல்
- பாய்ஸான் நிகழ்தகவு செயல்பாட்டைப் பயன்படுத்தி கொடுக்கப்பட்ட சீரற்ற மாறுபாட்டின் சாத்தியமுள்ள அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் நிகழ்தகவுகளைக் கண்டறியவும்.

$$f(X_i = x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x}$$

$$x = 0, 1, 2, \dots$$

- எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களைப் பின்வருமாறு பயன்படுத்தலாம்.

$$n \cdot p(X_i = x)$$

- வழக்கு (C) ஆனது மேலே கொடுக்கப்பட்ட தரவிற்கு இணைக்கப்பட்ட பாய்ஸான் பரவல் ஆகும்.

பாய்ஸான் பரவலின் ஒரு தோராயமான ஈருறுப்பு பரவல்:

சில சூழ்நிலைகளில் பாய்ஸான் பரவல் ஈருறுப்பு பரவலின் நியாயமான தோராயமாக கருத்தப்பட்டால் அதன்படி பயன்படுத்தலாம். இவை அனைத்திற்கும் அனுமதி அளிக்கும் சூழ்நிலைகள், 'n' பெரிய அளவில் நெருங்கி வரும் போது, p ஒரு சிறிய பூஜ்ஜியத்தை நெருங்குகிறது ( $n =$  சோதனைகளின் எண்ணிக்கை,  $p =$  'வெற்றி'). புள்ளிவிவரங்கள் வழக்கமாக பெரிய n இன் அர்த்தத்தை எடுத்துக்கொள்கின்றன, இந்த நோக்கத்திற்காக,  $n \geq 20$  மற்றும் சிறிய 'p' என்றால்  $p \leq 0.05$ . இந்த இரண்டு நிலைமைகள் நிறைவேற்றப்படும் சந்தர்ப்பங்களில், நாம் ஈருறுப்பு பரவல் (n.p.)

பாய்ஸான் பரவல் ( $\lambda$ ) என்ற சராசரியை பயன்படுத்த வேண்டும், பாய்ஸான் பரவல் நிகழ்தகவு செயல்பாடு கீழே குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது.

குறிப்புகள்

$$f(X_i = x) = \frac{(n.p)^x . e^{-(np)}}{x}$$

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டில் பாய்ஸான் பரவலின் ஒரு தோராயமான ஈருறுப்பு பரவலை நாம் புரிந்துகொள்ள முடியும்.

உதாரணம் 8.8: பின்வரும் தகவல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:

(a) ஒரு குறிப்பிட்ட தொழிற்சாலையில் 20 இயந்திரங்கள் உள்ளன. அதாவது,  $n = 20$ .

(b) எந்த நாளிலும் ஒழுங்குமுறையில் வெளியேறும் இயந்திரத்தின் நிகழ்தகவு 0.02 ஆகும்.

ஒரே நாளில் சரியாக 3 இயந்திரங்கள் ஒழுங்குமுறையில் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன? ஈருறுப்பு பரவல் மற்றும் பாய்ஸன் பரவல்கள் இரண்டையும் பயன்படுத்தி தேவையான நிகழ்தகவு கணக்கிடுக. இந்த வழக்கில் பாய்ஸன் பரவல் என்பது ஈருறுப்பு பரவலின் ஒரு நல்ல தோராயம் என்பதைக் குறிப்பிடுக.

தீர்வு: நிகழ்தகவின் படி, பாய்ஸான் பரவலின் நிகழ்தகவு செயல்பாடு ( $\lambda$  என்ற இடத்தில்  $n.p$  ஐ பயன்படுத்தி)

$$(n \geq 20 \text{ இருந்து மற்றும் } p \leq 0.05)$$

$$f(X_i = x) = \frac{(n.p)^x . e^{-(np)}}{x}$$

X என்பது, அதே நாளில் ஒழுங்குபடுத்தப்படாத இயந்திரங்களின் எண்ணிக்கை ஆகும்.

$$\begin{aligned} P(X_i = 3) &= \frac{(20 \times 0.02)^3 . e^{-(20 \times 0.02)}}{3} \\ &= \frac{(0.4)^3 . (0.67032)}{3 \times 2 \times 1} = \frac{(0.064)(0.67032)}{6} \\ &= 0.00715 \end{aligned}$$

நிகழ்தகவின் படி ஈருறுப்பு நிகழ்தகவு செயல்பாடு,

$$F(X_i = r) = {}^n C_r P^r q^{n-r}$$

இங்கு  $n = 20, r = 3, p = 0.02$  எனவே  $q = 0.98$

$$\begin{aligned} \therefore F(X_i = 3) &= {}^{20} C_3 (0.02)^3 (0.98)^{17} \\ &= 0.00650 \end{aligned}$$

ஈருறுப்பு நிகழ்தகவு செயல்பாடு மூலம் கணக்கிடப்பட்ட அதே நாளில் 3 இயந்திரங்களின் நிகழ்தகவுக்கும் இடையேயான வேறுபாடு வெறும் 0.00065 ஆகும். வித்தியாசம் மிக சிறியது ஆனால் நாம் கொடுக்கப்பட்ட வழக்கில் பாய்ஸான் விநியோகம் துல்லியமான விநியோகமானது ஒரு நல்ல தோராயமாக தோன்றுகிறது என்று கூறலாம்.

உதாரணம் 8.9: ஒவ்வொரு பரிசோதனையிலும்  $p=0.1$  என்பது 100 சோதனைகளில் தோராயமாக 5 வெற்றிகள் நிகழ்வதற்கான சாத்தியக்கூறுகளைப் பற்றி அறிய பாய்ஸான் விநியோகத்தைப் பயன்படுத்துவீர்கள்?

தீர்வு: கேள்விக்கு நாம் கொடுக்கப்பட்டது,

$$n = 100 \text{ மற்றும் } p = 0.1$$

$$\therefore \lambda = n.p = 100 \times 0.1 = 10$$

தேவையான நிகழ்தகவு கண்டுபிடிக்க பாய்ஸான் நிகழ்தகவு செயல்பாட்டில் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி, ஈருறுப்பு நிகழ்தகவு செயல்பாட்டை ஒரு தோராயமாக பயன்படுத்தலாம்.

$$f(X_i = x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!} = \frac{(n.p)^x \cdot e^{-(n.p)}}{x!}$$

$$P(5) = \frac{10^5 \cdot e^{-10}}{5!} = \frac{(100000)(0.00005)}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{5.00000}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

அல்லது

$$= \frac{1}{24} = 0.042$$

### 8.3.3 சாதாரண வழங்கல்கள்

அனைத்து நிகழ்தகவு வழங்கல்கள் சாதாரண நிகழ்தகவு வழங்கல்கள், மிக முக்கியமான மற்றும் பயன்படுத்தப்படும் தொடர் நிகழ்தகவு பகிரவு என அழைக்கப்படுகிறது. இந்த வழங்கல் பல வகையான பிரச்சனைகளில் நன்கு பொருந்துகிறது என்பதால், இதை பகிரவு அனுமானம் சார்ந்த சிறப்பு முக்கியத்துவம் என்று கூறுகிறோம். ஒரு புள்ளி விவரம் மற்றும் ஒரு அளவுரு இடையே இணைப்பை நிகழ்தகவு மாதிரி (அதாவது மாதிரி முடிவுகள் மற்றும் எந்த மாதிரி வரையப்பட்ட முழுமைத் தொகுதிகளுக்கு இடையே) என்ற பெயரில் கார்ல் காஸ், பதினெட்டாம் நூற்றாண்டு கணிதவியலாளர்-வானியலாளர், இந்த வழங்கல் மற்றும் அவரது பங்களிப்பை கௌரவிக்கும் வகையில், இந்த வழங்கல் பெரும்பாலும் காஸியன் வழங்கல் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

இயல்பான வழங்கல் கோட்பாட்டளவில் பல தனித்தனி வழங்கல்களை கட்டுப்படுத்தும் வடிவமாகப் பெறலாம். எடுத்துக்காட்டாக,  $(p+q)^n$  இன் ஈருறுப்பு

விரிவாக்கத்தில், 'n' என்பது முடிவில் மற்றும்  $p = q = \frac{1}{2}$  ஆகியவற்றின் மதிப்பு ஆகும். பின்னர், சீராக

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

சமச்சீர் வளைவு பெறப்படும். P மற்றும் q இன் மதிப்புகள் சமமாக இல்லாவிட்டாலும் கூட அடுக்கு n-இன் மதிப்பு மிகப்பெரியதாக இருக்கும். ஒரு வளைவு சாதாரண நிகழ்தகவு மென்மையான மற்றும் சமச்சீர் பெறும் நிகழ்தகவு ஆகும். இத்தகைய வளைவுகள் சாதாரண நிகழ்தகவு வளைவுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன (அல்லது சாதாரண வளைவுகளின் நேரங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன) மற்றும் வளைவுகள் சாதாரண விநியோகங்களை பிரதிநிதித்துவம் செய்கின்றன.

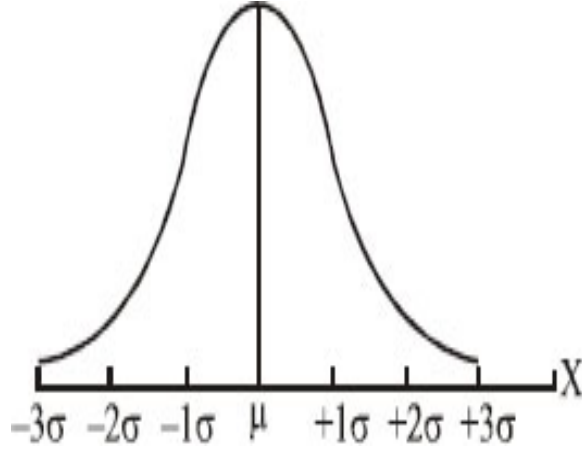
கொடுக்கப்பட்ட சாதாரண நிகழ்தகவு வழங்கல் போன்றவை:

$$\text{இங்கு, } F(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2}$$

$\mu$  = வழங்கல் சராசரி.

$\sigma^2$  = வழங்கல் மாறுபாடு.

சாதாரண வழங்கல் இந்த இரண்டு அளவுருக்கள்,  $\mu$  மற்றும்  $\sigma^2$  ஆகியவற்றால் வரையறுக்கப்படுவது படம் 6.5 இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி இந்த வழங்கல் வரைபடமாக குறிப்பிடப்படுகிறது.



படம் 6.5 சாதாரண விநியோகத்தை பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் வளைவு

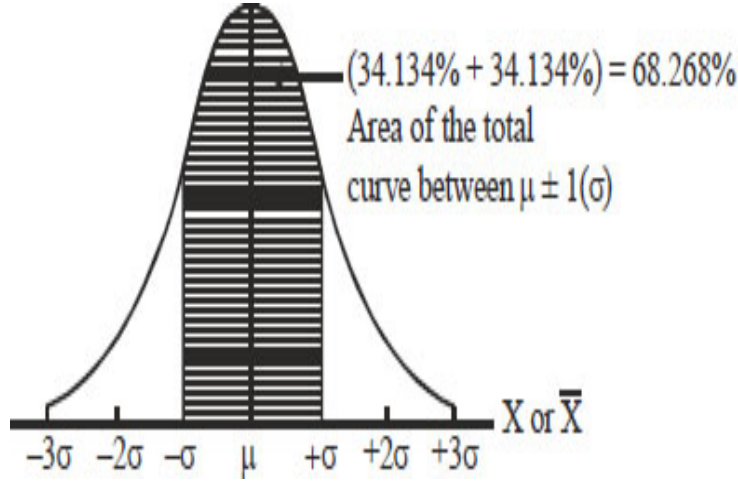
இயல்பான வழங்கல்: அம்சங்கள் மற்றும் பயன்பாடுகள்

சாதாரண வழங்கல் அல்லது சாதாரண வளைவின் பண்புகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:

1. இது சமச்சீர் வழங்கல்.
2. வளைவின் உச்சம் எங்கு நிகழ்கிறது என்பதை சராசரி  $\mu$  வரையறுக்கிறது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், சராசரி நேரத்தில் ஒழுங்குமுறை மிக உயர்ந்த ஒழுங்குமுறை ஆகும். சராசரியிலிருந்து ஒரு நியமச்சாய்வின் தூரத்திலிருக்கும் ஒழுங்கின் உயரம் 60.653% சராசரி ஆணையின் உயரம் மற்றும் பல்வேறு நியமச்சாய்வுகளில் ( $\sigma_s$ ) உள்ள மற்ற ஒழுங்குமுறைகளின் உயரம் என்பது ஒரு உயரத்தின் நிலையான சராசரி ஆகும்.

3. வளைவு அடிப்படை கோடுக்கு சமச்சீராக உள்ளது. அதாவது, அது அணுகுமுறையை தொடங்குகிறது. ஆனால், கிடைமட்ட அச்சைத் தொடுவதில்லை.
4. மாறுபாடு ( $\sigma^2$ ) வளைவின் பரவலை வரையறுக்கிறது.
5. சராசரியிலிருந்து ஒரு நியமச்சாய்வு தொலைவில் உள்ள சராசரி ஒழுங்குமுறை மற்றும் ஒழுங்குமுறைக்கு இடையில் உள்ள பகுதி, எப்போதும் வளைவின் மொத்த பரப்பளவில் 34.134% ஆகும். இதன் அர்த்தம் இரு ஒழுங்குபடுத்தல்களுக்கிடையில் ஒரு சிக்மாவில் (S.D) உள்ள இடைவெளி இரு பக்கத்திலும் உள்ள இடைவெளியின் மொத்த பரப்பளவு 68.268% ஆகும். இது பின்வருமாறு காட்டப்பட்டுள்ளது.

குறிப்புகள்



இதேபோல், மற்ற பகுதி உறவுகள் பின்வருமாறு:

இடையே		சாதாரண வளைவின் மொத்த பகுதியை உள்ளடக்கிய பகுதி
$\mu \pm 1$	S.D	68.27 %
$\mu \pm 2$	S.D	95.45 %
$\mu \pm 3$	S.D	99.73 %
$\mu \pm 1.96$	S.D	95 %
$\mu \pm 2.578$	S.D	99 %
$\mu \pm 0.6753$	S.D	50 %

6. வளைவு ஒரு உச்சத்தைக் கொண்டிருப்பதால் சாதாரண வழங்கல்கள் மட்டுமே ஒரு முறையில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், இது எப்போதும் ஒரே மாதிரியான வழங்கல்களாகும்.
7. அதிகபட்ச ஒழுங்குமுறை சாதாரண வளைவின் வரைபடத்தை இரண்டு சம பாகங்களாக பிரிக்கிறது.
8. மேலே கூறப்பட்டுள்ள அனைத்து குணநலன்களுக்கும் கூடுதலாக வளைவு பின்வரும் பண்புகளில் உள்ளன:

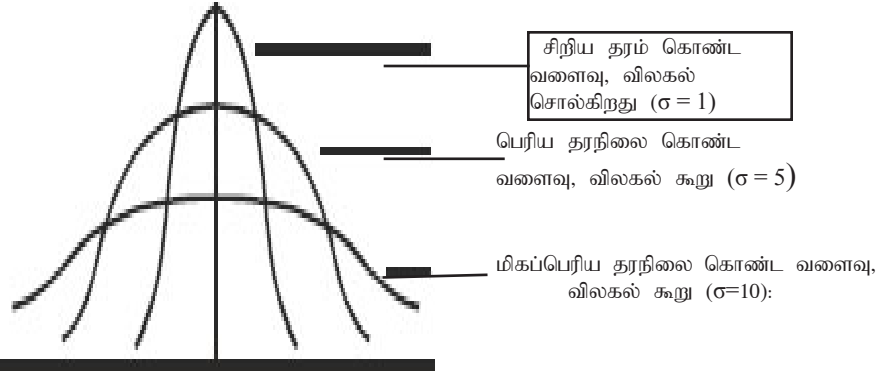
குறிப்புகள்

- (a)  $\mu = \bar{x}$   
 (b)  $\mu_2 = \sigma^2 =$  மாறுபாடு  
 (c)  $\mu_4 = 3\sigma^4$   
 (d) கணம் குணகம் முகட்டளவை =3

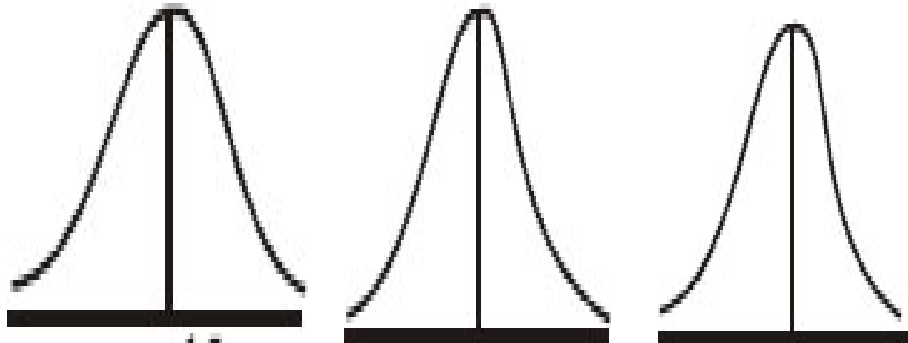
இயல்பான பகிர்வுகளின் குடும்பம்:

நாம் பல சாதாரண நிகழ்தகவு வழங்கல்களை கொண்டிருக்கலாம் ஆனால் ஒவ்வொரு குறிப்பிட்ட அளவிற்கான சாதாரண வழங்கல் அதன் இரண்டு அளவுருக்கள், சராசரி ( $\mu$ ) மற்றும் நியமவிலகல் ( $\sigma$ ) ஆகியவற்றால் வரையறுக்கப்படுகிறது. எனவே, ஒரு சாதாரண வளைவு இல்லை. மாறாக, சாதாரண வளைவுகளின் ஒரு குடும்பம். இவற்றில் சிலவற்றை நாம் கீழே காட்டலாம்:

ஒரே மாதிரியான வெவ்வேறு வளைவுகள்



ஒத்த நியமச்சாய்வு கொண்ட பொதுவான வளைவுகள். ஆனால், ஒவ்வொன்றும் பல்வேறு சராசரிகள் உள்ளன:



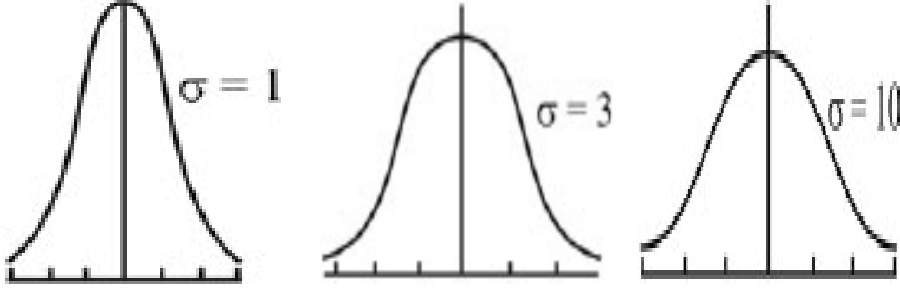
ஒரு சிறிய சராசரி  
வளைவு  $\mu=15$

$\mu=50$  மிகப்பெரிய சராசரி  
வளைவு C

மிகப்பெரிய சராசரி  
வளைவு C

வெவ்வேறு தரநிலை மாறுபாடுகள் மற்றும் பல்வேறு வழிகளில் சாதாரண வளைவுகள்:

தத்துவார்த்த நிகழ்தகவு வழங்கல்கள்



சிறிய சராசரி விலக்கம்  
கொண்ட வளைவு  $\mu=5$

பெரிய சராசரி விலக்கம்  
கொண்ட வளைவு  $\mu=15$

மிகப்பெரிய சராசரி விலக்கம்  
கொண்ட வளைவு  $\mu=30$

குறிப்புகள்

சாதாரண வளைவின் கீழ் பகுதியை அளவிடுவது எப்படி?

ஒரு வழக்கமான வளைவின் சரியாக இருக்கும் வழிமுறையிலிருந்து நிலையான விலகல்கள் (கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்) சில இடைவெளிகளை உள்ளடக்கிய சில பகுதி உறவுகளுக்கு மேலே குறிப்பிடப்பட்டிருக்கிறது. ஆனால், மற்ற எல்லாவற்றிலும் என்ன செய்ய வேண்டும் என புள்ளிவிவர அட்டவணைகள் தெரிவிக்கின்றன. அவற்றின் நோக்கத்திற்காக கணிதவியலாளர்களால் இந்த அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நாம் (அல்லது நிகழ்தகவு, வளைவின் மொத்த பகுதியை 1 என சமமானதாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்), பொதுவாக வழங்கல் சீரற்ற மாறி சில தூரங்களின் சராசரியிலிருந்து, இந்த தூரங்கள் நிலையான மாறுதல்களின் அடிப்படையில் வரையறுக்கப்படுகின்றன. சாதாரண வளைவின் கீழ் உள்ள பகுதியைக் காட்டும் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தும் போது நிலையான மாறுபாட்டின் (குறியீட்டு ரீதியாக  $Z$ ) அடிப்படையில் பேசுகிறோம். அளவீட்டு அலகுகள் இந்த ' $Z$ ' கீழ் செயல்பட்டுள்ளது:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

இங்கு,  $Z$  = நிலையான மாறுபாடு (அல்லது  $X$  இலிருந்து நிலையான மாறுதல் எண்ணிக்கையின் வழங்கல் சராசரி)

$X$  = கருத்தின் கீழ் சீரற்ற மாறி மதிப்பு.

$\mu$  = சீரற்ற மாறுபாட்டின் வழங்கல் பொருள்.

$\sigma$  = நிலையான விலகல்

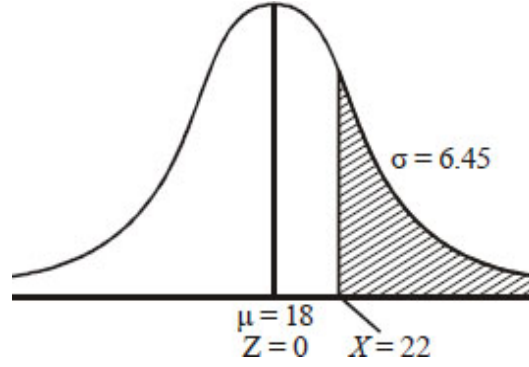
சாதாரண வளைவின் (பெரும்பாலும் நிலையான இயல்புநிலை நிகழ்தகவு வழங்கல் அட்டவணை என அழைக்கப்படுகிறது) கீழ் உள்ள பகுதியைக் காட்டும் அட்டவணை, நிலையான மாறுபாடு (அல்லது  $Z$ ) மதிப்புகளின் அடிப்படையில் ஏற்பாடு செய்யப்பட்டுள்ளது. இது சராசரியாக  $Z=0$  உடன் தொடங்கி, சாதாரண வளைவின் கீழ் அரை பகுதியை மட்டும் மதிப்பிடுகிறது. சாதாரண வழங்கல்கள் முற்றிலும் சமச்சீர் நிலையில் இருப்பதால், வளைவின் ஒரு பகுதியிலுள்ள உண்மையான மதிப்புகளும்

குறிப்புகள்

மற்ற பாதிக்கு உண்மையாகும். சில பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்காக ஒரு அட்டவணையை பயன்படுத்துவதை இப்போது நாம் விளக்குகிறோம்.

உதாரணம் 8.10: வழக்கமான வங்கி சேமிப்பு கணக்கு 18 மாதங்களில் 6.45 மாதங்களுக்கு ஒரு நிலையான விலகலுடன் துவங்கியது என்று வங்கியாளர் கூறுகிறார். பின்வருபவைகளுக்கு விடை தருக: (a) வைப்புத்தொகையாளரால் இந்த வங்கியுடன் திறந்த சேமிப்புக் கணக்கில் 22 மாதங்களில் இன்னமும் பணம் இருப்பதற்கான சாத்தியக்கூறு என்ன? (b) இரண்டு வருடங்களுக்கு முன்னால் கணக்கு முடிக்கப்படும் நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு: (a) தேவைப்படும் நிகழ்தகவைக் கண்டறிவதற்கு, சாதாரண வளைவின் நிழலிடப்பட்ட பகுதியை கீழே காட்டியுள்ளோம்:



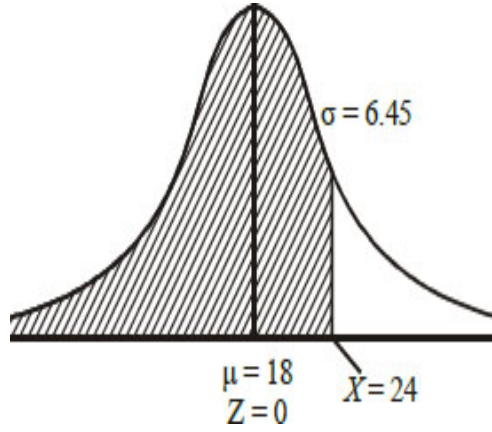
Z என கணக்கிடலாம்:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{22 - 18}{6.45} = 0.62$$

$Z = 0.62$  க்கு சாதாரண வளைவின் கீழ் உள்ள பகுதி காட்டும் அட்டவணையில் உள்ள மதிப்பு 0.2324 ஆகும். இதன் பொருள்  $\mu = 18$  மற்றும்  $X = 22$  இடையே உள்ள வளைவின் பரப்பளவு 0.2324 ஆகும். எனவே, வளைவின் நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பகுதி  $(0.5) - (0.2324) = 0.2676$ . ஏனெனில் வளைவின் முழு வலது கையில் பகுதியும் எப்பொழுதும் 0.5 ஆக இருக்கும். இதனால் ஒரு சேமிப்புக் கணக்கில் 22 மாதங்களில் பணப்பற்றாக்குறை கணிப்பீடு 0.2676 இருக்கும்.

(b) தேவையான நிகழ்தகவு கண்டறிவதற்கு நாம் அந்த பகுதியில் அக்கறை கொண்டிருக்கிறோம். நிழலிடப்பட்ட மற்றும் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது போன்ற சாதாரண வளைவு:





குறிப்புகள்

இந்த நோக்கத்திற்காக நாம் கணக்கிடுகிறோம்

$$Z = \frac{24-18}{6.45} = 0.93$$

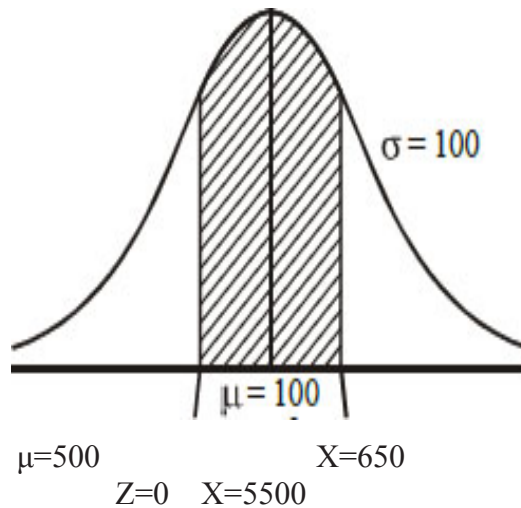
சம்பந்தப்பட்ட அட்டவணை,  $Z=0.93$ , என்பது 0.3238 ஆகும், இது  $\mu=18$  மற்றும்  $X=24$  இடையே உள்ள வளைவின் பரப்பைக் குறிக்கிறது. முழு இடது கை பகுதி வளைவு வழக்கமாக 0.5 ஆகும்.

எனவே, நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பகுதி  $(0.5) + (0.3238) = 0.8238$  ஆகும், இது இரண்டு ஆண்டுகளுக்கு முன்பே கணக்கு மூடப்படும், அதாவது, 24 மாதங்களுக்கு முன் மூடப்பட வேண்டிய அவசியமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 8.11: தனிநபர்களின் வருவாயைப் பற்றி ஒரு குறிப்பிட்ட சாதாரண வழங்கல் = 500 ரூபாய்க்கு வழங்கப்படுகிறது மற்றும் நிலையான விலகல் = 100 ரூபாய். சீரற்ற முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஒரு தனிநபர் வருமானக் குழுவிற்குச் சொந்தமான நிகழ்தகவைக் கண்டறியவும்,

(a) ₹550 முதல் ₹650 (b) ₹ 420 முதல் 570 வரை.

தீர்வு: (a) தேவையான நிகழ்தகவு கண்டுபிடிப்பதற்கு சாதாரண வளைவுபகுதியின் நிழல் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது:



$X=550$  முதல் 650 வரை வளைவின் பரப்பைக் கண்டறிய, பின்வரும் கணக்கீடுகள் செய்யலாம்:

குறிப்புகள்

$$Z = \frac{550 - 500}{100} = \frac{50}{100} = 0.50$$

எந்த இடத்திற்கு இடையில் உள்ள தொடர்பு  $\mu = 500$  மற்றும்  $X=550$  அட்டவணையின் படி வளைவில் 0.1915 சமமாக இருக்கும்,

$$Z = \frac{650 - 500}{100} = \frac{150}{100} = 1.5$$

$\mu = 500$  மற்றும்  $X = 650$  இடையேயான பரப்பளவுக்கு அட்டவணையில் 0.4332 க்கு சமமாக இருக்கும்.

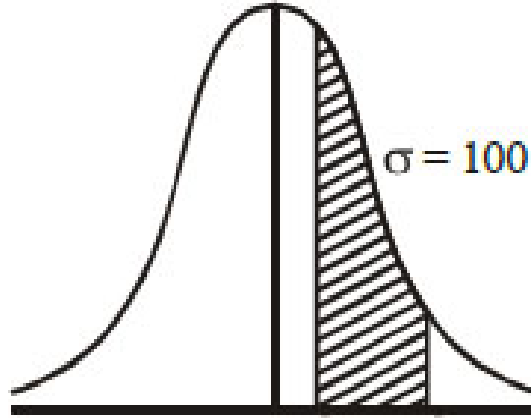
எனவே,  $X=550$  மற்றும்  $X=650$  இடையே இருக்கும் வளைவின் பரப்பு,

$$(0.4332) \times (0.1915) = 0.2417$$

சீரற்ற முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஒரு தனிநபர் வருமானம் ₹550 முதல் ₹650 ரூபாய் வரை இருக்கும்.

(b) தேவையான நிகழ்தகவைக் கண்டறிவதற்கு, சாதாரண வளைவின் நிழலிடப்பட்ட பகுதியை கீழே காட்டியுள்ளோம்:

நிழலிடப்பட்ட பகுதியை கண்டுபிடிக்க நாம் பின்வரும் கணக்கீடுகளை செய்கிறோம்:



$$Z=0$$

$$X=420 \quad X=570$$

$$z = \frac{570 - 500}{100} = -0.70$$

எந்த இடத்திற்கு இடையில் உள்ள தொடர்பு  $\mu = 500$  மற்றும்  $X = 570$  வளைவில் 0.2580 க்கு சமமாக இருக்கும்.

$$\text{மற்றும் } Z = \frac{420 - 500}{100} = -0.80$$

எந்த இடத்திற்கு இடையில் உள்ள தொடர்பு  $\mu=500$  மற்றும்  $X=420$  வளைவில் அட்டவணை 0.281 க்கு சமமாக இருக்கும்.

எனவே, வளைவில் தேவையான பகுதி இடையே  $X=420$  மற்றும்  $X=570$  என்பது,  $(0.2580) + (0.2881) = 0.5461$

இது ஒரு நபரின் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட நிகழ்தகவு ஆகும் சீரற்ற முறையில் வருமானம் ₹ 420 ல் இருந்து ₹570 ஆக இருக்கும்.

தத்துவார்த்த நிகழ்தகவு வழங்கல்கள்

குறிப்புகள்

உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறிக

1. நிகழ்தகவு பகிர்வு வகைகளை பட்டியலிடுக.
2. பல்வேறு வகையான தனித்த மற்றும் தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு விநியோகம் பகிர்வுகளை பட்டியலிடுக.
3. பெர்னோலி நிகழ்முறை ஏன் பொருத்தமாக கருதப்படுகிறது?
4. இருசொற்பெயரிடு ஏற்படும் நிகழ்தகவு பற்றி எழுதுக.
5. பாய்ஸான் பரவல் எந்த நிலையில் பயன்படுத்தப்படுகிறது?

8.4 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்

1. இரண்டு விதமான நிகழ்தகவு வழங்கல், தனித்தனியான மற்றும் தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு வழங்கல்கள் ஆகும். வேறுபட்ட நிகழ்தகவு வழங்கல்கள், கருத்தில் உள்ள மாறி குறிப்பிட்ட நிகழ்தகவுகளுடன் மட்டுப்படுத்தப்பட்ட தனித்தன்மையான மதிப்புகள் மட்டுமே எடுக்க அனுமதிக்கப்படுகிறது. மறுபுறம், ஒரு தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு வழங்கல்கள், கொடுக்கப்பட்ட வரம்பில் எந்த மதிப்பையும் எடுத்துக்கொள்ள அனுமதிக்கப்படுகிறது.
2. தனித்தன்மை வாய்ந்த நிகழ்தகவு வழங்கல்கள், ஈருறுப்பு நிகழ்தகவு வழங்கல் மற்றும் பாய்ஸான் நிகழ்தகவு வழங்கல் என இரண்டு வகைகள் உள்ளன. தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு வழங்கல், இரண்டு வகையிலும் உள்ளது. அதாவது, அதிவேக நிகழ்தகவு வழங்கல் மற்றும் சாதாரண நிகழ்தகவு வழங்கல்களாகும்.
3. பெர்னோலியின் செயல்முறை அல்லது இருமை விநியோகம் சரியானதாக கருதப்படுகிறது மற்றும் பின்வரும் பண்புகள் இந்த செயல்முறையில் உள்ளன.
  - (a) இருசமயம்: ஒவ்வொரு சோதனைக்கும் இரண்டு பரஸ்பர பிரத்தியேகங்கள் மற்றும் சாத்தியமான முடிவுகள் உள்ளன. உதாரணமாக, தோல்வி அல்லது வெற்றி, ஆம் அல்லது இல்லை, தலைகள் அல்லது பூ முதலியன.
  - (b) நிலைப்புத்தன்மை: இதன் பொருள் எந்தவொரு சோதனைகளின் விளைபொருளும் அறியப்பட்டு, காலப்போக்கில் நிலையானதாக இருக்கும்.
  - (c) சுதந்திரம்: சோதனைகள் புள்ளிவிவரரீதியாக சுயாதீனமானவை. எவ்வாறாயினும், எந்தவொரு வழக்கு விசாரணையிலும் நிகழ்ந்த

சம்பவம் அல்லது நிகழ்வானது வேறு ஏதேனும் சோதனைகளில்  
நடப்பதைத் தடுக்கிறது.

4. ஈருறுப்பு வழங்கல்கள் நிகழ்தகவு செயல்பாடு கீழ் எழுதப்பட்டுள்ளது:

$$F(X_i = r) = {}^n C_r P^r q^{n-r}$$

$$r = 0, 1, 2, \dots, n$$

இங்கு,  $n$  = சோதனைகளின் எண்ணிக்கை.

$p$  = ஒரே சோதனைகளில் வெற்றிகரமான நிகழ்தகவு.

$q = (1 - p)$  = ஒற்றை விசாரணையில் தோல்வியின் நிகழ்தகவு.

$r = n$  சோதனையில் வெற்றிகளின் எண்ணிக்கை.

5. ஒரு நிகழ்வின் நிகழ்தகவு மிகவும் சிறியதாக இருக்கும் போது, பாய்ஸான் விநியோகம் வழங்கல் பயன்படுத்தப்படுகிறது, மேலும் தொடர்ச்சியான தொடரானது வரையறுக்கப்பட்ட எண்ணாக இருப்பதால் மிக பெரியது. இந்த விநியோகம் ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் அல்லது குறிப்பிட்ட பகுதியில்  $x$  நிகழ்வுகளுடன் தொடர்புடைய நிகழ்தகவுகளை கணக்கிடுவதற்கு பயன்படுகிறது.

## 8.5 சுருக்கம்

- ஈருறுப்பு வழங்கல்கள் ஒருவேளை தனித்துவமான வழங்கல்களுக்கு நன்கு அறியப்பட்டதாகும். இயல்பான வழங்கல் அல்லது  $Z$ -வழங்கல்கள் பெரும்பாலும் ஈருறுப்பு வழங்கல்களின் தோராயமாக பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- இருப்பினும், மாதிரி அளவு மிக அதிகமாக இருந்தால், பாய்ஸான் விநியோகம் இயல்பான வழங்கல்களை விட இருமடங்கு பரவலாக தத்துவ ரீதியாக, சரியாக மாற்றப்படுகிறது.
- பாய்ஸான் விநியோகம் மற்றும் இருமடங்கு வழங்கல் ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான பிரதான வேறுபாடுகளில் ஒன்று, இருமாதல் பரவலைப் பயன்படுத்தி தகுதி வாய்ந்த நிகழ்வுகள் ஆய்வு செய்யப்படுகின்றன. ஆனால், பாய்ஸானின் வழங்கல் மட்டுமே ஒரு குறிப்பிட்ட விளைவு கொண்ட வழக்குகளில் ஆய்வு செய்யப்படுகின்றன.
- எல்லாவற்றிற்கும் மேலாக சாதாரண நிகழ்தகவு வழங்கல் மிகவும் முக்கியமானது மற்றும் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படும் வழங்கல் ஆகும். ஏனெனில், அது பல வகையான சிக்கல்களில் பொருந்துகிறது.

## 8.6 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்

- தனித்த நிகழ்தகவு வழங்கல்: ஒரு குறிப்பிட்ட நிகழ்தகவு வழங்கலில் உள்ள மாறி, குறிப்பிட்ட நிகழ்தகவுகளோடு மட்டுப்படுத்தப்பட்ட தனித்தனி மதிப்புகள் மட்டுமே அனுமதிக்கப்படுகிறது.

- ஈருறுப்பு வழங்கல்கள்: இது தனித்துவமான சீரற்ற மாறி விவரிக்க பயன்படுகிறது. மேலும், இது பெர்னோலியின் செயல்முறை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.
- பாய்ஸான் வழங்கல்கள்: சிக்கல் தொடர்பான கடந்தகால சோதனைகள் குறித்த அனுபவபூர்வமான முடிவுகளை விவரிப்பதற்கு இது பயன்படுகிறது. வரிசைக் கோட்பாடு, சரக்கு கட்டுப்பாட்டு சிக்கல்கள் மற்றும் ஆபத்து மாதிரிகள் போன்றவை இந்த வழங்கல்களில் உள்ளன.

குறிப்புகள்

## 8.7 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்

குறு விடை வினாக்கள்:

1. நிகழ்தகவு வழங்கல்கள் மற்றும் நிகழ்தகவு செயல்பாடுகளை வரையறுக்க.
2. ஈருறுப்பு வழங்கல்கள் மற்றும் அதன் நடவடிக்கைகள் பற்றி விவரிக்க.
3. கொடுக்கப்பட்ட தரவுக்கு ஒரு இருமயமாதல் வழங்கல்கள் எப்படி பொருத்தப்படும்?
4. பாய்ஸான் வழங்கல்கள் மற்றும் அதன் முக்கிய நடவடிக்கைகளை விவரிக்க.
5. பாய்ஸானின் பகிர்வானது ஈருறுப்பு பகிர்வின் தோராயமாக இருக்கலாமா என விளக்குக.

நெடு விடை வினாக்கள்:

1. (a) பெர்னோலியின் செயல்முறையின் அர்த்தத்தையும் மற்றும் அதன் முக்கியத்துவத்தையும், பண்புகளையும் விளக்குக.  
(b) நிகழ்தகவு வழங்கல் பயன்படுத்த சில குறிப்பிட்ட சூழல்களில் விவரிக்க சில உதாரணங்கள் கொடுக்கவும்.
2. ஈருறுப்பு, பாய்ஸான் மற்றும் இயல்பான நிகழ்தகவு விநியோகம் ஆகியவற்றின் தனித்துவமான அம்சங்களைக் குறிப்பிடுங்கள். ஒரு இருமயமான விநியோகம் எப்போது சாதாரணமாக மாறும் மற்றும் பாய்ஸான் விநியோகம்? விளக்குக..
3. பின்வரும் நிகழ்தகவு வழங்கல்கள் இருக்கும் சூழ்நிலைகளை விளக்குக:
  - (a) ஈருறுப்பு வழங்கல்கள்
  - (b) பாய்ஸான் வழங்கல்கள்
  - (c) அளவுகோல் வழங்கல்கள்
  - (d) சாதாரண வழங்கல்கள்
4. ஒரு பக்கத்தில் பின்வரும் தவறுகள் ஒரு புத்தகத்தில் காணப்பட்டன:

தவறுகள் எண்ணிக்கை பக்கம்	தவறான நேரத்தின் எண்ணிக்கை
0	211
1	90
2	19

தத்துவார்த்த நிகழ்தகவு  
வழங்கல்கள்

3	5
4	0
	மொத்தம் 345

குறிப்புகள்

மேலே கொடுக்கப்பட்ட தரவுக்கு பாய்ஸான் வழங்கல்கள் பொருத்தப்பட்டு, மற்றும் அதன் நன்மைகளை சோதிக்கவும்

5. பின்வரும் தரவிற்கு சாதாரண வழங்கல்களை பொருத்துக:

உயர அங்குலம்	அதிர்வெண்
60-62	5
63-65	18
66-68	42
69-71	27
72-74	8

### 8.8 மேலும் படிக்க

தாஹா, H.A. 2006. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி: ஒரு அறிமுகம், 8வது பதிப்பு. புதுடில்லி: ப்ரிண்ட்ஸ்-ஹால் இந்தியா.

ஜென்சன், பவுல் A., மற்றும் ஜொனாதன் F. பார்ட் 2003. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி மாதிரிகள் மற்றும் முறைகள். நியூயார்க்: ஜான் வில்லி & மகன்கள்.

குப்தா, P.K., மற்றும் D.S. ஹிரா. 2002. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி அறிமுகம். புதுடில்லி: S. சந்த் & கோ.

கோத்தாரி, C.R. 1982. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி ஒரு அறிமுகம். புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

கலாவதி, S, 2013. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி, 4வது பதிப்பு. புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

## அலகு 9 தீர்வு கண்டறிய செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி

குறிப்புகள்

### அமைப்பு

- 9.0 அறிமுகம்
- 9.1 நோக்கங்கள்
- 9.2 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி: விளக்கம், பின்னணி மற்றும் வளர்ச்சி
  - 9.2.1 அளவு முறைகளின் இயற்கை மற்றும் குணாதிசயங்கள்
  - 9.2.2 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் வளர்ச்சி
- 9.3 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் தீர்வு காணலுக்கான கருவி
  - 9.3.1 அளவு முறைகளின் நன்மைகள்
- 9.4 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் கல்வி கட்டங்கள்
  - 9.4.1 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் மாதிரிகள் மற்றும் தீர்வை பெறுவதற்கான முறைகள்
  - 9.4.2 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் வரம்புகள்
- 9.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 9.6 சுருக்கம்
- 9.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 9.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 9.9 மேலும் படிக்க

### 9.0 அறிமுகம்

இந்த அலகில், நீங்கள் முடிவு செய்ய மிகவும் சக்திவாய்ந்த கருவியாக செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி (அல்லது) பற்றி கற்றுக்கொள்ளலாம். J.F. மெக்லோஸ்கி மற்றும் F.N. ட்ரெபித்தேன் ஐக்கிய இராச்சியத்தின் பெளட்செயில் செயல்பாடுகள் பற்றிய ஆய்வு நடத்தப்பட்டது. இந்த புதுமையான விஞ்ஞானம் இரண்டாம் உலகப் போரின்போது, ஒரு குறிப்பிட்ட இராணுவ நிலைமைக்கு, இராணுவ நிர்வாகம் ஒரு ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட மற்றும் முறைப்படுத்தப்பட்ட விஞ்ஞானம் என்ற முறையில் இராணுவ வளங்களை உகந்த நுகர்வு அணுகுமுறைகளின் அடிப்படையில் கோரிய போது செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி செயல்படுத்தப்பட்டது. இது செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி அல்லது செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி என கூறப்பட்டது. எனவே, OR போர்க்களத்தில் போரிடாமல் அல்லது போராடியோ ஒரு போரை வெல்லும் திறன் என்று அறியப்பட்டது. இது அறிவியல் மற்றும் நிர்வாக பயன்பாடு புதிய துறையில் உள்ளது.

பயன்பாடுகளின் பல்வேறு கட்டங்கள்- ஒரு கணித மாதிரியை உருவாக்குதல், மாதிரியில் இருந்து விளைவைப் பெறுதல், சோதனை மற்றும் மாதிரியை புதுப்பித்தல், இறுதி வெளியீடு அல்லது தீர்வை கட்டுப்படுத்துதல்

குறிப்புகள்

போன்ற சிக்கல்களை செயல்படுத்துதல் மற்றும் வடிவமைத்தல் ஆகும். குறைந்த மாதிரிகள் மற்றும் குறைந்தபட்ச மாறுபாடுகளுடன் அதன் சட்டத்தில் ஏதாவது மாற்றங்களைச் செய்யாமல் ஒரு புதிய வடிவமைப்பிற்கு உழைக்கும் திறன் கொண்ட ஒரு சிறந்த மாதிரியின் தேவைகளைப் பற்றி நீங்கள் அறிந்து கொள்வீர்கள், மேலும் சிக்கலை தீர்க்க அசாதாரண நேரத்தை எடுக்கக்கூடாது.

### 9.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகை நீங்கள் படித்து முடித்த பின்பு உங்களால்::

- ஆராய்ச்சியின் வரையறைகளை (OR) பற்றி புரிந்து கொள்ள முடியும்.
- OR வளர்ச்சியை வரையறை செய்ய முடியும்
- OR ன் தன்மை மற்றும் பண்புகளை பகுப்பாய்வு செய்ய முடியும்
- OR முடிவெடுப்பதை ஒரு கருவியாக விவரிக்க முடியும்
- OR அல்லது நிர்வாகத்திற்கு இடையிலான தொடர்பை விவரிக்க முடியும்.
- கட்டங்கள் மற்றும் பயன்பாடுகளைப் பற்றி தெரிந்து கொள்ள முடியும்
- ஒரு நல்ல மாதிரியின் தேவைகளை புரிந்து கொள்ள முடியும்
- அளவு முறைகளின் நலன்களையும் வரம்புகளையும் பற்றி விவாதிக்க முடியும்

### 9.2 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி : விளக்கம், பின்னணி மற்றும் வளர்ச்சி

ஐக்கிய இராச்சியத்தில் பௌட்செய் என்ற சிறிய நகரில் J.F மெக்லோஸ்கி மற்றும் F.N. ட்ரெஃபென் இவர்களால் 1940 ஆம் ஆண்டில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி முதன் முதலில் செயல்படுத்தப்பட்டது. இரண்டாம் உலகப் போரின்போது, இராணுவ நிர்வாகம் பல்வேறு துறைகளிலிருந்து விஞ்ஞானிகளை அழைத்து, காற்று மற்றும் நிலப் பாதுகாப்பு தொடர்பான போர்திறஞ்சார்ந்த மற்றும் தந்திரமான சிக்கல்களை தீர்க்க உதவும் வகையில் அவர்களை அணிக்காக ஏற்பாடு செய்தது. இராணுவ நோக்கங்களை உகந்த முறையில் பயன்படுத்துவதற்கும், இந்த முடிவுகளை திறம்பட செயல்படுத்துவதற்கான முயற்சிகளிலிருந்தும் முடிவுகளை எடுக்க இராணுவ உத்தரவுகளை வழங்குவதற்கான திட்டங்களை உருவாக்குவதே அவர்களின் நோக்கமாகும். இந்த அமைப்பின் செயல்பாடுகளை முறையாக அறிவியல் ஆய்வுகள் மேற்கொள்வதால் இந்த புதிய அணுகுமுறையானது செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி என அழைக்கப்படுகிறது. ஆகையால், உண்மையில் 'போரிடாமல் போரை வெற்றி பெறும் ஒரு கலையில்' OR தொடர்பு கொள்ளலாம்.

#### வரையறைகள்:

செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி (OR) பல்வேறு வழிகளில் இதுவரை வரையறுக்கப்பட்டுள்ளன, இது ஒரு சில அதிகார வழியில் வரையறுக்கப்பட்டு இன்னும் இளமையாக இருக்கிறது. OR-ஆல் சீராக ஏற்றுக்கொள்ளக்கூடிய



வரையறைகளை வழங்க முடியாது. இந்த செயல்முறையின் OR வளர்ச்சியின்படி அவை மாற்றப்பட்டுள்ளன. எனவே வரையறை பற்றிய சில கருத்துகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

தீர்வு கண்டறிய செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி

OR என்பது கட்டுப்பாட்டுத் துறையினரின் கட்டுப்பாட்டின் கீழ் மேற்கொள்ளப்படும் நடவடிக்கைகள் பற்றிய முடிவுகளுக்கு ஒரு அளவிலான அடிப்படையை வழங்கும் விஞ்ஞான முறையாகும்.

குறிப்புகள்

(மோர்ஸ் மற்றும் கிம்பால் (1946)).

OR முடிவுகளின் பகுப்பாய்வு மற்றும் புறநிலை அடிப்படையில் வழங்கும் மற்றொரு அறிவியல் முறை ஆகும்.

(P.M.S. பிளாகெட் (1948)).

OR முடிவு செய்ய ஒரு ஒலி அறிவியல் மற்றும் அளவு அடிப்படையில் நிர்வாகி வழங்க ஒரு நிறுவனத்தின் அடிப்படை கட்டமைப்பு பண்புகளின் செயல்பாடுகள் மற்றும் உறவுகள் ஒரு திட்டமிட்ட முறை சார்ந்த ஆய்வு ஆகும்.

(E.L. அர்னோட் மற்றும் M.J. நெட்ஜோர்ஜ்).

OR நிர்வாகத்திற்கு சிக்கலை தீர்ப்பது ஒரு அறிவியல் அணுகுமுறை ஆகும்.

(H.M. வாக்னர்).

OR என்பது அறிவியல் பகுப்பாய்வு முறையின் அடிப்படையில் உள்ள அளவு தகவல்களை வழங்குவதன் மூலம் அவரது முடிவுகளை எடுப்பதில் ஒரு உதவியாக உள்ளது.

(C. கிட்டி)

OR என்பது வரையறுக்கப்பட்ட வளங்களை சிறந்த முறையில் பயன்படுத்தும் நோக்கத்திற்காக பலதுறை குழு முயற்சியின் மூலம் உள்ள விஞ்ஞான அறிவு ஆகும்.

(H.A. தாஹா).

இங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ள பல்வேறு இலக்கணங்கள், செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியில் பின்வரும் முக்கிய தன்மைகளை கொண்டு வருகின்றன:

- (i) முறைமை நோக்குநிலை
- (ii) பலதுறை விதிகளைப் பயன்படுத்துதல்
- (iii) அறிவியல் முறைகளின் பயன்பாடு
- (iv) மறைக்கப்படாத புதிய பிரச்சனைகள்
- (v) அளவு தீர்வுகள்

குறிப்புகள்

செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சிகளின் நோக்கங்கள்:

பொருளாதார வல்லுநர்கள், புள்ளிவிவர வல்லுநர்கள், நிர்வாகிகள் மற்றும் தொழில்நுட்பக் குழுக்கள் இணைந்து பாதுகாப்பு பிரச்சினைகளை தீர்ப்பதற்கு OR அணுகுமுறையை பயன்படுத்துவதன் மூலம் பெரும் வாய்ப்பாக உள்ளது. இது தவிர, மற்ற பல முக்கிய துறைகளில் OR பயனுள்ளதாக உள்ளது:

- (i) வேளாண்மை
- (ii) நிதி
- (iii) கைத்தொழில்
- (iv) சந்தைப்படுத்தல்
- (v) பணியாளர் மேலாண்மை
- (vi) உற்பத்தி மேலாண்மை
- (vii) ஆராய்ச்சி மற்றும் வளர்ச்சி

நடவடிக்கைகளின் ஆய்வுகள்:

OR இன் ஆராய்ச்சியில் பின்பற்ற வேண்டிய செயல்முறையானது பின்வரும் முக்கிய கட்டங்களை உள்ளடக்கியது:

- (i) சிக்கலை தொகுத்து
- (ii) கணித மாதிரியை உருவாக்குதல்
- (iii) மாதிரியிலிருந்து தீர்வு பெறுதல்
- (iv) மாதிரி மற்றும் அதன் தீர்வை பரிசோதித்தல் (மாதிரியை புதுப்பித்தல்)
- (v) தீர்வு கட்டுப்படுத்தல்
- (vi) நடைமுறைப்படுத்தல்

9.2.1 அளவு முறைகளின் தன்மை மற்றும் சிறப்பியல்புகள்

OR பற்றிய வரையறைகள் அடிப்படை அம்சங்களை பொறுத்து செயல்முறை ஆராய்ச்சியை பலதுறை குழுக்கள் மூலம் அறிவியல் முறை பயன்பாடு, ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட (மனித இயந்திரம்) அமைப்புகள் தொடர்பான பிரச்சினைகள் ஒட்டுமொத்த அமைப்பின் நோக்கங்களின் சிறப்பாக பரிமாறும் தீர்வுகளை அளிக்க உள்ளது.

வெவ்வேறு பண்புகளின் OR அளவு முறைகளை பின்வருமாறு தொகுத்துக் கூறலாம்:

1. பலதுறை குழு அணுகுமுறை: செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி பண்புகள் கணிதம், புள்ளியியல், பொருளாதாரம், பொறியியல், இயற்பியல் போன்ற பல்வேறு துறைகளில் இருந்து வரையப்பட்ட விஞ்ஞானிகள் குழு மூலம் மேற்கொள்ளப்படுகிறது. இதன் அடிப்படையில் இது ஒரு பலதுறை குழு அணுகுமுறை ஆகும். மற்றொன்று, குழுவின் கண்ணோட்டத்தில் ஒவ்வொரு உறுப்பினரும் பயன் பெறுகின்றனர்.

இத்தகைய கூட்டு ஆய்வின் மூலம் பெறப்பட்ட சோதிக்கத்தக்க தீர்வு, நிர்வாகத்தின் மூலம் ஏற்றுக் கொள்வதற்கு அதிக வாய்ப்புகள் உள்ளன.

2. அமைப்பு அணுகுமுறை: செயல்பாடு ஆராய்ச்சியானது, ஒட்டுமொத்த அமைப்பை வலியுறுத்துகிறது. OR-ன் குணாதிசயம் பெரும்பாலும் முறைமை சார்பு என குறிப்பிடப்படுகிறது. ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட அமைப்புகளில் எந்த ஒரு பாகத்தின் செயல்பாடும் இறுதியில் ஒவ்வொரு பகுதியிலும் சில விளைவை ஏற்படுத்தும் என்பதை அடிப்படையாக கொண்டது. ஆனால் இந்த விளைவுகள் எல்லாம் முக்கியத்துவத்தை கண்டுபிடிக்கும் திறன் வாய்ந்ததாக இல்லை. எனவே, அமைப்பு சார்பு சாராம்சம் நிறுவனத்தின் எந்தப் பகுதியையும் மதிப்பீடு செய்யும் நடவடிக்கைகளில் குறிப்பிடத்தக்க தொடர்புகளை திட்டமிட்டு தேடுவதை போல் உள்ளது. OR-ல் உள்ள அனைத்து முக்கிய விளைவுகளையும் கணக்கில் எடுத்துக் கொண்டு அவற்றை முழுமையாக மதிப்பிட முயற்சி மேற்கொள்ளப்படுகிறது. எனவே, அமைப்பு சார்பு சாராம்சம் நிறுவனத்தின் எந்தப் பகுதியையும் மதிப்பீடு செய்யும் நடவடிக்கைகளில் குறிப்பிடத்தக்க தொடர்புகளை திட்டமிட்டு தேடுவது போல் உள்ளது. OR-ல் உள்ள அனைத்து முக்கிய விளைவுகளையும் கணக்கில் எடுத்துக் கொண்டு அவற்றை முழுமையாக மதிப்பிட முயற்சி மேற்கொள்ளப்படுகிறது. எனவே, OR இந்த மொத்த முறையை சரியான முடிவுகளாக கருதுகிறது.
3. தீர்வு தரத்தை மேம்படுத்த உதவுகிறது: செயல்பாடு ஆராய்ச்சியானது சரியான பதில்களையும் அல்லது தீர்வுகளையும் அளிக்க இயலாது. மற்றபடி மோசமான பதில்களை கொடுக்கும் பிரச்சனைகளுக்கு இது மோசமான விடைகளை மட்டுமே அளிக்கிறது. எனவே, OR என்பது தீர்வின் தரத்தினை மேம்படுத்த உதவுகிறது ஆனால் இது ஒரு சரியான தீர்வாக இல்லை.
4. அறிவியல் முறை: செயல்முறை ஆராய்ச்சிகள் சரியான தீர்வுகளை வழங்குவதன் மூலம் சிக்கலான பிரச்சனைகள் அறிவியல் மற்றும் முறையான தாக்குதல்களை உள்ளடக்கியது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், செயல்பாடு ஆராய்ச்சி அல்லது OR என்பது அறிவியல் ஆராய்ச்சியின் நுட்பங்களை பயன்படுத்துகிறது. எனவே, OR இரு அம்சங்களையும் புரிந்துகொள்கிறது. அதாவது, ஆய்வு முடிவுகளை விண்ணப்பிக்கும் நோக்கத்தில், இயக்க முறைமைகள் மற்றும் தொடர்புடைய பொறியியல் செயல்பாடுகளின் நிகழ்வுகள் பற்றிய அறிவியல் ஆராய்ச்சிகள் இதில் அடங்கும்.
5. இலக்கு சார்ந்த உகந்த தீர்வு: செயல்முறைகள் ஆராய்ச்சி கொடுக்கப்பட்ட கட்டுப்பாட்டுக்கு நன்கு வரையறுக்கப்பட்ட செயல்பாட்டுத் தன்மையை மேம்படுத்த முயற்சிக்கிறது, மேலும் இது உகந்ததாகக் கோட்பாட்டோடு தொடர்புடையது.
6. மாதிரிகளின் பயன்பாடு: செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி ஒரு கொடுக்கப்பட்ட பிரச்சனை பற்றிய மாறிகளின் அளவீடு மூலம் கட்டப்பட்ட மாதிரியைப் பயன்படுத்துகிறது, மேலும் இது ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தீர்வு உத்திகளை பயன்படுத்தி மாதிரியில் இருந்து ஒரு தீர்வானது

குறிப்புகள்

## குறிப்புகள்

பெறப்படுகிறது. ஒரு மாதிரி சோதனைகளை நடத்துவதன் மூலம் அல்லது கணித ஆய்வின் மூலம் ஒரு தீர்வை பிரித்து எடுக்கலாம். நிர்வாகத்தின் நோக்கம் அதன் கொள்கைகள் மற்றும் செயல்களை தீர்மானிக்க உதவுகிறது.

7. நிர்வாகத்தின் தேவைகள்: சிக்கல்களின் மாற்று தீர்வுகளின் செலவுகள் மற்றும் விளைவுகளை மதிப்பிடுவதற்கான பரிசோதனை செயல்திட்டத்திற்கான செயல்பாட்டின் பகுதியாக செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி தேவைப்படுகிறது. இது சாத்தியமான பல மாற்று மத்தியில் இருந்து மாற்று தேர்வு தயாரிப்பாளர்களின் நோக்கமாக இருக்க வேண்டும்.

8. சிக்கலை குறைக்கிறது: செயல்திறன் ஆராய்ச்சி வியாபார நடவடிக்கைகளின் சிக்கலைக் குறைக்க முயற்சிக்கிறது, செயல்திறன் சிக்கலை சரிசெய்வதில் நிர்வாகிக்கு உதவுகிறது, உண்மையான நடைமுறையில் சோதனைக்கு மிகவும் விலையுயர்ந்த மற்றும் சிக்கலானதாக இருக்கும் புதுமைகளைப் பரிசீலிக்க உதவுகிறது.

மேலே கூறப்பட்டபடி, OR ஒரு விஞ்ஞானம் மற்றும் ஒரு கலை என்று கருதப்பட வேண்டும். எனவே, அறிவியல் OR தகுந்த முடிவு சிக்கல்களை தீர்க்க கணித உத்திகள் மற்றும் வழிமுறைகளை வழங்குகிறது. OR என்பது ஒரு கலை. ஒரு பிரச்சனையின் தீர்வுக்கு முன்னும் பின்னும் வெற்றிபெறும் அனைத்து கட்டங்களிலும் வெற்றிபெறுவது ஆய்வாளர்களை உருவாக்கும் முடிவின் படைப்பாற்றல் மற்றும் தனிப்பட்ட திறனைப் பொறுத்தே அமையும்.

### 9.2.2 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் வளர்ச்சி

இரண்டாம் உலகப் போரின்போது, இராணுவ சூழலில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி (OR) என்ற தலைப்பு உருவாக்கப்பட்டது, இது பிரிட்டிஷ் அறிவியலாளர்களால் முன்னோடியாக இருந்தது. அந்நேரத்தில் இங்கிலாந்தில் இராணுவ முகாமைத்துவம் விஞ்ஞானிகளின் ஒரு குழுவை நியமித்தது. நாட்டின் விமான மற்றும் நில பாதுகாப்பிற்கான போர்த்திறஞ்சார்ந்த மற்றும் தந்திரமான பிரச்சினைகளை சமாளிக்க விஞ்ஞானிகள் முயற்சி செய்தனர். ஆய்வறிக்கை நடத்துவதற்கான முக்கிய காரணம், அவர்கள் மிகவும் குறைந்த இராணுவ வளங்களைக் கொண்டுள்ளதாகும். எனவே, இந்த வளங்களைப் பயன்படுத்துவதற்கான மிகச் சிறந்த வழிமுறையைத் தீர்மானிக்க வேண்டியது அவசியம். பெயர் குறிப்பிடுவது போல், செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி வெளிப்படையாக இருந்தது. எனவே, குழுவானது இராணுவ நடவடிக்கைகளின் ஆராய்ச்சியை மேற்கொண்டது. விஞ்ஞானிகள் பல்வேறு சிக்கல்களைப் ஆராய்ந்து நடவடிக்கைகளின் அளவு ஆய்வுகளின் அடிப்படையில் குறிப்பிடத்தக்க வெற்றியைக் காட்டிய சில அணுகுமுறைகளை பரிந்துரைத்தனர். கணிதம், இயற்பியல், உயிரியல், உளவியல் மற்றும் பிற உடல் அறிவியல் போன்ற பல்வேறு துறைகளிலிருந்து பெறப்பட்ட பணியாளர்கள் பிரிட்டிஷ் நடவடிக்கை ஆராய்ச்சி குழுவால் பெறப்பட்ட ஊக்கமளிக்கும் முடிவுகள், அமெரிக்காவின் இராணுவ நிர்வாகத்தில் இதேபோன்ற நடவடிக்கைகளைத் தொடங்க விரைவாக ஊக்குவித்தன. அமெரிக்க அணிகளின் வெற்றிகரமான கண்டுபிடிப்புகள் புதிய விமானத்

திட்டங்களின் வளர்ச்சி, கடல் சுரங்கத் திட்டத்தைத் திட்டமிடுதல் மற்றும் மின்னணு சாதனங்களை பயனுள்ள முறையில் பயன்படுத்துதல் ஆகியவை உள்ளடங்கியது. கனடா மற்றும் பிரான்ஸ் நாடுகளில் இதே போன்று OR அணிகள் செயல்பட ஆரம்பித்தன. இந்த OR அணிகள் வழக்கமாக செயல்பாட்டு செயல்திட்டங்களுக்கு ஒதுக்கப்பட்டன, மேலும் அவற்றின் பணி UK மற்றும் ஐக்கிய மாகாணங்களில் ஒரு செயல்பாட்டு பகுப்பாய்வு, செயல்பாடுகள் மதிப்பீடு, செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி, அமைப்பு பகுப்பாய்வு, அமைப்பு மதிப்பீடு மற்றும் அமைப்பு ஆராய்ச்சி ஆகியவை செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி என அறியப்பட்டது. 'செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி' அல்லது OR என்பது முறைமை முறை மற்றும் விஞ்ஞான ஆய்வு ஆகியவற்றின் அடிப்படையில் உலகம் முழுவதிலும் ஒரு நாள் பரவலாக பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஐம்பது வரையில் OR முக்கியமான இராணுவ நோக்கங்களுக்காக மட்டுமே பயன்படுத்தப்பட்டது.

குறிப்புகள்

இரண்டாம் உலகப் போர் முடிந்த பின்னர், இராணுவ அணிகளின் வெற்றி, அவர்களுடைய சிக்கலான நிர்வாகப் பிரச்சினைகளுக்கு தீர்வுகளை கோரும் தொழில்துறை மேலாளரின் கவனத்தை ஈர்த்தது. யுத்த முடிவில் செலவு பாதுகாப்பு பற்றிய ஆராய்ச்சி பிரிட்டனில் குறைந்து விட்டன. இதன் விளைவாக தொழில்துறை மேலாளர்கள் போரில் சேதமடைந்த பிரிட்டனின் பெரும்பாலான உற்பத்தி தொழிற்சாலைகள் மற்றும் ஆலைகளை மீளக் கட்டிடவும் அவசியத்தை எதிர்கொண்ட நேரத்தில், ஒரு காலத்தில் இராணுவத்தில் இருந்து பல செயற்பாடுகளை ஆராய்ச்சி தொழிலாளர்கள் விடுதலை செய்வதற்கு வழிவகுத்தது. அத்தகைய தொழில்களில் உள்ள நிர்வாகிகள் கூறிய செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி தொழிலாளர்களிடம் உதவி கோரினர். ஆனால் அமெரிக்காவில் பெரும்பாலான போர் அனுபவம் வாய்ந்த செயல்பாடுகளில் ஆராய்ச்சிப் பணியாளர்கள் இராணுவப் பணியில் இருந்தனர். இதன் விளைவாக பாதுகாப்பு ஆராய்ச்சி மற்றும் போரின் முடிவில் ஆராய்ச்சிகள் விரிவடைந்தன. 1950 களின் முற்பகுதியில் தான், அமெரிக்காவின் தொழில் நடவடிக்கைகளில் உட்செலுத்தத் தொடங்கியது தொழில்துறை சார்ந்த தொழில்நுட்ப முன்னேற்றங்கள் கொரிய மோதலின் வெடிப்பு காரணமாக தோற்றுவிக்கப்பட்டு அதிக உற்பத்திக்கு அதிகரித்த கோரிக்கைகளுக்கான அழுத்தத்தின் கீழ் ஆராய்ச்சியாளர் பணியாற்றினர். இவ்வாறு, OR 1950 ஆம் ஆண்டு முதல் அமெரிக்காவில் தொழில்துறையை உருவாக்க தொடங்கியது. 1953 ஆம் ஆண்டில் அமெரிக்காவின் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி சமுதாயம் அமைக்கப்பட்டது, 1957 இல் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி சங்கங்களின் சர்வதேச கூட்டமைப்பு நிறுவப்பட்டது. OR உடன் தொடர்புடைய பல்வேறு குறிப்பேடுகள், மத்தியில் 50 ஆண்டுகளுக்குப் பின் பல்வேறு நாடுகளில் தோன்ற ஆரம்பித்தன. பல்வேறு பல்கலைக்கழகங்கள் மற்றும் பிற கல்வி நிறுவனங்களில் OR-இன் பாடநெறிகள் மற்றும் பாடத்திட்டங்கள் அமெரிக்காவில் அதிகரித்தன. மற்ற நாடுகளும் விரைவாக இதைப் பின்பற்றின. தாமதமாக ஐம்பதுகளின் பின்னர், வணிக மற்றும் தொழில்துறை பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்கு செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி பயன்படுத்தப்பட்டது. மின்னணு தரவு செயலாக்கம் (EDP) முறைகள் அறிமுகம் அல்லது நுட்பங்களைப் பயன்படுத்துவதற்கான நோக்கத்தை மேலும் விரிவாக்கியது. ஒரு இலக்கமுறை கணினி உதவியுடன், பல சிக்கலான பிரச்சினைகளை தினசரி அடிப்படையில் ஆய்வு செய்யலாம். இதன் விளைவாக பல தொழில்துறை நலன்களை தங்களது வழக்கமான

முடிவெடுக்கும் நடைமுறைகளுக்காக ஒரு ஒருங்கிணைந்த முடிவெடுத்தல் கருவியாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

### இந்தியாவில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி

#### குறிப்புகள்

இன்றைய தினங்களில் இந்திய வணிகத்திலும், தொழில் நிறுவனத்திலும் OR பாதிப்பு பல பகுதிகளில் உணரப்படலாம். ஏராளமான மேலாண்மை ஆலோசனை நிறுவனங்கள் சமீபத்தில் OR செயல்பாடுகளில் ஈடுபட்டுள்ளன. இராணுவ மற்றும் வணிகப் பயன்பாடுகளுக்கிடையில், செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி நடவடிக்கைகள் போக்குவரத்து அமைப்புகள், நூலகங்கள், மருத்துவமனைகள், நகர திட்டமிடல், நிதி நிறுவனங்கள் போன்றவை அடங்கும். கணினிகளை அதிக அளவில் பயன்படுத்துவதன் மூலம் செயல்பாட்டு நுட்பங்கள் நமது நாட்டில் குறிப்பிடத்தக்க பங்கு வகிக்க ஆரம்பித்துள்ளன. டெல்லி துணி ஆலை, இந்திய ரயில்வே, இந்திய விமான நிலையம், இந்துஸ்தான் லிவர், டாட்டா இருப்பு மற்றும் எ.ஃ.கு நிறுவனம், உரம் நிறுவனம் மற்றும் இதே போன்ற தொழிற்சாலைகளின் சிக்கல்களைத் தீர்ப்பதற்கும் முடிவுகளை எடுப்பதற்கும் நடவடிக்கை ஆராய்ச்சி நுட்பங்களை பயன்படுத்துகின்றன.

வரலாற்று ரீதியாக, 1949 இல் ஹைதராபாத்தில் உள்ள பிராந்திய ஆராய்ச்சி ஆய்வுக்கூடத்தில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி பிரிவு அமைக்கப்பட வேண்டும் என்பதற்காக சுதந்திரம் அடைந்த பிறகு இந்தியாவில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி தொடங்கப்பட்டது. தேசிய திட்டமிடல் மற்றும் ஆய்வில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி நுட்பங்களைப் பயன்படுத்துவதற்காக கல்கத்தா, இந்திய புள்ளிவிவர நிறுவனம் (ISI) 1953 ஆம் ஆண்டில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி பிரிவு நிறுவப்பட்டதுடன் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி நடவடிக்கைகள் அதிகரித்தன. 1957 ல் இந்தியாவின் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி சங்கம் அமைக்கப்பட்டது, இச்சங்கம் 1960 இல் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி சங்கங்களின் சர்வதேச கூட்டமைப்புடன் இணைந்தது. இந்தியாவில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி நடவடிக்கைகளின் வளர்ச்சிக்காக பல வழிகளில் சமூகங்கள் உதவியதுடன், 1963 ஆம் ஆண்டு முதல் 'OPSEARCH' என்ற தலைப்பில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி ஆய்வு நடத்தியது. மேலும், இந்திய தொழிற்துறை பொறியியலாளர்கள் இந்தியாவில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி மற்றும் அதன் குறிப்பேடுகளான 'தொழிற்துறை பொறியியல்' மற்றும் 'மேலாண்மை' ஆகியவை நாட்டில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி தொடர்பான முக்கிய குறிப்பேடுகள் உள்ளது. நமது நாட்டில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியை மேற்கொள்கின்ற பிற முக்கிய குறிப்பேடுகள் தேசிய உற்பத்தித்திறன் மன்றத்தின் குறிப்பேடு, இந்தியாவின் பொருட்கள் மேலாண்மை குறிப்பேடு மற்றும் பாதுகாப்பு அறிவியல் குறிப்பேடு ஆகும். நாட்டில் OR செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி நிபுணர்களின் தேவைகளை பூர்த்தி செய்வதற்காக செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி துறையில் பயிற்றுவிக்க மற்றும் உற்பத்தி செய்யும் பல நிறுவனங்கள் உள்ளன..

இந்தியாவில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி பயன்பாட்டைப் பொறுத்தவரை, பேராசிரியர் P.C. மஹலனோபிஸ் ISI, கல்கத்தாவில் முதன்முதலில் முக்கியமான பயன்பாடு ஒன்றைச் செய்தார். OR உதவியுடன் நமது நாட்டில் இரண்டாவது ஐந்தாண்டு திட்டமானது, நாட்டின் பொருளாதாரத்தின் தேவைக்கு தேவையான தேவையைப் பூர்த்தி செய்வதற்கு, வளங்களின் கிடைக்கும் தன்மை மற்றும் சிக்கலான திட்டத்தை திட்டமிடுவதற்கு, செயல்பாட்டு

ஆராய்ச்சி நுட்பத்தின் உதவியுடன் உருவாக்கியுள்ளார். உணவில் தன்னிறைவு அடைந்து இந்தியாவின் உணவு பரிமாற்ற பிரச்சினைகளை 15 சதவிகிதம் வீணாக்குவதன் மூலம், இந்தியாவைத் தக்க வைத்துக் கொள்ள முடியும் என மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி ஆணையம் இந்திய விமான நிறுவனத்தின் காரவெல்லே கப்பற்படையின் உகந்த அளவு திட்டமிடுவதற்காக OR செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி நுட்பங்களைப் பயன்படுத்துகிறது. கிரலோஸ்கர் நிறுவனமானது தங்கள் விற்பனையாளர்களை பல்வேறு இடங்களுக்கு ஒதுக்கீடு செய்வதற்கான பணிக்கான மாதிரிகள் பயன்படுத்தியதன் மூலம் அவர்கள் இலாபத்தை அதிகரிக்க முடிந்தது. நேரான நிரலாக்க (LP) மாதிரிகள், குறைந்தபட்ச சாத்தியமான செலவில் பல்வேறு டீசல் என்ஜின்கள் அமைக்க அவர்களால் பயன்படுத்தப்பட்டது. பினி, DCM, காலிகோ போன்ற பல பருத்தி நூல் தலைவர்கள், பருத்தி கலவையில் நேரியல் நிரலாக்க நுட்பங்களைப் பயன்படுத்துகின்றனர். யூனியன் கார்பைடு, ICI, TELCO, இந்துஸ்தான் லிவர் போன்ற பல நிறுவனங்கள் தங்கள் சிக்கலான பல வணிக பிரச்சனைகளை தீர்க்கும் OR செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி நுட்பங்களை பயன்படுத்தி வருகின்றன. இந்திய மாநில வாணிப கழகம் (STCI) ஒரு மேலாண்மை அறிவியல் குழு அமைக்க மற்றும் அதன் மேலாண்மை முடிவு சிக்கல்களை தீர்க்க OR செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி தொழில்நுட்பங்கள் பயன்படுத்துகிறது. மேலும், பல பல்கலைக்கழகங்கள் மற்றும் தொழில் கல்வி நிறுவனங்கள் நமது நாட்டில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியில் பயிற்சி அளித்து வருகின்றன. இதுபோன்ற நிறுவனங்களின் OR படிப்புகளில், செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி என்ற பாடம் சேர்க்கப்பட்டுள்ளது. ஆனால் மேற்கத்திய உலகம் ஒப்பிடுகையில் நம் நாட்டில் தற்போதைய செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி மிகவும் பின்தங்கி உள்ளது. செயல்முறைகள் ஆராய்ச்சி நடவடிக்கைகள் மிகவும் வரையறுக்கப்பட்டது மற்றும் பெரிய ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட தொழிற்சாலைகளுக்கு மட்டுமே உள்ளது. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி மிகவும் பிரபலமான நடைமுறை பயன்பாடு முக்கியமாக நேரியல் நிரல் ஆகும். நன்கு பயிற்சி பெற்ற செயல்பாட்டு ஆய்வாளர்களின் உறவினர் பற்றாக்குறை உள்ளது. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் பயன்பாடு ஒப்பீட்டளவில் மிகவும் விலையுயர்ந்த விவகாரம் ஆகும். பல வரையறைகளை மீறி, நமது தொழிலதிபர்கள் படிப்படியாக செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் பங்களிப்பை உணர்ந்துள்ளனர். இது போன்ற நுட்பங்கள் வரும் ஆண்டுகளில் இத்தகைய உத்திகள் இந்திய வணிகத்திலும் தொழிற்சாறையிலும் முக்கிய பங்கைக் கொண்டிருக்கும்.

குறிப்புகள்

### 9.3 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் தீர்வு காணலுக்கான கருவி

பல சந்தர்ப்பங்களில் செயல்முறைகள் OR ஆராய்ச்சி சிக்கல்கள் மற்றும் மாதிரிகள் தீர்க்கும் வழிமுறைகளுக்கான கணித மாதிரிகள் கட்டப்பட்டுள்ளன. இத்தகைய முறைகள் பொதுவாக OR செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி நுட்பங்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன. வணிக ரீதியிலும் தொழிற்சாறையிலும் நவீன காலங்களில் தீர்மானிக்கப்பட்ட முக்கியமான சில நுட்பங்கள்:

1. நேரியல் நிரலாக்கம். இந்த நுட்பம் கொடுக்கப்பட்ட குறிக்கோளை மேம்படுத்துவதற்கான ஒரு தீர்வைக் கண்டுபிடிப்பதில் பயன்படுகிறது, சில கட்டுப்பாடுகள் கீழ் இலாப அதிகப்பட்சம் அல்லது செலவு குறைத்தல் போன்ற கொடுக்கப்பட்ட குறிக்கோளை மேம்படுத்துகிறது. ஒரு குறிப்பிட்ட செயல்பாட்டை மேம்படுத்துவதற்கான குறைந்த வள

## குறிப்புகள்

ஆதாரங்களை சரியான முறையில் ஒதுக்கீடு செய்வதில் இந்த நுட்பம் முதன்மையாக அக்கறை கொண்டுள்ளது. இந்த மாதிரி சந்தர்ப்பங்களில், பல்வேறு மாறுபாடுகளுக்கு இடையில் நேரியல் உறவைக் குறிக்கும் நேர்கோட்டு நிரலாக்க நுட்பம் வணிக கலவையையும் வணிக ரீதியிலான தொழில் மற்றும் விநியோகங்களின் சிக்கல்களையும் தீர்க்கிறது. திட்டமிடல், தயாரிப்பு கலவை மற்றும் பலவற்றில் சிக்கலான வளங்களை ஒதுக்குவதற்கு இது ஒரு உத்தியாகும். இந்த நுட்பத்தின் கீழ் முக்கிய காரணிகள் ஒரு புறநிலை செயல்பாடு, பல மாற்றீடுகளின் மத்தியில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டன, வரம்புகள் அல்லது கட்டுப்பாடுகள் குறியீட்டல்களில் மற்றும் மாறிகளில் உள்ளபடி நேர்கோடாக இருக்கும்.

2. காத்திருப்பு வரி அல்லது வரிசைப்படுத்துதல் கோட்பாடு. காத்திருப்போர் வரி அல்லது வரிசைப்படுத்துதல் கோட்பாடு கணிதப் படிப்பு வரிசைகளை கையாளுகிறது. தற்போதைய சேவையின் தேவை, அந்த சேவையைப் பெறுவதற்கான திறனை விட அதிகமாக இருக்கும் போதெல்லாம் வரிசை உருவாகிறது. காத்திருப்பு வரி நுட்பம் வசதி வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு சேவை நிலையத்தில் வாடிக்கையாளர்களின் சீரற்ற வருகையைப் பொறுத்து உள்ளது. அதிக அளவிலான திறனை வழங்குதல் என்பது வழங்குபவர்கள் ஒரு செயலற்ற நேரம் மற்றும் 'பணத்தை' வீணடிக்கச் செய்யும். மறுபுறம், வரிசை நீண்ட வரிசையாக அலகுகள் காத்திருக்கும் காரணமாக ஒரு செலவு இருக்கும். எனவே, காத்திருப்போர் வரி கோட்பாடு குறைக்கப்பட்டு மற்றும் காத்திருக்கும் செலவுகளைக் குறைக்கும் நோக்கமாகக் கொண்டுள்ளது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், இந்த நுட்பம், வசதிகளை சேர்க்கும் சாத்தியக்கூறுகளை ஆராய்ந்து, காத்திருக்கும் நேரத்தின் அளவு மற்றும் செலவை மதிப்பீடு செய்ய பயன்படுகிறது. அதன் உதவியுடன் நாம் நிறுவப்பட்ட உகந்த திறன் கண்டுபிடிக்க முடியும் இது சேவை செலவு மற்றும் காத்திருக்கும் செலவு இடையே ஒரு வகையான பொருளாதார சமநிலையை வழிவகுக்கும்.
3. சரக்கிருப்பு கட்டுப்பாடு/திட்டமிடல். சரக்குகளின் அளவை மேம்படுத்துவது சரக்கிருப்பு திட்டமிடுதலின் குறிக்கோள் ஆகும். சரக்கிருப்பு என்பது பொருளாதார மதிப்பு, எ.கா., மூலப் பொருட்கள், உதிரி பாகங்கள், முடிவுப் பொருட்கள் போன்ற ஒரு பயனுள்ள செயலற்ற வளமாக வரையறுக்கப்படுகிறது. சரக்கிருப்பு திட்டமிடல், உண்மையில், எவ்வளவு வாங்க வேண்டும், எப்போது வாங்க வேண்டும் என, இரண்டு கேள்விகளுக்கும் பதில் அளிக்கிறது. சரக்கிருப்பு, சரக்குகளின் கொள்முதல் மற்றும் சரக்குகளின் பற்றாக்குறை ஆகியவற்றிற்கு தொடர்புடைய செலவினங்கள் குறைப்பதில் பிரதான முக்கியத்துவம் உள்ளது.
4. விளையாட்டு கோட்பாடு. விளையாட்டு கோட்பாடு ஒரு போட்டி சூழ்நிலையில் உகந்த உத்தியை தீர்மானிக்க பயன்படுத்தப்படுகிறது. மிகவும் சாத்தியமான போட்டியிடும் சூழ்நிலை, பூஜ்ஜியம்-மொத்த விளையாட்டுப் போட்டியிடும் இரண்டு நபர்களைக் குறிக்கிறது, அதாவது, இரண்டு நபர்கள் இதில் ஈடுபடுகின்ற சூழ்நிலை மற்றும் ஒரு நபர் மற்றவரின் இழப்பைத் துல்லியமாக வென்றெடுக்கிறார். உண்மையான வாழ்க்கையில் இன்னும் சிக்கலான போட்டி சூழ்நிலைகள் உகந்த



மூலோபாயத்தை தீர்மானிக்கப் பயன்படும் விளையாட்டு கோட்பாட்டை கற்பனை செய்யலாம்.

5. முடிவெடுக்கும் கோட்பாடு. முடிவு கோட்பாடு உறுதியான, ஆபத்து மற்றும் நிச்சயமற்ற நிலைமைகளின் கீழ் ஒலி முடிவுகளை எடுப்பதில் அக்கறை கொண்டுள்ளது. உண்மையில் நிர்ணயிக்கப்பட்ட, சீரற்ற மற்றும் நிச்சயமற்ற தன்மை ஆகிய மூன்று வெவ்வேறு வகையான நிலைகள் உள்ளன. இந்த மூன்றும் ஒவ்வொன்றின் கீழ் சில பொருள்கள் அல்லது குறிக்கோளை அடைய பொருத்தமான மூலோபாயத்தை எவ்வாறு தேர்ந்தெடுப்பது என்பதை இந்த முடிவு கோட்பாடு விளக்குகிறது.
6. வலையமைப்பு பகுப்பாய்வு. வலையமைப்பு பகுப்பாய்வு ஒட்டுமொத்த நேரம் மற்றும்/அல்லது செலவை குறைக்கும் பொருட்டு சில வேலைகள் தொடர்பான சில நடவடிக்கைகளை செய்ய ஒரு உகந்த வரிசை தீர்மானத்தை உள்ளடக்கியது.. திட்ட மதிப்பீடு மற்றும் மதிப்பாய்வு நுட்பம் (PERT), விமர்சன பாதை முறை (CPM) மற்றும் கான்ட் விளக்கப்படம் போன்ற பிற பிணைய நுட்பங்கள் பிணைய பகுப்பின்கீழ் வருகிறது. இந்த நுட்பத்தின் கீழ் முக்கிய கருத்துக்கள் நிகழ்வுகள் மற்றும் நடவடிக்கைகள், ஆதார ஒதுக்கீடு, நேரம் மற்றும் செலவுகள், பிணைய பாதைகள் மற்றும் முக்கிய பாதைகளின் வலையமைப்பு ஆகும்.
7. உருவகப்படுத்துதல். உருவகப்படுத்துதல் என்பது உண்மையான வாழ்க்கை நிலையை ஒத்துள்ளது, ஒரு மாதிரியை பரிசோதிக்கும் நுட்பம். இந்த நுட்பம் உண்மையான செயல்பாட்டிற்கு முன்பு ஒரு இயக்கத்தை போல பயன்படுத்தப்படுகிறது. உருவகப்படுத்துதலில் இரண்டு முறைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன - மான்டே கார்லோ முறை மற்றும் முறைமை பாவனை முறை. முன்னாள் நிச்சயமற்ற நிலைமைகள் மற்றும் கணித சூத்திரத்தை உள்ளடக்கிய சிக்கல்களை தீர்க்க சீரற்ற எண்களை பயன்படுத்துகிறது. முறைமை பாவனை என்றால் செயல்பாட்டு சூழலின் இனப்பெருக்கம் மற்றும் அமைப்பு சுற்றுச்சூழலில் இருந்து பதிலீட்டு பகுப்பாய்வு மாற்று நடவடிக்கைகளுக்கு பகுப்பாய்வு செய்ய அனுமதிக்கிறது. இந்த முறையானது சீரற்ற எண்களின் அட்டவணையில் இருந்து உண்மையான மக்களிடமிருந்து மாதிரிகளை வரைகிறது.
8. ஒருங்கிணைந்த உற்பத்தி மாதிரிகள். இந்த நுட்பம் வேலை சக்தி, உற்பத்தி மற்றும் சரக்குகளின் செலவைக் குறைப்பதை நோக்கமாகக் கொண்டுள்ளது. இந்த நுட்பம் மிகவும் சிக்கலானது மற்றும் பெரிய வணிக மற்றும் தொழில்துறை பிரிவுகளால் மட்டுமே பயன்படுத்தப்படுகிறது. கணிசமான நீண்ட காலத்திற்கான விற்பனை மற்றும் செலவின புள்ளிவிவரங்கள் கிடைக்கும் போது மட்டுமே இந்த நுட்பத்தை பயன்படுத்த முடியும்.
9. வேறு சில OR நுட்பங்கள். கூடுதலாக, நேரியல் அல்லாத நிரலாக்கம், மாறும் நிரலாக்கம், தேடல் கோட்பாடு, மாற்றீடு கோட்பாடு போன்ற பல நுட்பங்கள் உள்ளன. இவற்றுள் சிலவற்றை பற்றிய சுருக்கமான குறிப்பு பின்வருமாறு:
  - (i) நேரியல் அல்லாத நிரலாக்கம். நிரலாக்க வடிவத்தில் சில

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

அல்லது அனைத்து மாறிகள் வளைவுகளின் ஒரு படிவம் உள்ளது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், இது புறநிலை செயல்பாடு அல்லது கட்டுப்பாடுகள் அல்லது இரண்டுமே நேரான வடிவத்தில் இல்லை என்பதாகும். பெரும்பாலான நடைமுறை சூழ்நிலைகளில், நாம் நேரியல் நிரலாக்க சிக்கல்களை எதிர்கொள்கிறோம், ஆனால் கணக்கீட்டு நோக்கத்திற்காக அவற்றை நேரியல் நிரலாக்க சிக்கல்களை தோராயமாக மதிப்பிடுகிறோம். சில நேரங்களில் கூட இப்போது அறியப்பட்ட முறைகள் முழுமையாக தீர்க்கப்பட முடியாது என்று சில நேரான அல்லாத நிரலாக்க பிரச்சினைகள் இருக்கலாம்.

- (ii) மாறும் நிரலாக்கம். பல சிக்கலான இடைத்தொடர்புகளை உள்ளடக்கிய சிக்கல்களுக்கான தீர்வுகள், மேலும் தொடர்ச்சியான நேர படிநிலைகள் போன்ற பன்முகத்தன்மை விளைவுகளுக்கான உணர்திறன் கொண்ட ஒரு முறையான தேடலைக் குறிக்கிறது.
- (iii) சுருக்கமான நிரலாக்கம். இது கண்டுபிடிப்பு முறை எனவும் ஒரு கணித நிரலாக்க வடிவத்தில் ஒரு சிக்கல் வெளிப்படுத்த முடியாதபோது, ஒரு விநாடிக்கு படிப்படியாகத் தேடலைக் குறிக்கிறது என அறியப்படுகிறது. தேடல் செயல்முறை வெற்றிகரமாக தீர்வாக ஒரு படிமுறை முன்னேற்றங்கள் வழிவகுக்கும் மற்றும் தொடர்ச்சியான உகந்த கண்டறியப்பட்ட போது தேடல் நிறுத்தங்கள் தொடர்ச்சியான ஒரு தொடரை ஆராய்கிறது.
- (iv) எண் நிரலாக்கம். இது ஒரு நேர்கோட்டு நிரலாக்கத்தின் ஒரு சிறப்பு வடிவமாகும், இதில் ஒருங்கிணைந்த எண்கள் (அதாவது, முழு எண்களின்) அடிப்படையில் தீர்வு தேவைப்படுகிறது.
- (v) வழிமுறை நிரலாக்கம். இது சுருக்கமான நிரலாக்கத்திற்கு எதிர்மாறாக இருக்கிறது. இது கணித நிரலாக்கம் போன்றே இருக்கலாம் என்றும் கூறலாம். இந்த நிரலாக்கம் ஒரு முழுமையான மற்றும் விரிவான கணித அணுகுமுறையை, கொடுக்கப்பட்ட மாறுபாடுகளை கொண்ட அனைத்து அம்சங்களையும், சரியான தீர்வு பெற வகை செய்கிறது.
- (vi) இருபடி நிரலாக்கம். இது நேர்கோட்டு சமன்பாடுகள் இருபடி வடிவத்தில் தோன்றும் நேரியல் நிரலாக்கத்தின் ஒரு மாற்றத்தை குறிக்கிறது, அதாவது அவை சதுர விதிகளைக் கொண்டிருக்கின்றன.
- (vii) ஒப்புமை நிரலாக்கம். பல்வேறு தரநிலை முன்னுரிமைகள் கொண்ட பல புறநிலை சமன்பாடுகளை சேர்த்துக்கொள்வதற்கு இது மாற்றியமைக்கப்படும் போது நேரியல் நிரலாக்கத்திற்கு வழங்கப்படும் பெயர் ஆகும். இந்த மாறுபாடுகளுக்கு தீர்வு காண்பதற்கான உணர்திறன் பின்னர் ஆய்வு செய்யப்படுகிறது.
- (viii) நிகழ்தகவு நிரலாக்கம். இது சீரற்ற நிரலாக்கமாகவும்

அறியப்படுகிறது மற்றும் நேரியல் நிரலாக்கத்தைக் குறிக்கிறது, இதில் நிர்வாக சிக்கல்களுக்கு விருப்பமான பல்வேறு மாற்றுகளில் தொடர்புடைய ஆபத்துக்கள் மற்றும் நிச்சயமற்ற மதிப்பீடுகளை மதிப்பீடு செய்கிறது..

- (ix) தேடல் கோட்பாடு. இது தேடல் பிரச்சினைகளை கொண்டுள்ளது. ஒரு தேடலில் உள்ள சிக்கல்கள் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட முடிவுகளை எடுக்கும் அடிப்படையில் தகவல்களை சேகரிக்க ஒரு செயல்முறை வடிவமைத்தல் தேவைப்படுகிறது. இந்த கோட்பாட்டில் தோன்றும் சில நிகழ்வுகளின் இடங்கள் பயனுள்ளதாக உள்ளது, ஆனால் சரியான இடம் தெரியவில்லை. முதலாம் தேடல் வடிவம் இரண்டாம் உலகப் போரில் விமான ரோந்துகள் மற்றும் நீர்மூழ்கிக் கப்பல்களின் தேடுதல் ஆகியவை தொடர்பான முடிவெடுக்கும் சிக்கல்களைத் தீர்ப்பதற்காக உருவாக்கப்பட்டது. வாடிக்கையாளர்களை தேடும் விளம்பர அமைப்புகள், பணியாளர் துறைகள் நல்ல நிர்வாகிகளுக்கு தேடல், வியாபாரத்தில் தேடல் கோட்பாடு பயன்பாட்டின் சில உதாரணங்களாகும்.
- (x) மாற்றுக் கோட்பாடு. இது மாற்று செலவுகள் மற்றும் மிகவும் பொருளாதார மாற்று கொள்கையின் உறுதிப்பாடு பற்றிய கணிப்பு கவலை கொண்டுள்ளது. மாற்று மாதிரிகள் இரண்டு வகைப்படும். முதல் வகை மாதிரிகள் உபகரணங்களை மாற்றுவதற்கும் மற்றும் நேரத்தை மோசமாக்குவதற்கும், மாதிரியின் மற்ற வகை மாதிரிகள் மாற்றுவதற்கான கொள்கையை மாற்றுகிறது, அவை முழுமையாகவும் உடனடியாகவும் தோல்வியடைகின்றன.

இந்த நுட்பங்கள் அனைத்தும் எளிமையானவை அல்ல ஆனால் உயர் கணிதத்தை உள்ளடக்கியவை. இன்றைய போக்கு இந்த நுட்பங்கள் பலவற்றை இணைத்து மேலும் சிக்கலான மற்றும் மேம்பட்ட நிரலாக்க மாதிரிகளாக வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது.

### 9.3.1 அளவு முறைகளின் பயன்கள்

செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி வணிக மேலாண்மை துறையில் மதிப்புமிக்க சேவையை வழங்குகிறது. மேலாண்மையின் அனைத்து செயல்பாட்டு பகுதிகளிலும், நிர்வாகத் முடிவுகளின் தரத்தை மேம்படுத்த இது உறுதி செய்கிறது. வணிக நிர்வாகத்தில் OR செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் பங்கு பின்வருமாறு தொகுத்துக் கூறலாம்:

வணிகப் பிரிவில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி நுட்பங்கள், ஆண்கள், இயந்திரங்கள், பணம், பொருள், நேரம் என பல்வேறு வரையறுக்கப்பட்ட வளங்களை திறம்பட ஒதுக்கீடு செய்யும் பொருட்டு, ஒரு புறநிலை அடிப்படையில் பல்வேறு போட்டி வாய்ப்புகளை சிறப்பாக அடைய உதவுகிறது. அவர்கள் நிர்வாக ஆய்வை விரிவுபடுத்தல் நிர்வாக நோக்கு மற்றும் தொலைநோக்கு பார்வையில், ஒரு முக்கிய செயல் நோக்கம், திட்டம், உற்பத்தி திறன்கள், மூலதன தேவைகள் மற்றும் அவர்களின் கையகப்படுத்தும் திட்டங்கள் போன்ற முடிவு பிரச்சனைகளுக்கு மாற்று உத்திகளை தேர்வு செய்ய உதவுகிறது.

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி உற்பத்தி நிர்வாகத்திற்கு பயனுள்ளதாக உள்ளது (i) ஆலைக்கான கட்டிடத் தளத்தைத் தேர்ந்தெடுத்தல், திட்டமிடல் மற்றும் அதன் வளர்ச்சியை கட்டுப்படுத்துதல் மற்றும் அதன் அமைப்பை வடிவமைத்தல் (ii) ஆலைக்குள்ளேயே வைத்திருத்தல் மற்றும் தேவையான உற்பத்தி பொருட்கள் மற்றும் முடிக்கப்பட்ட சரக்குகள் ஆகியவற்றை கட்டுப்படுத்துதல் (iii) சரியான எண்ணிக்கையில் இயந்திரங்கள் ஒதுக்கீடு மூலம் போதுமான தடுப்பு பராமரிப்பு மூலம் திட்டமிடல் மற்றும் வரிசைப்படுத்துதல் மற்றும் (iv) உகந்த தயாரிப்பு கலவையை கணக்கிடுகிறது.

பணியாளர் நிர்வாகம் கண்டுபிடிக்க செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி பயனுள்ளதாக உள்ளது (i) சிறந்த மனித ஆற்றல் திட்டம் (ii) நிரந்தர அல்லது முழு நேர சுருள் மீது கடைபிடிக்க வேண்டிய நபர்களின் எண்ணிக்கை (iii) சந்திப்பு இல்லாவிடில் ஒரு வேலை தொகுப்பில் வைக்கப்பட வேண்டிய நபர்களின் எண்ணிக்கை (iv) பலவிதமான வேலைகளுக்கு ஆட்களை வரிசைப்படுத்தி மற்றும் திசைதிருப்பச் செய்வதற்கான உகந்த முறை மற்றும் (v) கல்வியில் தேர்ச்சி பெற்றவர்கள் செயல்முறைகள், விபத்து விகிதம் மற்றும் தொழிலாளர் விற்பனை.

OR நுட்பங்கள் சமமாக சந்தைப்படுத்தல் மேலாண்மை தீர்மானிக்க உதவும் (i) பகிர்ந்தளிப்பு புள்ளிகள் மற்றும் சேமிப்பு கிடங்கு எங்கே இருக்க வேண்டும் அவற்றின் அளவு, சேமித்து வைக்கப்பட்ட அளவு மற்றும் வாடிக்கையாளர்களின் தேர்வு (ii) நேரடி விற்பனை மற்றும் விளம்பர செலவினங்களுக்கான விற்பனை வரவு செலவு திட்டத்தின் உகந்த ஒதுக்கீடு (iii) பல்வேறு ஊடகங்களின் விளம்பரம் மற்றும் ஏலத் திட்டங்களைத் தேர்வு செய்தல் மற்றும் (iv) பல்வேறு தயாரிப்புகளுக்கு அளவு, வண்ணம், பொதிகட்டுதல் போன்றவை தொடர்பான நுகர்வோர் முன்னுரிமைகள், போட்டியாளர்களை வெகுவாக பாதிக்கின்றன.

OR நிதி மேலாண்மைக்கு மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கிறது (i) நீண்டகால மூலதன தேவைகள் மற்றும் இந்தத் தேவைகளை எவ்வாறு உருவாக்குவது (ii) சிறந்த மாற்றுக் கொள்கைகளை நிர்ணயித்தல் (iii) நிறுவனத்திற்கான இலாப திட்டத்தை ஆரம்பித்தல் (iv) மூலதன-முதலீட்டுத் திட்டங்களை உருவாக்குதல் மற்றும் (v) கடன் மற்றும் முதலீட்டு அபாயங்களை மதிப்பிடுதல்.

இவை அனைத்திற்கும் மேலதிகமாக, OR வியாபார செயற்பாடுகளுடனான வியாபார நடவடிக்கைகளை இது வழங்குகிறது, இது அவர்களுக்கு புதிய நுண்ணறிவுகளையும் பல முடிவெடுக்கும் சிக்கல்களுக்கான சிறந்த தீர்வையும், அதிவேக வேகம், திறமை மற்றும் நம்பிக்கை ஆகியவற்றிற்கும் சிறந்த தீர்வுகளை வழங்குவதற்கான திறனை வழங்குகிறது. கொள்கைகளை வடிவமைக்கப்படும் நிர்வாகத்தின் மட்டத்தில் பயன்படுத்தப்படும் போது, அல்லது ஆலோசகர்களின் திறனை நிறைவேற்றுவதற்கு உதவுகிறது ஆனால் உற்பத்தி, பணியாளர்கள், கொள்முதல், சரக்கு மற்றும் நிர்வாக முடிவுகள் ஆகியவற்றின் செயல்பாட்டு மட்டத்தில் உதவுகிறது. தகவலை கையாளுவதற்கும் செயலாக்குவதற்கும் ஒரு வழிமுறையை மேலாண்மை வழங்குகிறது. எனவே, சுருக்கமாக, OR கட்டுப்பாட்டின் கீழ் செயல்பாடுகளை பற்றிய முடிவுகளை எடுக்கும் அளவுக்கு அடிப்படையில் நிர்வாக துறைகள் வழங்கும் விஞ்ஞான முறையாக கருதலாம்.

OR ஆய்வு பொதுவாக மூன்று கட்டங்களை உள்ளடக்கியது, தீர்ப்பு கட்டம், ஆராய்ச்சி கட்டம் மற்றும் நடவடிக்கை கட்டம். இந்த மூன்றில், ஆராய்ச்சிக் கட்டமானது மிக நீண்ட மற்றும் மிகப்பெரியது, ஆனால் மீதமுள்ள இரண்டு கட்டங்கள் முறையே ஆராய்ச்சிக் கட்டத்திற்கான அடித்தளத்தை அமல்படுத்துவதற்கும், அவற்றை செயலாக்குவதற்கும் மிகவும் முக்கியமாகிறது.

தீர்ப்பு கட்டம் (i) பிரச்சினையின் தீர்மானம் (ii) நடவடிக்கை தொடர்பான குறிக்கோள்கள் மற்றும் மதிப்புகளை நிறுவுதல் (iii) செயல்திறனின் பொருத்தமான நடவடிக்கைகளின் உறுதிப்பாடு ஆகியவற்றை உள்ளடக்கியது

ஆராய்ச்சி கட்டம் (i) சிக்கலை நன்கு புரிந்து கொள்வதற்கான கண்காணிப்பு மற்றும் தரவு சேகரிப்பு (ii) கருதுகோள் மற்றும் மாதிரிகள் உருவாக்கம் (iii) கூடுதல் தரவுகளின் அடிப்படையில் கருதுகோளை பரிசோதிப்பதற்கான ஆய்வு மற்றும் பரிசோதனைகள் மற்றும் (iv) கருதுகோளில் இருந்து பல்வேறு முடிவுகளின் கணிப்புகள் விளைவாக பொதுமைப்படுத்த மற்றும் மாற்று முறைகளை கருத்தில் கொள்ள பயன்படுகிறது.

செயல் கட்டம் OR இன் செயல்முறை பரிந்துரைகளை இந்த கட்டம் உள்ளடக்கியது. மாதிரியின் சோதனை முடிவுகளை செயல்படுத்துவதில் கையாளப்படுகிறது. இந்த கட்டமானது, ஒரு கையில் அல்லது வல்லுநர்களின் ஒத்துழைப்பு மற்றும் பிற அமைப்பில் செயல்படுவதற்கு பொறுப்பானவர்கள் ஆகியவற்றின் மூலம் முதன்மையாக செயல்படுத்தப்படுகிறது.

#### செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி முறை

மேற்கண்ட நிலைகளை கருத்தில் கொண்டு OR இன் முறை பொதுவாக பின்வரும் வழிமுறைகளை உள்ளடக்கியது:

1. சிக்கலை வடிவமைத்தல். ஒரு OR ஆய்வில் முதல் படி பிரச்சினையை பொருத்தமான வடிவத்தில் வகுக்க வேண்டும். ஒரு சிக்கலை அமைப்பது என்பது ஒரு முடிவு மாதிரியின் கூறுகளின் நடவடிக்கைகளை அடையாளம் காண்பதில், வரையறை செய்கிறது. அதாவது, கணிப்பீட்டின் செயல்பாட்டிற்கு பொருந்தக்கூடிய அனைத்து அளவிடக்கூடிய காரணிகளை கணித மொழியில் மாறிகள் (கட்டுப்படுத்த முடியாத காரணிகள்) மீதான கட்டுப்பாடுகளுடன் சேர்த்து அளவுருக்கள் அல்லது குணகம் மற்றும் செயல்திறன் பொருத்தமான நடவடிக்கைகளை உறுதிப்படுத்துதல் என வரையறுக்கப்படுகிறது.
2. மாதிரியை உருவாக்குதல். இரண்டாவது படிநிலையானது மாதிரியை நிர்மாணிப்பதில் அடங்கியுள்ளது. அதன்படி, பொருத்தமான கணித வெளிப்பாடுகள் அனைத்து மாறிகள் மற்றும் அளவுருக்களின் உட்புற உறவுகளை விவரிக்கின்றன. கூடுதலாக, ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சமன்பாடுகள் அல்லது ஏற்றத்தாழ்வுகள் கட்டுப்படுத்தப்பட்ட மாறிகள் சில அல்லது எல்லா வரம்புகளிலும் மட்டுமே கையாளப்படுகின்றன என்பதை வெளிப்படுத்த வேண்டும். இத்தகைய சமன்பாடுகள் அல்லது ஏற்றத்தாழ்வுகள், கட்டுப்பாடுகள் அல்லது வரையறைகள் எனப்படும்.

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

மாதிரியானது அமைப்பின் செயல்திறன் அளவை வரையறுக்கும் ஒரு புறநிலை செயல்பாட்டை உள்ளடக்கியிருக்க வேண்டும். குறிக்கோள் செயல்பாடு மற்றும் சிக்கல்கள், ஒன்றாக நாம் தீர்க்க வேண்டும். ஒரே மாதிரியான சமன்பாடுகள் மற்றும் ஏற்றத்தாழ்வுகள் ஆகியவற்றின் மூலம் கருவியில் தொழில்நுட்பம் மற்றும் பொருளாதாரம் ஆகியவற்றை இந்த மாதிரி விவரிக்கிறது.

3. தீர்வை பெறுதல். மாதிரியை கட்டியமைத்த பின் OR படிப்பில் அடுத்த படிமுறை மாதிரியைப் பெறுவதற்கான வழிமுறை, அதாவது, கட்டுப்படுத்தப்பட்ட மாறிகள் உகந்த மதிப்புகளை கண்டறிதல் — கட்டுப்படுத்த முடியாத மாறிகள் குறிப்பிட்ட மதிப்புகள் அமைப்பின் சிறந்த செயல்திறனின் மதிப்புகளை உருவாக்குகின்றன. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், கொடுக்கப்பட்ட கட்டுப்பாடுகள் திருப்திப்படுத்தும் மாதிரியின் பல்வேறு சமன்பாட்டின் அடிப்படையில் ஒரு சிறந்த தீர்வு தீர்மானிக்கப்படுகிறது, மற்றும் அமைப்புகளின் இடைத்தொடர்புகள் மற்றும் அதே நேரத்தில் லாபத்தை அதிகரிக்கும் அல்லது செலவு குறைக்க, அல்லது வேறு எந்த இலக்கை அல்லது அளவுகோலாக முடிந்தவரை நெருக்கமாக வரும் தீர்வை எப்படி பெறுவது என்பது மாதிரியின் தன்மையை சார்ந்துள்ளது. பொதுவாக, மூன்று வழிமுறைகள் நோக்கத்திற்காக கிடைக்கின்றன, பகுப்பாய்வு முறைகள், எண்முறை முறைகள் மற்றும் உருவகப்படுத்துதல் முறைகள். கணிதவியல் கணிப்புகளால் மாதிரியின் வெளிப்பாடுகள் மற்றும் கணித மாதிரிகள் ஆகியவை பகுப்பாய்வு முறைகளில் உள்ளடங்குகின்றன. இந்த வகையான கணித பகுப்பாய்வு சில சந்தர்ப்பங்களில் மட்டுமே மாறிகள் மதிப்புகள் பற்றி அறியாமல் நடத்தப்படலாம், ஆனால் மற்றவர்களுக்கோ மாறிகள் மதிப்புகள் கண்டிப்பாக அல்லது எண்ணாக அறியப்பட வேண்டும். பிந்தைய நிகழ்வுகளில், ஒவ்வொரு படிநிலையிலும் எண் கணிப்புகளைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் செயல்பாட்டு நடைமுறைகளுடன் தொடர்புடைய எண்ணற்ற முறைகளைப் பயன்படுத்துகிறோம். இந்த வழிமுறை (அல்லது கணக்கியல் விதிகளின் தொகுப்பு) ஒரு சோதனை அல்லது ஆரம்பகட்டத்தில் தொடங்கி, அதை நன்மையை நோக்கி மேம்படுத்துவதற்கான விதிகளின் தொகுப்பை தொடர்ந்து செய்து வருகிறது. ஆரம்ப தீர்வு என்பது மேம்பட்ட ஒரு மாற்றீடாக மாற்றப்பட்டுள்ளது மற்றும் எந்த முன்னேற்றமும் சாத்தியமாதலால், செயல்முறை மீண்டும் நிகழும். ஆனால் பகுப்பாய்வு மற்றும் எண் முறைமைகள் தீர்வைப் பெறுவதற்குப் பயன்படுத்த முடியாத சூழ்நிலைகளில், நாம் உருவாக்கப்படுத்துதல் முறைகளைப் பயன்படுத்துகிறோம், எ.கா., நாம் நிகழும் மாதிரிகள் மீது சோதனைகளை நடத்துவோம், கட்டுப்பாடற்ற மாறிகளின் மதிப்புகளை அவற்றின் நிகழ்தகவு விநியோகம் மூலம் ஆணையிடும் ஒப்பீட்டு அதிர்வெண்களுடன் தேர்ந்தெடுக்கிறோம். உருவகப்படுத்துதல் முறைகள் நிகழ்தகவு பயன்பாட்டை உள்ளடக்கியது மற்றும் மாதிரி கருத்துகள் மற்றும் பொதுவாக கணினிகள் உதவியுடன் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. நமது குறிக்கோள் ஒரு உகந்த அல்லது அண்மையிலான தீர்வு ஒன்றைக் கண்டறிவதாகும், அதாவது, ஒரு மாதிரியில் செயல்திறன் அளவை மேம்படுத்துகின்ற ஒரு தீர்வு ஆகும்.

4. செல்லுபடியாகும் சோதனை. மேலே மூன்று படி கூறப்பட்ட மாதிரியின் தீர்வு மதிப்புகள் பின்னர் உண்மையான கருத்துக்களை எதிர்த்து சோதிக்கப்பட்டது. வேறுவிதமாக கூறினால், பயன்படுத்தப்படும் மாதிரியின் செல்லுபடியாக்கத்தை சோதிக்க முயற்சி செய்யப்படுகிறது. ஒரு மாதிரியானது மாதிரியைப் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் அமைப்பின் செயல்திறன் நம்பகமான கணிப்பை அளிக்க முடியுமானால், அது ஒரு செல்லுபடியாகும். தேவையானால், இந்த மாதிரியாக மாற்றியமைக்கப்படலாம் மற்றும் திருப்திகரமான மாதிரி அடையப்படும் வரை முழு செயல்முறையும் மீண்டும் நிகழும். செயல்முறை ஆய்வாளர் அவரது மாதிரி அமைப்பு முறையின் ஒரு சிறந்த பிரதிநிதித்துவமாக இருக்க வேண்டும் என்பதையும், உண்மையில், ஒரு OR படிப்பில் மாதிரியின் செல்லுபடியை பரிசோதிப்பதற்கான இந்த படிநிலைக்குத் தேவைப்படும் உண்மைக்கு ஒத்திருக்க வேண்டும். இதன் விளைவாக, மாதிரியின் செயல்திறன் மாற்றீடு செய்யப்பட வேண்டிய கொள்கையோ நடைமுறைகளையோ ஒப்பிட வேண்டும்.
5. தீர்வு கட்டுப்படுத்துதல். OR ஒரு படிப்படியான படிநிலை கட்டுப்பாட்டை நிறுவுகிறது. கணிசமாக விலகியிருக்கக்கூடிய மாறிகள் பற்றிய தகவலை சரியான கருத்துடன் தீர்வு காண முடியும். இது போன்ற அமைப்பில் குறிப்பிடத்தக்க மாற்றங்கள் மற்றும் அதன் சூழல் கண்டறியப்பட்டு அதற்கேற்ப தீர்வுகளை சரிசெய்ய வேண்டும்.
6. முடிவுகளை நடைமுறைப்படுத்துதல். முடிவுகளை அமல்படுத்துவது ஒரு OR படிப்பின் கடைசி படியாகும். OR நோக்கம் அறிக்கைகளை உற்பத்தி செய்வது மட்டுமல்லாமல் அமைப்புகளின் செயல்திறனை மேம்படுத்துவது ஆகும். முடிவெடுக்கும் தயாரிப்பாளர்களால் ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்டால், இந்த ஆராய்ச்சி முடிவுகள் அமல்படுத்தப்பட வேண்டும். ஆராய்ச்சியின் இறுதி சோதனை மற்றும் மதிப்பீடு செய்யப்பட்டு, படிப்பிற்கான இந்த கட்டத்தில் ஆராய்ச்சியாளருக்கு கற்றல் மிகப்பெரிய வாய்ப்பாக உள்ளது என்பதே இதன் நோக்கம் ஆகும்.

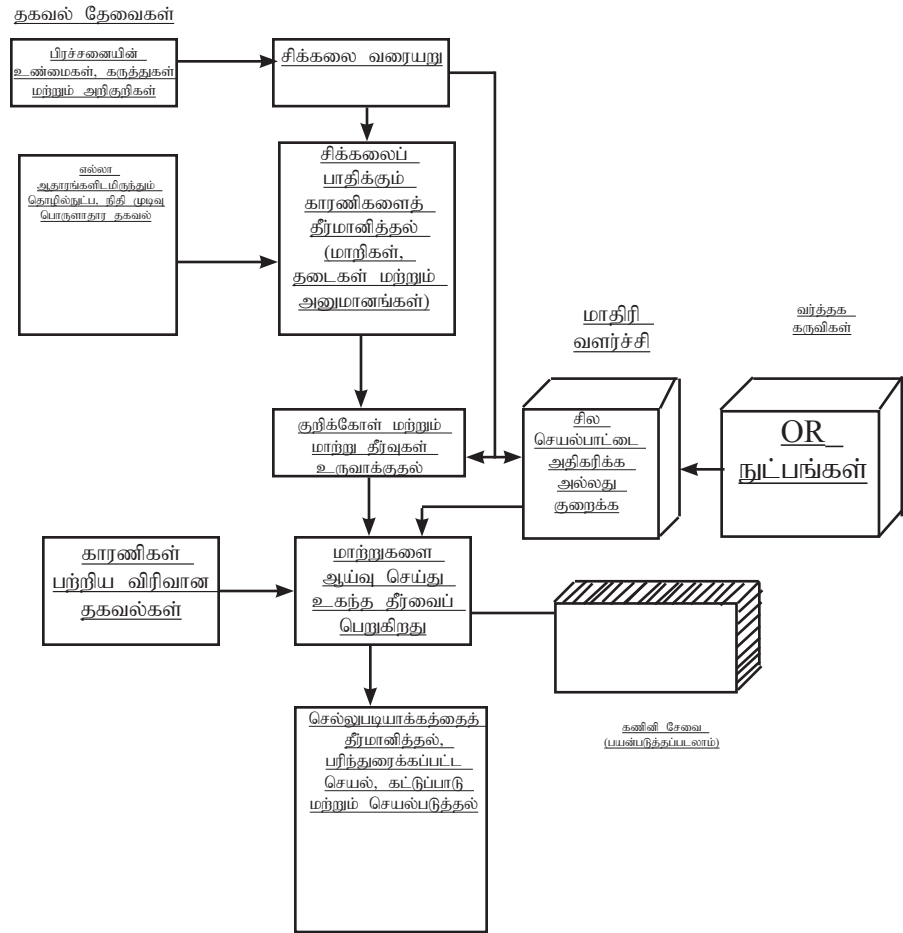
இதனால் OR ஆய்வுக்கான செயல்முறையானது பொதுவாக சில முக்கிய நடவடிக்கைகளை உள்ளடக்கியது, சிக்கலை உருவாக்கி, கணித மாதிரியை அமைப்பதன் மூலம் ஆய்வுக்குட்பட்ட முறைமையை பிரதிநிதித்துவப்படுத்துதல், மாதிரியிலிருந்து தீர்வு பெறுதல், மாதிரியைப் பரிசோதித்து, தீர்வு மீதான கட்டுப்பாடுகள் நிறுவுதல் மற்றும் கடைசியாக வேலை-நடைமுறைக்கு தீர்வு காண்பது. படிப்புகள் மற்றும் படிநிலைகள் பொதுவாக OR படிப்பில் பட்டியலிடப்பட்ட வரிசையில் ஆரம்பிக்கப்பட்டாலும், அவை படிப்படியாக முடிக்கப்படும் வரை ஒவ்வொரு கட்டமும் தொடர்கின்றன என்பதை எப்போதும் நினைவில் வைக்க வேண்டும். சிக்கலின் மிக முக்கியமான அம்சங்கள் மட்டுமே கருதப்படுகின்றன. ஒரு மாதிரியின் குறிக்கோள் என்பது முக்கியமான காரணிகள் மற்றும் இடையேயான உறவுகளை அடையாளம் காண்பது ஆகும். மாதிரியிலிருந்து பெறப்பட்ட தீர்வின் நம்பகத்தன்மை, உண்மையான அமைப்பைக் குறிக்கும் மாதிரியின் செல்லுபடியை சார்ந்துள்ளது

குறிப்புகள்

OR அணுகுமுறையை காட்டும் பாய்வு விளக்கப்படம்

OR அணுகுமுறை பின்வரும் பாய்வு விளக்கப்படம் மூலம் நன்கு விளக்கப்பட முடியும்:

குறிப்புகள்





9.4.1 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி மாதிரிகள் மற்றும் தீர்வை பெறுவதற்கான  
முறைகள்

தீர்வு கண்டறிய செயல்பாட்டு  
ஆராய்ச்சி

OR மாதிரி அல்லது ஒரு செயல்பாட்டின் எளிமைப்படுத்தப்பட்ட பிரதிநிதித்துவம் அல்லது ஒரு அடிப்படை செயல்முறையாக அல்லது அடிப்படை சிக்கல்களின் மிக முக்கிய அம்சங்கள் மட்டுமே விசாரணைக்கு உட்படுத்தப்படுகின்றன. ஒரு மாதிரியின் நோக்கம் முக்கியமான காரணிகள் மற்றும் இடைத்தொடர்பை அடையாளம் காண்பது ஆகும். மாதிரியிலிருந்து பெறப்பட்ட தீர்வின் நம்பகத்தன்மை, உண்மையான அமைப்பைக் குறிக்கும் மாதிரியின் செல்லுபடியை சார்ந்துள்ளது.

குறிப்புகள்

ஒரு நல்ல மாதிரியை பின்வரும் பண்புகள் கொண்டிருக்க வேண்டும்:

- (i) அதன் சட்டத்தில் எந்த மாற்றங்களும் இல்லாமல், புதிய உருவாக்கத்தை கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ளும் திறன் பெற்றிருக்க வேண்டும்.
- (ii) மாதிரியில் செய்யப்படும் ஊகங்கள் முடிந்தவரை சிறியதாக இருக்க வேண்டும்.
- (iii) மாதிரியில் பயன்படுத்தப்படும் மாறிகள், அது எளிமையாகவும், ஒத்திசைவாக இருப்பதை உறுதி செய்யும் அளவில் குறைவாக இருக்க வேண்டும்.
- (iv) நடத்து முறையின் ஒப்புமை திறந்தே இருக்க வேண்டும்.
- (v) எந்தவொரு பிரச்சனையிலும் அதன் கட்டுமானத்தில் அதிக நேரத்தை எடுக்கக்கூடாது.

மாதிரியின் நன்மைகள்

ஒரு மாதிரியை பயன்படுத்தும்போது சில குறிப்பிடத்தக்க நன்மைகள் கிடைத்துள்ளன. அவை:

- (i) கருத்திட்டத்தின் கீழ் சிக்கல்கள் மாதிரியின் மூலம் கட்டுப்பாடாக மாறும்.
- (ii) இது ஒரு தர்க்கரீதியான மற்றும் முறையான அணுகுமுறையை வழங்குகிறது.
- (iii) இது ஒரு நடவடிக்கைகளின் வரம்புகள் மற்றும் நோக்கங்களை வழங்குகிறது.
- (iv) சிக்கல்களை தீர்க்க பயன்படுத்தப்படும் முறைகளின் பிரதிகளை அகற்றும் பயனுள்ள கருவிகளைக் கண்டறிவதில் இது உதவுகிறது.
- (v) ஒரு அமைப்பு ஆராய்ச்சி மற்றும் மேம்பாடுகளின் தீர்வு கண்டுபிடிக்க உதவுகிறது.
- (vi) இது ஒரு பொருளாதார விளக்கம் மற்றும் நடவடிக்கை அல்லது அவர்கள் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் அமைப்புகள் பற்றிய விளக்கத்தை வழங்குகிறது.

## மாதிரிகளின் வகைப்பாடு

மாதிரிகளின் வகைப்பாடு அகநிலை பிரச்சனையாக உள்ளது. அவை பின்வருமாறு

குறிப்புகள்

- (i) கருத்தியல் கோணத்தின் மாதிரிகள்
- (ii) செயல்பாட்டின் மாதிரிகள்
- (iii) அமைப்பின் மாதிரிகள்
- (iv) சூழல் தன்மையின் மாதிரிகள்
- (v) பொதுவான அளவின் மாதிரிகள்

### செயல்பாடு மூலம் மாதிரிகள்

இந்த மாதிரிகள் (i) விளக்கமளிக்கும் மாதிரிகள், (ii) முன்கணிப்பு மாதிரிகள், மற்றும் (iii) நெறிமுறை அல்லது தேர்வுமுறை மாதிரிகள் ஆகியவை.

விளக்க மற்றும் முன்கணிப்பு மாதிரிகள். இந்த மாதிரிகள், பிரச்சினையின் பல்வேறு நடவடிக்கைகளில் உண்மைகளையும் தொடர்புகளையும் விவரிக்கின்றன. இந்த மாதிரிகள், மாதிரியின் ஒரு பகுதியாக, முடிவு மாற்றங்களை மதிப்பீடு செய்ய ஒரு புறநிலை செயல்பாடாக இல்லை. இந்த மாதிரியில், மற்ற காரணிகளில் மாற்றங்கள் விளைவாக ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட காரணிகள் எவ்வாறு மாறுகின்றன என்பதைப் பற்றிய தகவலைப் பெற முடியும்.

நெறிமுறை அல்லது உகந்த மாதிரிகள். அவர்கள் இயல்பாகவே சீர்திருத்தங்கள் மற்றும் உகந்த தீர்வுகளுக்கான புறநிலை முடிவெடுக்கும் ஆட்சியை உருவாக்குகின்றனர்.

### அமைப்பின் மாதிரிகள்

இந்த மாதிரிகள் (i) முத்திரை அல்லது இயற்பியல் மாதிரிகள், (ii) ஒத்திசை மாதிரிகள், மற்றும் (iii) கணித அல்லது குறியீட்டு மாதிரிகள்.

முத்திரை அல்லது இயற்பியல் மாதிரிகள். இவை உண்மையான அமைப்புகளின் சித்திர பிரதிபலிப்புகளாகவும் உண்மையான காரியத்தையும் தோற்றுவிக்கின்றன. ஒரு உருவ மாதிரி குறைக்கப்பட வேண்டும் என்று கூறப்படுகிறது. உண்மையான பொருளை விட சிறியதாகவோ அல்லது அதிகமாகவோ இருக்கும் மாதிரியின் பரிமாணங்களின் படி அளவிடப்படுகிறது. எ.கா., நகர வரைபடங்கள், நீல நிற அச்சிட்டுகள், உலகம் மற்றும் பல. இந்த மாதிரிகள் கண்காணிக்க மற்றும் விவரிக்க எளிதானது ஆனால் கையாள கடினமாக உள்ளன மற்றும் கணிப்பு நோக்கங்களுக்காக மிகவும் பயனுள்ளதாக இல்லை.

ஒத்திசை மாதிரிகள். இவை உருவ மாதிரிகளை விட சுருக்கமானவை. இந்த மாதிரிகள் மற்றும் நிஜ வாழ்க்கை உருவங்களுக்கு இடையே ஒரே மாதிரி தோற்றம் இல்லை. ஒரு குணங்களை கொண்ட மாதிரிகள் மற்றொரு வகை குணங்களைக் குறிக்கும் வகையில் ஒத்திசை மாதிரிகள் எனப்படும். சிக்கல் தீர்க்கப்பட்ட பிறகு, அசல் அமைப்பின் அடிப்படையில் தீர்வு

வழங்கப்படுகிறது. இந்த மாதிரிகள் குறைவான திட்டவட்டமான, குறைவான உருவடையது ஆனால் முத்திரை மாதிரிகளை விட கையாள எளிதாகும்.

கணித அல்லது குறியீட்டு மாதிரிகள். இவை மற்றவைகளை ஒப்பிடும் போது இயற்கையில் மிகவும் இயல்பானவை. அவர்கள் உண்மையான அமைப்பின் கூறுகளை பிரதிநிதித்துவப்படுத்துவதற்காக ஒரு கணிதக் குறியீட்டின் தொகுப்பை பயன்படுத்துகின்றனர். இந்த மாறிகள் அமைப்பின் நடத்தையை விவரிக்க கணித சமன்பாடுகள் மூலம் ஒன்றாக தொடர்புடையவை. பின்னர், இந்த பிரச்சனையின் தீர்வு, நன்கு வளர்ச்சியடைந்த கணித நுணுக்கங்களை முன்மாதிரியாக பயன்படுத்தி பெறப்படுகிறது. குறியீட்டு மாதிரியானது பொதுவாக சோதனை முறையில் கையாளக்கூடிய எளிதானது மற்றும் இது மிகவும் பொதுவானது மற்றும் சுருக்கமானது. அதன் செயல்பாடுகள் விரிவான விளக்கங்களை அளிக்கும்.

குறிப்புகள்

#### சுற்றுச்சூழலின் இயல்பு மாதிரிகள்

இந்த மாதிரிகளை (i) உறுதியான மாதிரிகள், மற்றும் (ii) நிகழ்தகவு அல்லது சீரற்ற மாதிரிகள். என வகைப்படுத்தலாம்

உறுதியான மாதிரிகள். இந்த மாதிரியில், அனைத்து அளவுருக்களும் செயல்பாட்டு உறவுகளும் முடிவு செய்யப்படும்போது உறுதியுடன் அறியப்படும் என கருதப்படுகிறது. நேர்கோட்டு நிரலாக்கமும் மாதிரிகள் முறிவு நிர்ணய மாதிரிகள் உதாரணங்கள் ஆகும்.

நிகழ்தகவு அல்லது சீரற்ற மாதிரிகள். இந்த மாதிரிகள், குறைந்தபட்சம் ஒரு அளவுருவாகும் அல்லது முடிவு மாறி ஒரு சீரற்ற மாறியாக உள்ளது. இந்த மாதிரிகள் நிஜ உலகின் சிக்கலான தன்மையையும் சுற்றியுள்ள நிச்சயமற்ற தன்மையையும் அளவிடுகின்றன.

#### பொதுமைப்பாட்டு விரிவாக்கத்தின் மாதிரிகள்

இந்த மாதிரிகள் (i) குறிப்பிட்ட மாதிரிகள் மற்றும் (ii) பொது மாதிரிகள் என வகைப்படுத்தலாம்.

குறிப்பிட்ட மாதிரிகள். ஒரு மாதிரி குறிப்பிட்ட நேரத்தில் ஒரு அமைப்பை அளிக்கும் போது, ஒரு குறிப்பிட்ட மாதிரியாக அறியப்படுகிறது. இந்த மாதிரியில், நேர காரணி அவற்றைக் கருதவில்லை என்றால் அவை நிலையான மாதிரிகள் என அழைக்கப்படுகின்றன. அடுத்த கட்டத்திற்கு திட்டமிடும் கால கட்டத்தில், தேவைக்கேற்ப, பொருளாதார ஒழுங்கு அளவை நிர்ணயிக்கும் ஒரு சரக்கு சிக்கல் நிலையான மாதிரியின் ஒரு எடுத்துக்காட்டு ஆகும். ஆற்றல் நிரலாக்கம் ஒரு ஆற்றல் மாதிரியின் உதாரணமாக கருதப்படுகிறது.

பொது மாதிரிகள். உருவகப்படுத்தல் மற்றும் சுமுக மாதிரிகள் பொது மாதிரிகள் வகையின் கீழ் வருகின்றன. இந்த மாதிரிகள் முன்னர் கவனிக்கப்படாத மாற்று உத்திகளை ஆராய பயன்படுகின்றன.

#### 9.4.2 செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் வரம்புகள்

மேலே கூறப்பட்டபடி OR நிர்வாகத்திற்கு ஒரு பெரும் உதவியாக இருப்பினும், அது முடிவெடுப்பதற்கான மாற்றாக இருக்க முடியாது. ஒரு வியாபார நிறுவனத்திற்கு உண்மையில் சிறந்தது என்னவென்றால், அவரது அனுபவம்

மற்றும் தீர்ப்பின் மீது மீண்டும் வீழ்ச்சியடைய வேண்டிய ஒரு நிறைவேற்று அதிகாரி OR பல வரம்புகளின் காரணமாக இருக்கிறது. முக்கியமான வரம்புகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன:

### குறிப்புகள்

1. கணித வெளிப்பாடுகள் தொடர்பான உள்ளார்ந்த வரையறைகள். OR கணித மாதிரிகள், சமன்பாடுகள் மற்றும் பிற கணித வெளிப்பாடுகள் ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்துகிறது. ஊகங்கள் எப்போதும் ஒரு சமன்பாடு அல்லது மாதிரியின் பெறுதல்கள் இணைக்கப்படும் போது, இது போன்ற ஒரு சமன்பாடு அல்லது மாதிரி, சம்பந்தப்பட்ட பிரச்சனையில் உள்ள அடிப்படை ஊகங்கள் மற்றும் மாறிகளின் போது வணிக பிரச்சினைகளின் தீர்வுகளை சரியாக பயன்படுத்தப்படுகிறது. இந்த எச்சரிக்கை உரிய கவனிப்புகளை கொடுக்கவில்லை எனில், எப்போதும் தவறான பயன்பாடு அல்லது நுட்பங்கள் இருக்கக்கூடிய வாய்ப்புகள் உள்ளது. பெரும்பாலும் இந்த நடவடிக்கைகள் இதற்கு பொருத்தமான சிக்கல்களை கண்டுபிடிக்க முடியாமல் பல தீர்வுகள் இருப்பதாக ஆராய்ச்சியாளர்கள் குற்றம் சாட்டியுள்ளனர்.
2. அதிக செலவு, OR தொழில்நுட்பங்களை பயன்படுத்துவதில் ஈடுபடுகின்றனர். பொதுவாக OR நுட்பங்கள் மிகவும் விலையுயர்ந்தது என்று நிரூபிக்க வேண்டும். சிறப்பு நபர்களின் சேவைகள் தவிர்க்க முடியாதபடி அழைக்கப்படுகின்றன, அதோடு அதனுடன் கணினி பயன்பாடு மற்றும் அதன் தொழில்நுட்பம் OR நுட்பங்களைப் பயன்படுத்தும் போது அதன் பராமரிப்பு ஆகியவை பரிசீலிக்கப்படுகின்றன. எனவே, இத்தகைய நுட்பங்களைப் பயன்படுத்துவது மட்டுமே பெரிய அக்கறையாக இருக்கலாம். பெரிய வணிக அமைப்புகளில் கூட நாம் எதிர்பார்க்க முடியும் அவற்றின் விலை மதிப்பு பல சந்தர்ப்பங்களில் இல்லாத காரணத்தினால், OR நுட்பங்கள் வெறுமனே வரையறுக்கப்பட்ட பயன்பாட்டில் இருக்கும். இதற்கு மாறாக, ஒரு பொதுவான மேலாளர் உள்ளூர்வ மற்றும் தீர்ப்பைப் பொறுத்து ஒரு முடிவை மிக விலைமதிப்பற்ற வகையில் செய்ய முடியும். இதனால், OR பயன்பாடு ஒரு விலையுயர்வான விவகாரம், ORன் ஒரு முக்கியமான வரம்புக்குட்பட்டதாகும்.
3. OR கவனிக்க முடியாத காரணிகள், அதாவது, அளவிட முடியாத மனித காரணிகளை கருத்தில் கொள்வதில்லை. OR முடிவுகளை எடுப்பதில் திறமை, அணுகுமுறை, வீரியம் போன்ற வியக்கத்தக்க காரணிகளுக்கு எந்தவொரு கருத்துக்களையும் அளிக்காது. ஆனால், பல சந்தர்ப்பங்களில் வெற்றி அல்லது தோல்வி போன்ற அளவிட முடியாத காரணிகளை கருத்தில் கொண்டுள்ளது. நிர்வாக சிக்கல்களுக்கு பதில் கிடைப்பதற்கு எந்த மாய விதிமுறையும் இருக்க முடியாது, ஆனால் இது சரியான நிர்வாக ரீதியிலான அணுகுமுறைகளையும், கொள்கைகளையும் சார்ந்துள்ளது.
4. OR பகுப்பாய்வு ஒரு கருவியாக மட்டுமே உள்ளது மற்றும் முழுமையான முடிவு எடுக்கும் செயல்முறை அல்ல. OR தனியாக இறுதி முடிவை எடுக்க முடியாது, அதை எப்போதும் மனதில் வைக்க வேண்டும். இது ஒரு கருவி மற்றும் சிறந்த மாற்று வழிமுறைகளை பரிந்துரைக்கிறது. இறுதி ஆய்வில் பல வணிக

முடிவுகள் மனித உறுப்புகளை உள்ளடக்கியது. எனவே, OR நிர்வாகத்திற்கான மாற்றீட்டை விட ஒரு சிறந்த துணை உள்ளது. ஆழ்ந்த தீர்ப்பு முடிவெடுப்பதற்கு ஒரு முக்கிய அணுகுமுறையாக இருக்கும்.

5. இதர வரையறைகள். ORன் மற்ற வரம்புகளில், பின்வருவது குறிப்பிடத்தக்கது:

குறிப்புகள்

- (i) சார்பின்மை.செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியாளர்கள் நடு நிலையானவர்களாக இருக்க வேண்டும். நிர்வாகத்தின் முன்னுரிமைகளை உறுதிப்படுத்துவதற்கான முடிவுகளை வெளிக்கொணர முயற்சிக்கும் மற்றும் தோல்விக்ான வாய்ப்பு அதிகரிக்கக்கூடும்.
- (ii) தேவைக்குக்குறைவான புறநிலை செயல்பாடுகள். ஒரே ஒரு புறநிலை செயல்பாட்டை பயன்படுத்துவது என்பது பல நேரங்களில் முடிவுகளுக்கு போதாத அடிப்படை ஆகும். சட்டங்கள், ஒழுங்குமுறைகள், மக்கள் தொடர்பு, சந்தை உத்திகள் போன்றவை ஒரு விருப்பத்தை ரத்து செய்யும் வழியில் வந்து சேர்கிறது.
- (iii) உள் எதிர்ப்பு. ஒரு உகந்த முடிவுகளை செயல்படுத்துவதற்கு, தொழிற்சங்கங்கள் அல்லது தனிப்பட்ட மேலாளர்கள் போன்ற உள்நாட்டு தடைகளை எதிர்கொள்ள வேலைகளை செய்வதற்கும் மற்ற வழிகளுக்கும் வலுவான முன்னுரிமைகளைக் கொண்டுள்ளன.
- (iv) தகுதிகள். தகுதிவாய்ந்த OR பகுப்பாய்வு என்பது குறிப்பிடத்தக்க கணிதரீதியான உறவுகளின் முழுமையான புரிந்துணர்வு மற்றும் தரவுகளின் பெரும் பரவலான விவரங்களை கவனமாகக் குறிப்பிடுவதாகும். ஒரு தொழில்துறை சிக்கலை உருவாக்கும் OR தொகுப்பு திட்டமானது பெரும்பாலும் ஒரு கடினமான பணியாகும்.
- (v) தீர்வுக்கான நம்பகத்தன்மை தயாரிக்கப்படுத்தல். சில நேரங்களில் ஒரு நேர்கோடற்ற உறவு நேர்கோட்டுக்கு, LP பாணியில் பொருத்தி முடிக்கும் வகையில் மாற்றப்படுகிறது. இது தீர்வைத் திணிக்கலாம்.

உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறிக

1. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி கோட்பாடு எவ்வாறு ஆரம்பிக்கப்பட்டது?
2. OR விரிவாக்கத்தினை குறிப்பிடுக
3. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சியின் அடிப்படை பண்புகளை குறிப்பிடுக.
4. பாதுகாப்பைத் தவிர, OR பொருந்தும் மற்ற பகுதிகளை குறிப்பிடவும்.
5. OR பயன்பாட்டின் முக்கிய கட்டங்கள் என்ன?
6. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் பொருள் எப்போது உருவாக்கப்பட்டது?

## 9.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்

குறிப்புகள்

1. இரண்டாம் உலகப் போரின்போது ஒரு இராணுவ சூழலில், இராணுவ நிர்வாகம் மிகவும் அரிதாக உள்ள இராணுவ வளங்களை சரியான முறையில் பயன்படுத்துதல் பற்றிய முடிவுகளை எடுக்க விரும்பிய போது, இந்த நடவடிக்கைகள் பற்றிய ஆராய்ச்சிகள் இந்த அமைப்பின் செயல்பாட்டில் நடைமுறைக்கு வந்தன.
2. OR என்பது வரையறுக்கப்பட்ட வளங்களை சிறந்த முறையில் பயன்படுத்துதல் என்ற நோக்கத்திற்காக பலதுறை குழு முயற்சியின் மூலம் தீர்மானிக்கப்பட்ட விஞ்ஞான அறிவு ஆகும்.
3. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் முக்கியமான பண்புகள்:
  - (i) அமைப்பு நோக்குநிலை
  - (ii) பலதுறை விதிகளைப் பயன்படுத்துதல்
  - (iii) அறிவியல் முறைகளின் பயன்பாடு
  - (iv) மறைக்கப்படாத புதிய பிரச்சனைகள்
  - (v) அளவு தீர்வுகள்
  - (vi) மனித காரணிகள்

4. OR விண்ணப்பிக்கும் பகுதிகள் பின்வருமாறு:

(i) வேளாண்மை	(ii) நிதி
(iii) கைத்தொழில்	(iv) சந்தைப்படுத்தல்
(v) பணியாளர் மேலாண்மை	(vi) உற்பத்தி மேலாண்மை
(vii) ஆராய்ச்சி மற்றும் மேம்பாடு.	

5. OR பயன்பாட்டின் முக்கிய பணிகள்

(i) சிக்கலை வடிவமைத்தல்	(ii) கணித மாதிரியை உருவாக்குதல்
(iii) மாதிரியிலிருந்து தீர்வு பெறுதல்	(iv) மாதிரி மற்றும் அதன் தீர்வை பரிசோதித்தல் (மாதிரியை புதுப்பித்தல்)
(v) தீர்வுகளை கட்டுப்படுத்துதல்	(vi) நடைமுறைப்படுத்துதல்

6. இரண்டாம் உலகப் போரின்போது, இராணுவ சூழலில் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி (OR) என்ற தலைப்பு உருவாக்கப்பட்டது, இது பிரிட்டிஷ் அறிவியலாளர்களால் முன்னோடியாக இருந்தது.

## 9.6 சுருக்கம்

- 1940 ஆம் ஆண்டு J.F. மெக்லோஸ்கி மற்றும் F.N. ட்ரெபித்தேன் ஆகியோரால் செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி செய்யப்பட்டன.

குறிப்புகள்

- OR கட்டுப்பாட்டின் கீழ் உள்ள நடவடிக்கைகள் தொடர்பான முடிவுகளுக்கு ஒரு அளவின் அடிப்படையில் செயல் துறைகளை வழங்குவது ஒரு அறிவியல் முறையாகும்.
- OR ஒட்டுமொத்த அமைப்பின் நோக்கத்தை சிறப்பாக சேவை செய்யும் தீர்வுகளை வழங்குவதற்காக, ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட (மனிதன்-இயந்திரம்) அமைப்புகளின் கட்டுப்பாட்டின் கீழ் உள்ள பிரச்சனைகளுக்கு இடைக்கணிப்பு மூலம் அறிவியல் முறையின் பயன்பாடு என்று கருத முடியும்.
- OR அமைப்பு ஒட்டுமொத்த அணுகுமுறையில் வலியுறுத்துகிறது. இந்த பண்பில் OR பெரும்பாலும் முறைமை சார்ந்த அமைப்பாக குறிப்பிடப்படுகிறது.
- OR சரியான தீர்வுக்கு வரும் சிக்கலான பிரச்சனைகளை அறிவியல் மற்றும் முறையான தாக்குதல்களை உள்ளடக்குகிறது.
- நேரியல்பு நிரலாக்க நுட்பம் கொடுக்கப்பட்ட குறிக்கோளை மேம்படுத்துவதற்கான ஒரு தீர்வை கண்டுபிடிப்பதற்காகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது, அதாவது இலாப பெருக்கம் அல்லது சில குறைபாடுகளின் கீழ் செலவு குறைத்தல் போன்றவை பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- OR, தற்போதைய சேவையின் தேவை அதிகமாக இருக்கும் போதெல்லாம் அல்லது காத்திருப்போர் வரி அல்லது வரிசையின் கோட்பாடு கணித ஆய்வு ஒப்பந்தங்கள் அந்த சேவையை வழங்கும் தற்போதைய திறனுடன் தொடர்புடையது.
- OR, உறுதியான முடிவு மற்றும் உறுதியற்ற நிலைமைகளின் கீழ் தெளிவான முடிவுகளை எடுக்க முடிவு கோட்பாடு அக்கறை கொண்டுள்ளது.
- உற்பத்தி, கொள்முதல், விற்பனை, நிதி மற்றும் பிற சார்பு துறைகளில் OR நுட்பங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. OR மூலம் நிர்வாகம் ஒருங்கிணைந்த வணிக அமைப்புகளின் எதிர்வினைகளை அறிய முடியும். ஒருங்கிணைந்த உற்பத்தி மாதிரிகள் நுட்பம் வேலை உற்பத்தி மற்றும் சக்தியைப் பொறுத்து செலவை குறைக்க பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- OR வணிக நிர்வாகிகள் அத்தகைய புரிதலை அளிப்பதற்கு, வணிக நடவடிக்கைகளில், அவை புதிய கருத்துக்கள் மற்றும் சிறந்த வேகம், திறமை மற்றும் நம்பிக்கையுடன் பல முடிவெடுக்கும் சிக்கல்களுக்கு சிறந்த தீர்வுகளைத் தீர்மானிப்பதற்கான திறனை வழங்குகிறது.
- OR ஆய்வு பொதுவாக தீர்வு கட்டம், ஆராய்ச்சி கட்டம் மற்றும் செயல் கட்டம் என மூன்று நிலைகளைக் கொண்டிருக்கும்.
- ஒரு OR செயல்முறைக்கான ஆய்வு செயல்முறையானது பொதுவாக சில முக்கிய பணிகளை உள்ளடக்கியுள்ளது. கணித மாதிரியை ஆய்வு செய்வதன் மூலம் அமைப்பை பிரதிநிதித்துவப்படுத்துவதற்கான பிரச்சனையை உருவாக்குகிறது, மாதிரியில் இருந்து ஒரு தீர்வைப்

## குறிப்புகள்

பெறுவதற்கு , மாதிரி மற்றும் தீர்வை பரிசோதித்து, பின்னர் தீர்வுக்கான கட்டுப்பாடுகளை அமல்படுத்துவதற்கு தீர்வு வழங்கப்படுகிறது.

- OR பொதுவாக மூலோபாய இயல்பை விட தந்திரோபாயமான சிக்கல்களோடு சம்பந்தப்பட்டிருக்கிறது.
- ஒரு மாதிரியில் OR ஒரு செயல்பாட்டின் எளிமையான பிரதிநிதித்துவம் அல்லது அடிப்படை செயல்முறை அல்லது விசாரணையின் கீழ் ஒரு பொதுவான பிரச்சனையின் மிக முக்கியமான அம்சங்களை மட்டுமே கருத்தில் கொண்ட செயல்முறை என்று கருதப்படுகிறது.
- செயல்பாடுகளின் மூலம் மாதிரிகள், விளக்கமளிக்கும் மாதிரிகள், முன்கணிப்பு மாதிரிகள் மற்றும் ஒழுங்குமுறை மாதிரிகள் ஆகும்.
- அமைப்பு மூலம் மாதிரிகள் சின்னமான அல்லது உடல் மாதிரிகள், ஒப்புமை மாதிரிகள் மற்றும் கணித அல்லது குறியீட்டு மாதிரிகள் மூலம் குறிப்பிடப்படுகின்றன.
- ஒரு சூழல் தன்மையால் மாதிரிகளை தீர்மானிக்கப்பட்ட மாதிரிகள் மற்றும் நிகழ்தகவு மாதிரிகள் என வகைப்படுத்தலாம்.
- மாதிரிகளை மேற்கண்டவற்றின் பொதுத்தன்மைக்கு பாதிப்பில்லாமல், குறிப்பிட்ட மாதிரிகள் மற்றும் பொது மாதிரிகள் என பிரிக்கலாம்.

## 9.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்

- செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி: வரையறுக்கப்பட்ட வளங்களை சிறந்த முறையில் பயன்படுத்துதல் என்ற நோக்கத்திற்காக பலதுறை குழு முயற்சியின் மூலம் தீர்மானிக்கப்பட்ட அறிவியல் அறிவு ஆகும்.
- மாதிரிகள்: ஒரு செயல்பாடு அல்லது செயல்முறையின் ஒரு எளிமையான பிரதிநிதித்துவம் முக்கியமான காரணிகள் மற்றும் அவற்றின் இடைத்தொடர்புகளை அடையாளம் காண்பதற்கான ஒரு நோக்கத்துடன் விசாரணைக்குட்பட்ட பொதுவான சிக்கல்கள் அல்லது மிக முக்கியமான அம்சங்களை மட்டுமே கருதுகிறது.
- விளக்கமளிக்கும் மாதிரி: சிக்கல்களின் பல்வேறு நடவடிக்கைகள் மத்தியில் உள்ள உண்மைகள் மற்றும் உறவுகளை விவரிக்கும் ஒரு வகை மாதிரியாகும். இந்த மாதிரி பிற காரணிகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களின் விளைவாக மாறும் காரணிகளைப் பற்றிய தகவல்களை சேகரிக்கிறது.
- நெறிமுறை அல்லது தேர்வுமுறை மாதிரிகள்: இந்த மாதிரிகள் இயல்பில் குறிக்கப்பட்டவை மற்றும் உகந்த தீர்வுகளுக்கு புறநிலை முடிவெடுக்கும் விதிகளை உருவாக்குகின்றன.

## 9. 8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்

குறு விடை வினாக்கள்:

1. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி கோட்பாடு எங்கு உருவானது?



2. செயல்பாடுகளின் ஆராய்ச்சிகளை எவ்வாறு பயன்படுத்தலாம்?
3. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியின் தன்மை என்ன?
4. எந்த இந்திய நிறுவனங்கள் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியை பயன்படுத்துகிறது?
5. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சியில் முன்மாதிரி என்றால் என்ன?
6. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சியின் ஏதேனும் ஒரு வரையறை எழுதுக.

குறிப்புகள்

#### நெடு விடை வினாக்கள்:

1. விளக்கங்கள் மற்றும் உதாரணங்கள் உதவியுடன் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி பொருள் மற்றும் தோற்றத்தை விளக்குக.
2. செயல்பாடுகள் பற்றிய ஆராய்ச்சிகளை எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் விளக்குக.
3. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சியின் வளர்ச்சி பற்றி கட்டுரை வரைக.
4. ஆராய்ச்சி ஆய்வுகளின் பல்வேறு கட்டங்களை விளக்குக.
5. ஒட்டம் விளக்கத்தின் உதவியுடன் செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி அணுகுமுறையை விவரிக்க.
6. நல்ல செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி மாதிரிகளின் பண்புகள் எப்படி இருக்க வேண்டும்? விளக்குக.
7. பொருத்தமான உதாரணங்களின் உதவியுடன் செயல்பாட்டு ஆய்வுகளின் வரம்புகளை விளக்குக.

#### 9.9 மேலும் படிக்க

- தாஹா, H.A. 2006. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி: ஒரு அறிமுகம், 8வது பதிப்பு. புதுடில்லி: ப்ரிண்ட்ஸ்-ஹால் இந்தியா.
- ஜென்சன், பவுல் A., மற்றும் ஜோனாதன் F. பார்ட் 2003. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி மாதிரிகள் மற்றும் முறைகள். நியூயார்க்: ஜான் வில்லி & சன்ஸ்.
- குப்தா, P.K., மற்றும் D.S. ஹிரா. 2002. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி அறிமுகம். புதுடில்லி: S. சந்த் & கோ.
- கோத்தாரி, C.R. 1982. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி ஒரு அறிமுகம். புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.
- கலாவதி, S, 2013. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி, 4வது பதிப்பு. புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

## அலகு 10: வரிசைமுறை/திட்டமிடல் முறைகள்

குறிப்புகள்

### அமைப்பு

- 10.0 அறிமுகம்
- 10.1 நோக்கங்கள்
- 10.2 சொல்லியல் மற்றும் குறிமானம்: கருத்து
  - 10.2.1 திட்டமிடல் முறைகளுக்கான முதன்மை ஊகங்கள்
  - 10.2.2 முன்னுரிமை, செயலாக்கம், மற்றும் திரள் தயாரிப்பு
- 10.3 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 10.4 சுருக்கம்
- 10.5 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 10.6 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 10.7 மேலும் படிக்க

### 10.0 அறிமுகம்

இந்த அலகில், குறிப்பிட்ட (நேர) செலவினத்தை மேம்படுத்துவதற்காக, சில முன்வழங்கப்பட்ட வரிசையில், வரையறுக்கப்பட்ட சேவை வசதிகளில் ஒரு தொடர் வேலைகளுக்கான சரியான வரிசையை (வரிசை) நாம் தீர்மானிக்கிறோம்.

வரிசைப்படுத்துதல் அல்லது நிகழ்வில் வரும் ஒழுங்கு பற்றிய யோசனைகளை நமக்கு அளிக்கிறது.  $n$  வேலைகள் இருப்பதாகக் கருதுக (1, 2 ...  $n$ ), இவை ஒவ்வொன்றும் ஒரு நேரத்தில் இயந்திரத்தை (A, B, C ...) செயல்படுத்த வேண்டும். ஒவ்வொரு இயந்திரத்திற்கும் செயலாக்க பணிக்கான உத்தரவு வழங்கப்படுகிறது.  $(n!)^m$  வேலைகளை செயலாற்றுவதற்கான அனைத்து சாத்தியமான காட்சிகளின் மத்தியில் ஒரு வரிசை கண்டுபிடிக்க வேண்டும், அதனால் அனைத்து வேலைகளுக்கும் மொத்த கால அளவு குறைகிறது.

### 10.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகை நீங்கள் படித்து முடித்த பின்பு உங்களால்,

- கருத்துகள் மற்றும் குறிப்பீடுகளின் சொற்பொழிவுகள் பற்றி விவாதிக்க முடியும்
- திட்டமிடல் மாதிரிகளுக்கான பிரதான அனுமானங்களை ஆராய முடியும்
- முன்னுரிமைகள், செயலாக்க மற்றும் திரள் உற்பத்தி தொடர்பான பிரச்சினைகளை விளக்க முடியும்.

## 10.2 சொல்லியல் மற்றும் குறிமானம்: கருத்து

இந்த அலகில் பயன்படுத்தப்படும் சொல்லியல் மற்றும் குறிப்புகள் பின்வருமாறு உள்ளன.

குறிப்புகள்

இயந்திரங்களின் எண்ணிக்கை இதன் பொருளானது சேவை வசதிகள் நிறைவடையும் முன் ஒரு வேலையை அனுப்ப வேண்டும்.

ஒழுங்குமுறை நடைமுறைப்படுத்துதல்: இதில் வேலை முடிக்க பல்வேறு இயந்திரங்கள் தேவைப்படுவதை குறிக்கிறது

செயலாக்க நேரம்: ஒவ்வொரு இயந்திரத்திலும் பரிந்துரைக்கப்பட்ட நடைமுறைகளை முடிக்க ஒவ்வொரு வேலைக்கும் நேரம் தேவைப்படுகிறது

இயந்திரத்தின் செயலற்ற நேரங்கள்: இது மொத்த கால இடைவெளியில், இயந்திரம் செயலற்றதாக இருக்கும் நேரமாகும். அந்த நேரத்தில், இயந்திரம் கையேடு வேலை முடிந்து காத்திருக்கிறது.  $(i - 1)$  வேலை முடிவிற்கும்  $i$  இன் வேலை ஆரம்பத்திற்கும் இடையேயான இயந்திரம்  $j$  இன் நேரத்தை குறிக்கும் குறியீடாக  $x_{ij}$  பயன்படுத்தப்படுகிறது.

கழிக்கப்பட்ட மொத்த நேரம்: இது வேலையைத் துவங்குவதற்கும் கடைசி வேலையை முடிப்பதற்கும் உள்ள நேரமாகும். அப்படி நடந்தால் இது செயலற்ற நேரத்தை உள்ளடக்குகிறது.

விதி மீறல்: இதன் அர்த்தம், கடந்து செல்ல அனுமதி இல்லை என்பதாகும், அதாவது, ஒவ்வொரு இயந்திரத்திலும் வேலைகள் அதே வரிசையில் பராமரிக்கப்படுகிறது.  $M_1 M_2$  வரிசைகளில் 2 இயந்திரங்கள்  $M_1$  மற்றும்  $M_2$  மூலமாக  $N$ -வேலைகள் செயலாக்கப்பட வேண்டும். இந்த விதிப்படி, ஒவ்வொரு பணியும் முதலில்  $M_1$  இயந்திரத்திற்கு சென்று பின்னர்  $M_2$  க்கு செல்லும். ஒரு வேலை  $M_1$  இல் இருந்தால் இயந்திரம்  $M_2$  க்கு நேரடியாக செல்கிறது, இல்லையெனில் அது ஒரு வரியைத் தொடங்குகிறது அல்லது வரியின் முடிவில் இணைகிறது. வரியை உருவாக்கும் வேலைகள் இயந்திரம்  $M_2$  இல் செயலாக்கப்படுகின்றன.

### 10.2.1 திட்டமிடல் மாதிரிகளுக்கான முதன்மை ஊகங்கள்

- (i) எந்த நேரத்திலும் ஒரு இயந்திரத்தில் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட செயல்பாட்டை செயல்படுத்த முடியாது.
- (ii) ஒரு இயக்கம் ஆரம்பித்தபின் ஒவ்வொரு நடவடிக்கையும் நிறைவேற்றப்பட வேண்டும்.
- (iii) வேறு எந்த நடவடிக்கையையும் தொடங்குவதற்கு முன் ஒவ்வொரு செயலும் முடிக்கப்பட வேண்டும்.
- (iv) செயலாக்கத்திற்கான நேர இடைவெளிகள், செயல்பாடுகளை மேற்கொள்ளும் வரிசையில் இருந்து விடுபட்டவை.
- (v) ஒவ்வொரு வகைக்கும் ஒரே ஒரு இயந்திரம் மட்டுமே உள்ளது.
- (vi) உத்தரவு தேவைகளுக்கு உட்பட்டு, ஒரு வேலை முடிந்தவரை விரைவில் செயல்படுத்தப்படும்.

(vii) அனைத்து வேலைகளும் அறியப்பட்டு, செயலாக்கத்திற்கு தயாராக உள்ளன.

(viii) இயந்திரங்கள் இடையில் வேலைகளை மாற்றுவதற்கான நேரம் குறைவாகவே உள்ளது.

குறிப்புகள்

### 10.2.2 முன்னுரிமை, செயலாக்கம், மற்றும் திரள் தயாரிப்பு:

வகை I: இரண்டு இயந்திரங்கள் மூலம் N வேலைகளுக்கான கணக்குகள்

இரண்டு இயந்திரங்கள் மூலம் செயலாக்கத்திற்கான மொத்த வேலைகளை நிறைவு செய்வதற்கு வழிமுறை பயன்படுகிறது, இது 'ஜான்சனின் வழிமுறை' என்றழைக்கப்படுகிறது மற்றும் இது பின்வரும் வழிமுறைகளைக் கொண்டுள்ளது.

வரிசையில் உள்ள  $n$  வேலைகள் (1, 2, 3 ...  $n$ ) கொண்ட இரண்டு இயந்திரங்கள் A மற்றும் B யின் வரிசையில் AB செயலாக்கத்தை கருத்தில் கொள்ள வேண்டும். செயல்முறை காலங்கள் (நேரம்)  $A_1 A_2 \dots A_n$  மற்றும்  $B_1 B_2 \dots B_n$  பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

<u>இயந்திரம்/வேலை</u>	1	2	3	...	n
A	$A_1$	$A_2$	$A_3$	...	$A_n$
B	$B_1$	$B_2$	$B_3$	...	$B_n$

இது மொத்த காலத்தை குறைப்பதற்கான வேலைகளை வரிசைப்படுத்துவதாகும்.

ஜான்சன் என்பவரால் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட தீர்வு முறை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

படி 1 பட்டியல்  $A_1 A_2 \dots A_n$  மற்றும்  $B_1 B_2 \dots B_n$  ல் நிகழும் குறைந்தபட்ச செயலாக்க நேரத்தைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். இந்த வேலையின் குறைந்தபட்ச செயலாக்க நேரம் K. என்பதாகும்.

படி 2 மிகச் சிறிய செயலாக்க இயந்திரம் A க்கு இருந்தால், முதலில் K வேலையை செய்து, தொடரின் துவக்கத்தில் அதை வைக்க வேண்டும். இயந்திரம் B க்கு இருந்தால், K வேலை முடிவடைந்து, அதை வரிசையின் முடிவில் வைக்க வேண்டும்.

படி 3 குறைந்தபட்ச செயலாக்க நேரத்தை தேர்ந்தெடுப்பதில் மூன்று தீர்வுகள் இருக்க வேண்டும். அவை,

- இயந்திரம் A க்கு சமமான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் மட்டுமே இருந்தால், பெரிய செயலாக்க நேரம் கொண்ட வேலைகளை தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். மற்றும் B யை முதல் வரிசையில் வைக்க வேண்டும்.
- இயந்திரம் B க்கு சமமான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் மட்டுமே ஏற்படுமானால், வேலையின் வரிசையில் கடைசியாக வைக்கப்படும். A இல் பெரிய செயலாக்க நேரத்துடன் வேலைகளைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

குறிப்புகள்

(iii) ஒவ்வொரு இயந்திரத்திற்கும் சமமான குறைந்தபட்ச மதிப்புகள் இருந்தால், முதலில் A என்ற இயந்திரத்தின் வேலையை செய்ய வேண்டும். மற்றும் இயந்திரம் B இல் உள்ள வேலையை கடைசியாக செய்ய வேண்டும்.

படி 4 ஏற்கனவே வரிசைப்படுத்தப்பட்ட வேலைகளை நீக்க வேண்டும். எல்லா வேலைகளும் வரிசைப்படுத்தப்பட்டிருந்தால், அடுத்த படிக்குச் செல்ல வேண்டும். இல்லையெனில், படி 1 முதல் 3 வரை மீண்டும் செய்ய வேண்டும்.

படி 5 இந்த படிநிலையில், ஒட்டுமொத்த அல்லது மீதமுள்ள நேரத்தை தீர்மானிக்க வேண்டும். மேலும் இயந்திரங்கள் A மற்றும் B ஆகியவற்றின் செயலற்ற நேரங்கள் பின்வருமாறு:

மொத்த மீதமுள்ள நேரம் = இயந்திரம் A இல் உகந்த காட்சியில் முதல் வேலையைத் தொடங்கவும் மற்றும் இயந்திரம் B மீது உகந்த வரிசையில் கடைசி வேலையை நிறைவு செய்ய வேண்டும்.

A இன் செயலற்ற நேரம் = (உகந்த காட்சியில் கடைசி இயந்திரம் B இல் முடிக்கப்படும் நேரம்) - (உகந்த காட்சியில் கடைசி இயந்திரம் A இல் முடிக்கப்படும் நேரம்)

B இன் செயலற்ற நேரம் = [உகந்த காட்சியில் முதல் வேலை

இயந்திரத்தில் தொடங்கும் போது  $B + \sum_{k=1}^n$  [நேரம் k யின் வேலை இயந்திரம் B தொடங்குகிறது - நேரம் (K - 1) வது வேலை இயந்திரத்தில் B ல் முடிகிறது]

உதாரணம் 10.1: ஐந்து வேலைகளில் ஒவ்வொன்றும் இரண்டு பொருள்களான A மற்றும் B என்ற வரிசையின் வழியாக செல்ல வேண்டும் அவற்றின் செயலாக்க முறை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வேலை	1	2	3	4	5
இயந்திரம் A	5	1	9	3	10
இயந்திரம் B	2	6	7	8	4

இது மொத்த கால இடைவெளியைக் குறைக்கும் போது, ஐந்து வேலைகளின் வரிசையை தீர்மானிக்கின்றன.

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட பிரச்சனையில் இயந்திரம் A இன் குறுகலான செயலாக்க நேரம் 1 ஆகும். கீழே காட்டப்பட்டுள்ளபடி, ஆரம்பத்தில் வேலை 2 செய்ய வேண்டும். செயலாக்க நேரத்தின் குறைக்கப்பட்ட பட்டியல்

2

முதல் வேலை தொடங்கும் நேரம்

வேலை	1	3	4	5
இயந்திரம் A	5	9	3	10
இயந்திரம் B	2	7	8	4

மீண்டும் குறைக்கப்பட்ட பட்டியலில் குறைந்தபட்ச செயலாக்க நேரம் 2 மற்றும் இயந்திரம் B மீது வேலை 1 ஆகும். எனவே கடைசி வேலை 1 என வைத்து கொள்ள வேண்டும்.

வரிசைமுறை/திட்டமிடல் முறைகள்

2	1
---	---

அதே விதத்தில் குறைக்கப்பட்ட பட்டியல் அதே முறையில் தொடர்கிறது

வேலை	3	4	5
இயந்திரம் A	9	3	10
இயந்திரம் B	7	8	4

வரிசையின் முன்னணி

2	4	1
---	---	---

மற்றும் பட்டியல்

வேலை	3	5
இயந்திரம் A	9	10
இயந்திரம் B	7	4

ஏற்றம் தரும் வரிசை

2	4	5	1
---	---	---	---

இறுதியாக, உகந்த வரிசை n என பெற்றுள்ளது

2	4	3	5	1
---	---	---	---	---

உகந்த காட்சியைப் பயன்படுத்தி, வேலையின் ஓட்டம் இயந்திரங்கள் A மற்றும் B வழியாக,

$$2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1.$$

மொத்த காலத்தில் கணக்கிடப்பட்ட நேரம் மற்றும் இயந்திரத்தின் செயலற்ற நேரம்

வேலை	இயந்திரம் A		இயந்திரம் B		செயலற்ற நேரம்	
	உட்புறம்	வெளிப்புறம்	உட்புறம்	வெளிப்புறம்	A	B
2	0	1	1	7	0	1
4	1	4	7	15	0	0
3	4	13	15	22	0	0
5	13	23	23	27	0	1
1	23	28	28	30	30-28	1
					=2	3

மேலே உள்ள அட்டவணையில் இருந்து மொத்தமாக கடந்த நேரம் 30 மணி நேரம் என்றும், செயலற்ற நேரம் முறையே இயந்திரம் A-க்கு 2 மணி நேரமும், இயந்திரம் B-க்கு 3 மணி நேரம் என்று நாம் காண்கிறோம்.

குறிப்புகள்

உதாரணம் 10.2: இரண்டு இயந்திரங்களின் பின்வரும் பணிகளை முடிக்க தேவையான மொத்த மீதமுள்ள நேரத்தை (மணிநேரத்தில்) குறைக்கும் விளைவைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

குறிப்புகள்

பணி	A	B	C	D	E	F	G	H	I
இயந்திரம் A	2	5	4	9	6	8	7	5	4
இயந்திரம் B	6	8	7	4	3	9	3	8	11

தீர்வு: இயந்திரம் I-யின் வேலை A-யின் குறைந்தபட்ச செயலாக்க நேரம் 2 மணி நேரம் ஆகும். எனவே, இந்த வேலையை முதலில் செய்யவும்.

A

இந்த வேலைகளை நீக்கினால், செயலாக்க நேரத்தின் குறைக்கப்பட்ட பட்டியலைப் பெறலாம்.

பணி	B	C	D	E	F	G	H	I
இயந்திரம் I	5	4	9	6	8	7	5	4
இயந்திரம் II	8	7	4	3	9	3	8	11

அடுத்த குறைந்தபட்ச செயலாக்க நேரம் இயந்திரம் II-யின் வேலைகள் E மற்றும் G க்கு சமமாக இருக்கிறது. இந்த வேலைக்கு இயந்திரம் I இல் தொடர்புடைய செயலாக்க நேரம் 6 மற்றும் 7 ஆகும். நீண்ட செயலாக்க நேரம் 7 மணி நேரம் ஆகும். அதன் வரிசை இறுதியில் வேலை G மற்றும் E-யை அடுத்து உள்ளது

A	E	G
---	---	---

வரிசையாக வேலைகளை நீக்கினால் கிடைக்கும் குறைக்கப்பட்ட செயலாக்க பட்டியல்.

வேலை	B	C	D	F	H	I
இயந்திரம் I	5	4	9	8	5	4
இயந்திரம் II	8	7	4	9	8	11

குறைந்தபட்ச செயலாக்க நேர வேலை C, I மற்றும் D க்கு 4 மணி நேரம் ஆகும். வேலை C மற்றும் I -க்கு இயந்திரம் I-ம் மற்றும் வேலை D-க்கு இயந்திரம் II-ம் ஆகும். C மற்றும் I வேலைகளை வரிசைப்படுத்துவதில் போட்டி சமநிலை இருக்கிறது. இதனை உடைக்க, இயந்திரம் II-ன் அதிகபட்ச நேரமாக 11 (பதினோரு மணி) மணிநேரத்தை நாம் கருதுகிறோம். ஆகையால், தொடர்ச்சியாக வேலை 1-ன் ஆரம்பத்தை வேலை C தொடர்கிறது. வேலை D, இது இயந்திரம் II இல் உள்ளது, இது கடைசியாக தொடங்குகிறது.

A	I	C	D	E	G
---	---	---	---	---	---

வரிசையாக வேலைகளை நீக்கினால் கிடைக்கும் குறைக்கப்பட்ட செயலாக்க பட்டியல்.

வேலை	B	F	H
இயந்திரம் I	5	8	5
இயந்திரம் II	8	9	8

அடுத்த குறைந்தபட்ச செயலாக்க நேரம் 5 மணி நேரம் எனில் இயந்திரம் I-ன் வேலைகள் B மற்றும் H மீண்டும் போட்டி சமநிலைக்கு உள்ளாகிறது. இதை உடைக்க நாம் மற்ற இயந்திரம் (II) -ல் மிக நீண்ட நேரத்தை கருதுகிறோம். அதன் வரிசையில் வேலை B அல்லது H முதலாகும். இறுதியாக, வேலை F வரிசைப்படுத்தப்படுகிறது.

இந்த வேலைக்கான உகந்த வரிசை,

A	I	C	B	H	F	D	E	G
---	---	---	---	---	---	---	---	---

இரண்டு இயந்திரங்கள் மொத்தமாக கடந்த நேரம் மற்றும் செயலற்ற நேரம் ஆகியவை பின்வரும் அட்டவணையில் இருந்து கணக்கிடப்படும்.

வேலை	இயந்திரம் A		இயந்திரம் B		செயலற்ற நேரம்	
	உட்புறம்	வெளிப்புறம்	உட்புறம்	வெளிப்புறம்	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>
A	0	2	2	8	0	2
I	2	6	8	19	0	2
C	6	10	19	26	0	0
B	10	15	26	34	0	0
H	15	20	34	42	0	0
F	20	28	42	51	0	0
D	28	37	51	55	0	0
E	37	43	55	58	0	0
G	43	50	58	61	61-50	0
					11 மணி நேரம்	2 மணி நேரம்

மொத்த மீதமுள்ள நேரம் = 61 மணி நேரம்

இயந்திரம் I-ன் செயலற்ற நேரம் = 11 மணி நேரம்; இயந்திரம் II-ன் செயலற்ற நேரம் = 2 மணி நேரம்

வகை II: செயல்முறை N வேலைகள் மூலம் மூன்று இயந்திரங்கள் A,B,C

ABC வரிசையில் மூன்று இயந்திரங்கள் A, B, C யின் செயலாக்கத்தில் n வேலைகள் (1, 2 ... n) இருப்பதாக கருதுவோம். கணக்கை இரண்டு இயந்திர கணக்காக மாற்றுவதன் மூலம், உகந்த வரிசையை பெற முடியும். இதிலிருந்து நாம் ஜான்சனின் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி உகந்த வரிசையைப் பெறுகிறோம்.



குறிப்புகள்

கொடுக்கப்பட்ட கணக்கை இரண்டு இயந்திர கணக்காக மாற்றுவதற்கு பின்வரும் வழிமுறைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

படி 1: முதல் மற்றும் கடைசி இயந்திரங்களின் வேலைகள் மற்றும் இரண்டாவது இயந்திரத்திற்கான அதிகபட்ச செயலாக்க நேரம் ஆகியவற்றை பயன்படுத்தி குறைந்தபட்ச செயலாக்க நேரத்தைக் கண்டறியவும்.

$$\begin{aligned} & \text{Min}(A_i, C_i) \quad i=1,2,\dots,n \\ & \text{and } \max(B_i) \end{aligned}$$

படி 2: பின்வரும் சமத்துவமின்மையை சரிபார்க்கவும்.

$$\begin{aligned} & \text{Min } A_i \geq \max B_i \\ & \text{or} \\ & \text{Min } C_i \geq \max B_i \end{aligned}$$

படி 3 படி 2 இல் உள்ள ஏற்றத்தாழ்வுகள் எதுவும் திருப்திகரமாகவில்லை என்றால், இந்த முறையைப் பயன்படுத்த முடியாது.

படி 4 படி 2 இல் உள்ள ஏற்றத்தாழ்வுகளில் ஒன்று திருப்திகரமாக இருந்தால், G மற்றும் H ஆகியவற்றின் செயலாக்க நேரம் கொடுக்கப்பட்டால் இரண்டு இயந்திரங்கள் G மற்றும் H ஐ வரையறுக்கிறோம்.

$$\begin{aligned} G_i &= A_i + B_i, \quad i=1,2,\dots,n \\ H_i &= B_i + C_i, \quad i=1,2,\dots,n \end{aligned}$$

படி 5 மாற்றப்பட்ட இயந்திரங்கள் G மற்றும் H க்கு இரண்டு இயந்திர வழிமுறைகளை பயன்படுத்தி உகந்த காட்சியைப் பெறுவோம்.

உதாரணம் 10.3: பல்வேறு வேலைகளில் ஒரு இயந்திரம் இயக்குபவர் திருப்புதல், மரையிடல் மற்றும் முழக்கமிடுதல் போன்ற மூன்று செயல்பாடுகளை செய்ய வேண்டும். ஒவ்வொரு பணிக்கும் இந்த செயல்களை (நிமிடங்களில்) செய்ய வேண்டிய நேரம் அறியப்படுகிறது. அனைத்து வேலைகளையும் அடைய தேவையான மொத்த நேரத்தை குறைப்பதற்காக வேலைகள் செயல்படுத்தப்பட வேண்டிய வரிசையைத் தீர்மானித்தல். குறைந்தபட்ச மீதமுள்ள நேரத்தைக் கண்டறிக.

வேலை	1	2	3	4	5	6
திருப்புதல்	3	12	5	2	9	11
மரையிடல்	8	6	4	6	3	1
முழக்கமிடுதல்	13	14	9	12	8	13

தீர்வு: நாம், A, B மற்றும் C. என மூன்று இயந்திரங்கள் கருத்தில் கொள்வோம். A = திருப்புதல் B = மரையிடல் C = முழக்கமிடுதல்

படி 1  $Min(A_i, C_i) = (2, 8)$   
 $Max(B_i) = 8$

படி 2  $\min_i A_i = 2 \geq \max_i B_i = 8$  திருப்திகரமானது.  
 $\min_i C_i = 8 \geq \max_i B_i$

நாங்கள் இரண்டு இயந்திரங்கள் G மற்றும் H யை வரையறுக்கிறோம் அதை போல,  $G_i = A_i + B_i$

$$H_i = B_i + C_i$$

வேலை	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>
G	11	18	9	8	12	12
H	21	20	13	18	11	14

உகந்த காட்சியைப் பெற ஜான்சனின் வழிமுறை படிகளை நாம் பின்பற்றுவோம்.

4	3	1	6	2	5
---	---	---	---	---	---

இயந்திரங்கள் A, B மற்றும் C யின் மொத்த இடைவெளி மற்றும் குறைந்தபட்ச செயலற்ற நேரங்களை அறிவதற்கு,

வேலை	இயந்திரம் A		இயந்திரம் B		இயந்திரம் C		செயலற்ற நேரம்		
	உட்புறம்	வெளிப்புறம்	உட்புறம்	வெளிப்புறம்	உட்புறம்	வெளிப்புறம்	A	B	C
<u>4</u>	0	2	2	8	8	20	-	<u>2</u>	<u>8</u>
<u>3</u>	2	7	8	12	20	29	-	=	=
<u>1</u>	7	10	12	20	29	42	-	=	=
<u>6</u>	10	21	21	22	42	55	-	<u>1</u>	=
<u>2</u>	21	33	33	39	55	69	-	<u>11</u>	=
<u>5</u>	33	42	42	45	69	77	-	<u>3</u>	=
							77-42		=
							(77-45) + 17		
							35	49	8

மொத்த கால அளவு = 77 நிமிடங்கள்

A இயந்திரத்தின் செயலற்ற நேரம் = 35 நிமிடங்கள் B இயந்திரத்தின் செயலற்ற நேரம் = 49 நிமிடங்கள் C இயந்திரத்தின் செயலற்ற நேரம் = 8 நிமிடங்கள்

உதாரணம் 10.4: A,B,C, வரிசையில் இயந்திரங்கள் A, B மற்றும் C வழியாக செல்ல வேண்டும், அதில் ஐந்து வேலைகள் உள்ளன. மொத்த கால இடைவெளியைக் குறைக்கும் வரிசைமுறையைத் தீர்மானிக்கவும்.

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

வேலை எண்	1	2	3	4	5
இயந்திரம் A	5	7	6	9	5
இயந்திரம் B	2	1	4	5	3
இயந்திரம் C	3	7	5	6	7

தீர்வு: பின்வரும் வழிமுறைகளைப் பயன்படுத்தி, இரண்டு-எந்திரங்களின் கணக்குகளை மாற்றுவதன் மூலம் உகந்த வரிசை பெறலாம்.

படி 1 கண்டறிக  $Min(A_i, C_i) i = 1, 2, \dots, 5$   
 $= (5, 3).$

படி 2  $Max(B_i) = 5$  திருப்திகரமானது  
 $Min A_i = 5 = Max B_i = 5$   
 $Min A_i \geq Max B_i$

G மற்றும் H ஆகியவற்றில் செயலாக்க நேரம் கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு இயந்திரங்கள் G மற்றும் H ஆகியவற்றைக் குறிப்பிடுவதன் மூலம், இரண்டு இயந்திர சிக்கலுக்கு இந்த கணக்குகளை மாற்றியமைக்கிறோம்,

$$G_i = A_i + B_i$$

$$i = 1, 2, \dots, 5$$

$$H_i = B_i + C_i$$

வேலை	1	2	3	4	5
G	7	8	10	14	8
H	5	8	9	11	10

ஜான்சனின் வழிமுறையிலுள்ள படிகளைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் உகந்த காட்சியைப் பெறுகிறோம்.

5	2	4	3	1
---	---	---	---	---

மூன்று இயந்திரங்களின் மொத்த கால இடைவெளியையும் நேரத்தையும் கண்டுபிடிக்க.

வேலை	இயந்திரம் A		இயந்திரம் B		இயந்திரம் C		செயலற்ற நேரம்		
	உட்புறம்	வெளிப்புறம்	உட்புறம்	வெளிப்புறம்	உட்புறம்	வெளிப்புறம்	A	B	C
5	0	5	5	8	8	15	-	5	8
2	5	12	12	13	15	22	-	4	=
4	12	21	21	26	26	32	-	8	4
3	21	27	27	31	32	37	-	1	=
1	27	32	32	34	37	40	-	1	=

	40-32	40-34	=
		= 6 + 19	=
	8	25	12

வரிசைமுறை/திட்டமிடல் முறைகள்

குறிப்புகள்

மொத்த மீதமுள்ள நேரம் = 40 மணி நேரம்.

A இயந்திரத்தின் செயலற்ற நேரம் = 8 மணிநேரம் B இயந்திரத்தின் செயலற்ற நேரம் = 25 மணிநேரம் C இயந்திரத்தின் செயலற்ற நேரம் = 12 மணி நேரம்

வகை III: N வேலைகள் மற்றும் K இயந்திரங்களின் கணக்குகள்

ஒரே வரிசையில் N வேலைகள் (1, 2 ... n) மற்றும் K இயந்திரங்களை ( $M_1, M_2, \dots, M_k$ ) கருத்தில் கொள்க. நடைமுறை செயல்முறை பெறுவதற்கான ஒரு உகந்த வரிசை பின்வருமாறு

படி 1  $M_{i2}, M_{i3}, \dots, M_{ik-1}$  ஆகியவற்றின் ஒவ்வொன்றிலும்  $i = 1, 2, \dots, n$  குறைந்தபட்ச  $M_i$  மற்றும் குறைந்தபட்ச  $M_{ik}$  கண்டுபிடிக்க.

படி 2: சரிபார்க்கவும்

$$\min M_{i1} \geq \max M_{ij}, \text{ for } j = 2, 3, \dots, K-1$$

$$\min M_{ik} \geq \max M_{ij}, \text{ for } j = 2, 3, \dots, K-1$$

படி 3: படி 2 இல் உள்ள ஏற்றத்தாழ்வுகள் திருப்திகரமாக இல்லாவிட்டால், மற்றவை அடுத்த படிக்கு சென்று விடும்.

படி 4: படி 2 க்கு கூடுதலாக,  $M_{i2} + M_{i3} + \dots + M_{ik-1} = C$  என்றால், C என்பது ஒரு நேர் நிலையான மாறிலி,  $i = 1, 2, \dots, n$

பின்னர் இரண்டு இயந்திரங்கள்  $M_i$  மற்றும்  $M_k$  வரிசையில்  $M_i, M_k$ , சரியான வரிசை நெறிமுறைகளை பயன்படுத்தி, n வேலைகளுக்கு உகந்த வரிசை தீர்மானிக்க.

படி 5: நிபந்தனை  $M_{i2} + M_{i3} + \dots + M_{ik-1} \neq C$ , என்றால்,  $i = 1, 2, \dots, n$ , நாம் இரண்டு இயந்திரங்கள் G மற்றும் H ஆகியவற்றை வரையறுக்கிறோம்,

$$G_i = M_{i1} + M_{i2} + \dots + M_{ik-1}$$

$$H_i = M_{i2} + M_{i3} + \dots + M_{ik} \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

இரண்டு இயந்திரங்களுக்கான உகந்த தொடர் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி G மற்றும் H இல் உள்ள அனைத்து வேலைகளின் செயல்திறன் உகந்த வரிசைமுறையை தீர்மானித்தல்.

உதாரணம் 10.5: ஐந்து இயந்திரங்கள் A, B, C, D மற்றும் E ஒவ்வொன்றிலும் 1, 2, 3 மற்றும் 4 போன்ற நான்கு வேலைகளும் A B C D, E வரிசையில் செயல்படுத்தப்பட வேண்டும். வேலைகள் எந்த இடத்திலும் அனுமதிக்கப்படாவிட்டால், குறைந்தபட்சம் கணக்கிடப்பட்ட நேரத்தைக் கண்டறியவும். மேலும் ஒவ்வொரு இயந்திரத்திற்கும் தனித்துவமான நேரத்தைக் கண்டறியவும்.

குறிப்புகள்

இயந்திரம்	வேலை			
	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>
A	7	6	5	8
B	5	6	4	3
C	2	4	5	3
D	3	5	6	2
E	9	10	8	6

தீர்வு: கணக்குகள் ஐந்து இயந்திரங்களில் வரிசைப்படுத்தப்பட வேண்டும் என்பதால், பின்வரும் கணக்குகளை பின்பற்றுவதன் மூலம் இரண்டு இயந்திரப் பிரச்சாரமாக மாற்றுவோம்.

படி 1  $Min_i (A_i, E_i) = (5, 6)$  கண்டுபிடி  
 $i = 1, 2, 3, 4$

$Max (B_i, C_i, D_i) = (6, 5, 6)$

படி 2: சமத்துவமின்மை

$Min E_i = 6 \geq Max (B_i, C_i, D_i)$

தீர்க்கப்பட்டது. எனவே, நாம் கணக்குகளை இரண்டு இயந்திர சிக்கலாக மாற்றலாம்.

படி 3:  $B_i + C_i + D_i \neq C$  என்பதால், C ஆனது ஒரு மாறிலி, நாம் இரு இயந்திரங்கள் G மற்றும் H ஐ வரையறுக்கிறோம்.

$G_i = A_i + B_i + C_i + D_i$

$H_i = B_i + C_i + D_i + E_i \quad i = 1, 2, 3, 4.$

வேலை	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>
G	17	21	20	16
H	19	25	23	14

1	3	2	4
---	---	---	---

வேலை	இயந்திரம் A		இயந்திரம் B		இயந்திரம் C		இயந்திரம் D		இயந்திரம் E	
	வெளியே உள்ளே	வெளியே உள்ளே	வெளியே உள்ளே	வெளியே உள்ளே	வெளியே உள்ளே	வெளியே உள்ளே	வெளியே உள்ளே	வெளியே உள்ளே	வெளியே உள்ளே	வெளியே உள்ளே
1	0	7	7	12	12	14	14	17	17	26
3	7	12	12	16	14	19	19	25	26	34
2	12	18	18	24	24	28	28	33	34	34
4	18	26	26	29	29	32	33	35	44	50

செயலற்ற நேரம்				
A	B	C	D	E
–	7	12	14	17
–	–	–	2	–
–	2	5	3	–
–	2	1	–	–
50–26	50–29 = 21	50–32 = 18	50–35 = 15	–
24	32	36	34	17

மொத்த மீதமுள்ள நேரம் = 50 மணி நேரம்.

செயலற்ற நேரத்திற்கான இயந்திரம் A = 24 மணிநேரம்; செயலற்ற நேரத்திற்கான இயந்திரம் B = 32 மணிநேரம்; செயலற்ற நேரத்திற்கான இயந்திரம் C = 36 மணிநேரம்; செயலற்ற நேரத்திற்கான இயந்திரம் D = 34 மணிநேரம்; செயலற்ற நேரத்திற்கான இயந்திரம் E = 17 மணிநேரம்; வகை IV: K இயந்திரங்கள் மூலம் 2 வேலைகளில் உள்ள சிக்கல்கள்

K இயந்திரங்களில்  $M_1, M_2 \dots M_k$  இரண்டு வெவ்வேறு கட்டளைகளில் செயலாக்கப்பட வேண்டிய இரண்டு வேலைகளை கவனியுங்கள். K இயந்திரங்களால் இரண்டு வேலைகளில் ஒவ்வொன்றையும் வரிசைப்படுத்துவது முன்கூட்டியே அறியப்படுகிறது. இத்தகைய உத்தரவு இரண்டு வேலைகளுக்கும் ஒரே மாதிரியாக இருக்காது. கொடுக்கப்பட்ட அனைத்து இயந்திரங்களிலும் சரியான அல்லது எதிர்பார்க்கப்படும் செயலாக்க முறை பற்றி அறிய முடிகிறது.

ஒவ்வொரு இயந்திரமும் ஒரே நேரத்தில் ஒரே வேலையை மட்டுமே செய்ய முடியும். மொத்த காலப்பகுதியைக் குறைப்பதற்காக வேலைகள் செயல்படுத்துவதற்கான உகந்த தொடர்வைக் குறிக்கப்பட வேண்டும்.

இந்த விஷயத்தில் உகந்த காட்சியை வரைபடத்தைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் பெறலாம். செயல்முறை பின்வரும் படிகளில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

படி 1 கிடைமட்ட அச்ச வேலை 1 செயல்முறை நேரத்தை குறிக்கும் மற்றும் செங்குத்து அச்ச வேலை 2 செயல்முறை நேரத்தை குறிக்கிறது.

படி 2 இயந்திரத்தின் கொடுக்கப்பட்ட வரிசை முறையே வேலை 1 மற்றும் வேலை 2 ஆகியவை கிடைமட்ட மற்றும் செங்குத்து கோடுகளில் குறிக்கப்பட்டன.

படி 3 இணைப்பதன் மூலம் (ஆரம்ப புள்ளியில் இருந்து தொடங்கி இறுதிப் புள்ளி வரை) அதே இயந்திரம் பல்வேறு தொகுதிகளை உருவாக்க உதவுகிறது.

படி 4 கிடைமட்டமாக, செங்குத்தாக மற்றும் குறுக்காக நகர்த்துவதன் மூலம் துவக்கத்தில் இருந்து இறுதி புள்ளியில் வரையான கோடு (அடி)  $45^\circ$  கோணத்தை உருவாக்குகிறது. இந்த வரியின் கிடைமட்ட பிரிவில் முதல் பணியானது செயல்பாட்டிலும் மற்றும் இரண்டாவது வேலை செயலற்ற நிலையிலும் உள்ளது என்பதை குறிக்கிறது. இதேபோல் செங்குத்து கோடு இரண்டாவது வேலையை செயலற்ற நிலையில் செயல்படுத்துகிறது என்பதை குறிக்கிறது. வரிகளின்

குறிப்புகள்

மூலைவிட்ட பகுதி, வேலைகள் ஒரே நேரத்தில் செயல்படுகின்றன என்பதைக் காட்டுகிறது.

குறிப்புகள்

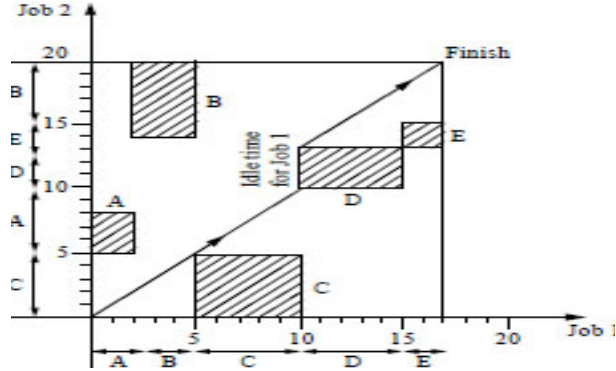
**படி 5** ஒரு உகந்த பாதையானது இரு வேலைகளுக்கும் இருக்கும் நேரத்தை குறைக்கிறது. எனவே, நாம் மூலைவிட்ட நகர்வு அதிகபட்சமாக பாதையை தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும் என்பதை குறிக்கிறது.

**படி 6** செயலற்ற நேரத்தை சேர்ப்பதன் மூலம் மொத்த மீதமுள்ள நேரம் அந்த வேலையின் செயலாக்க நேரத்திற்கு ஒரு வேலைக்காக பெறப்படுகிறது.

**உதாரணம் 10.6:** கீழே காட்டப்பட்டுள்ள இயந்திரங்களில் பின்வரும் வேலைகளைச் செயல்படுத்த தேவையான நேரத்தை குறைக்க வரைகலை முறையைப் பயன்படுத்தவும், ஒவ்வொரு இயந்திரத்திற்கும் முதலில் செய்ய வேண்டிய பணியைக் கண்டறியவும். பின்னர் இரு வேலைகளையும் நிறைவு செய்ய தேவையான மொத்த காலத்தைக் கணக்கிடவும்.

வேலை 1	இயந்திரத்தின் வரிசை	A	B	C	D	E
	நேரம்	2	3	4	6	2
வேலை 2	இயந்திரத்தின் வரிசை	C	A	D	E	B
	நேரம்	4	5	3	2	6

**தீர்வு:** கொடுக்கப்பட்ட தகவல் இந்த படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. வண்ணம் தீட்டிய தொகுதிகள் தவிர்க்கப்பட வேண்டிய மேல்பரப்புகளை பிரதிநிதித்துவப்படுத்துகின்றன.



**படம் 10.1**

ஒரு உகந்த பாதையானது, வேலை 1 (கிடைமட்ட இயக்கம்) என்பதற்கான செயலற்ற நேரத்தையும் இதேபோல் வேலை 2 (செங்குத்து இயக்கம்) என்பதற்கான செயலற்ற நேரத்தையும் குறைக்கிறது.

மீதமுள்ள நேரத்தை அந்த வேலையின் செயலாக்க நேரத்திற்கு வேலையில்லாத நேரத்தை நாம் சேர்க்கிறோம்.

இந்த சிக்கலில், தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட பாதையின் செயலற்ற நேரம் வேலை 1 மற்றும் வேலை 2 க்கு பூஜ்ஜியமாக 3 மணிநேரமாக இருக்கும்.

இவ்வாறு, மொத்த கால அளவு =  $17 + 3 = 20$  மணிநேரம்.

உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறிக

1. செயலற்ற நேரம் என்றால் என்ன?
2. மொத்த மீதத்தின் நேரம் என்ன ?
3. ஜான்சன் வழிமுறை பற்றி விவரிக்க.

குறிப்புகள்

10.3 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும்  
வினாக்களுக்கான விடைகள்

1. முழு நேரத்தின் போது ஒரு இயந்திரம் செயலற்றதாக இருக்கும். அந்த நேரத்தில் இயந்திரம் வேலை செய்வதை குறிக்கிறது.  $(i - 1)$  வேலை முடிவிற்கும்  $i$  இன் வேலை தொடங்குவதற்கும் இடையே ஒரு இயந்திரம்  $j$  இன் நேரத்தை குறிக்கும் குறியீடாக  $x_{ij}$  பயன்படுத்தப்படுகிறது.
2. மொத்த மீதமுள்ள நேரம் முதல் வேலையைத் துவங்குவதற்கும், இறுதி வேலையை முடிக்கும் காலத்திற்கும் இடைப்பட்ட காலமாகும். இது நிகழ்ந்தால், செயலற்ற நேரத்தையும் உள்ளடக்குகிறது.
3. இரண்டு இயந்திரங்கள் மூலம்  $n$  வேலைகளை செயலாக்குவதற்கு மொத்த கழிந்த நேரத்தை மீட்பதில் பயன்படுத்தப்படும் வழிமுறை, 'ஜான்சனின் வழிமுறை' எனப்படுகிறது.

10.4 சுருக்கம்

- வரிசைப்படுத்துதல் செய்திகள் நிகழ்வது அல்லது நிகழ்வில் வரும் ஒழுங்கு பற்றிய யோசனைகளை நமக்கு அளிக்கிறது.  $N$  வேலைகள்  $(1, 2 \dots n)$  உள்ளன. ஒவ்வொன்றும் ஒரு நேரத்தில் இயந்திரத்தை செயல்படுத்த வேண்டும்  $(A, B, C \dots)$ . இயந்திரத்தின் மூலமாக ஒவ்வொரு பணியையும் செயலாக்கும் ஒழுங்கு வழங்கப்படுகிறது.
- வேலைகள் செயலாற்றுவதற்கான அனைத்து சாத்தியமான காட்சிகளுடனும்  $(n!)n$  ஒரு வரிசை கண்டுபிடிக்க வேண்டும். அதனால், வேலைகள் அனைத்திற்கும் மொத்த இடைவெளி குறைந்ததாக இருக்கும். வேலைகளைச் செய்வதற்காக, அனைத்து வேலைகளுக்கான மொத்த காலமும் குறைந்தபட்சமாக இருக்கும்.
- ஒரு இயந்திரத்தில் உள்ள நேர இடைவெளி மொத்த இயந்திரத்தின் செயலற்றதாக உள்ளது. அந்த நேரத்தின் போது, இயந்திரம் கையேடு வேலை முடிக்க காத்திருக்கிறது.  $(i - 1)$  வேலை முடிவிற்கும்  $i$  இன் வேலை ஆரம்பத்திற்கும் இடையே ஒரு இயந்திரம்  $j$  இன் நேரத்தை குறிக்கும் குறியீடாக பயன்படுத்தப்படுகிறது.
- மொத்த வேலை நேரம் என்பது முதல் வேலையைத் துவங்குவதற்கும் கடைசி வேலையை முடிக்கும் காலத்திற்கும் இடைப்பட்ட நேரம் ஆகும்.
- கடந்து செல்லும் வழிமுறையும் இல்லை, கடந்து செல்ல அனுமதியும் இல்லை. அதாவது, ஒவ்வொரு இயந்திரத்திலும் வேலைகள் அதே வரிசையில் பராமரிக்கப்படுகின்றன.  $M_1M_2$  வரிசையில் 2 இயந்திரங்கள்



குறிப்புகள்

$M_1$  மற்றும்  $M_2$  ஆகியவற்றின் மூலம்  $N$ - வேலைகளை செய்கின்றன என்றால், ஒவ்வொரு ஆண்டும்  $M_2$  வில் உள்ள ஒவ்வொரு இயந்திரமும்  $M_1$  க்கு சென்றுவிடும். ஒரு வேலை  $M_1$  இல் முடிந்தால், இயந்திரம்  $M_2$  க்கு நேரடியாக சென்றுவிடும். இல்லையெனில் அது ஒரு காத்திருப்பு வரியைத் தொடங்குகிறது அல்லது காத்திருக்கும் வரியின் முடிவில் இணைகிறது. காத்திருப்பு வரியை உருவாக்கும் வேலைகள் இலவசமாக இருக்கும் போது இயந்திரம்  $M_2$  இல் செயலாக்கப்படுகின்றன.

- இரண்டு இயந்திரங்கள் மூலம்  $n$  வேலைகளை செயலாக்குவதற்கு மொத்த கழிந்த நேரத்தை மீட்பதில் பயன்படுத்தப்படும் வழிமுறை, 'ஜான்சனின் வழிமுறை' எனப்படுகிறது.

### 10.5 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்

- மொத்த மீதமுள்ள நேரம்: இது முதல் வேலையைத் துவங்குவதற்கும் கடைசி வேலையை முடிப்பதற்கும் இடையேயான நேரம் ஆகும் .
- வழிமுறை: இது மொத்த கால இடைவெளியை மேம்படுத்த பயன்படுகிறது.  $n$  செயலாக்கத்திற்காக வேலைகள் இரண்டு இயந்திரங்களின் மூலம் 'ஜான்சனின் வழிமுறை' என்று அழைக்கப்படுகிறது.

### 10.6 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்

#### குறு விடை வினாக்கள்

1. வரிசைமுறை படிநிலை எதைக் கடந்து செல்லும்?
2. வரிசையாக்கம் பிரச்சனை என்றால் என்ன?

#### நெடு விடை வினாக்கள்

1. வரிசைமுறை சிக்கலைக் கையாளும் போது செய்யப்படும் நியதி அனுமானங்களை விளக்குக.
2. இரண்டு இயந்திரங்களின் மூலம் செயலாக்கும்  $n$  வேலைகளை பற்றி விவரிக்க.
3. ABC வரிசையில் மூன்று இயந்திரங்கள் A, B மற்றும் C மூலம் M வேலைகளின் செயலாக்க முறையை விளக்குக
4.  $n$  இயந்திரங்களைப் பயன்படுத்தி M வேலைகளை எவ்வாறு செயல்படுத்த வேண்டும் என்பதை விளக்குக.

### 10. 7 மேலும் படிக்க

தாஹா, H.A. 2006. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி: ஒரு அறிமுகம், 8வது பதிப்பு. புதுடில்லி: ப்ரிண்ட்ஸ்-ஹால் இந்தியா.

ஜென்சன், பவுல் A., மற்றும் ஜொனாதன் F. பார்ட் 2003. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி மாதிரிகள் மற்றும் முறைகள். நியூயார்க்: ஜான் வில்லி & சன்ஸ்.

குப்தா, P.K., மற்றும் D.S. ஹிரா. 2002. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி அறிமுகம். புதுடில்லி: S. சந்த் & கோ.

கோத்தாரி, C.R. 1982. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி ஒரு அறிமுகம். புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

கலாவதி, S, 2013. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி, 4வது பதிப்பு. புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

வரிசைமுறை/திட்டமிடல்  
முறைகள்

குறிப்புகள்

## அலகு 11 உருவகப்படுத்துதல் நுட்பங்கள்

### அமைப்பு

- 11.0 அறிமுகம்
- 11.1 நோக்கங்கள்
- 11.2 தீர்வு காணுதலுக்கு ஊக்கியாக இருக்கும் உருவகப்படுத்துதலின்
  - அறிமுகம்
  - 11.2.1 உருவகப்படுத்துதல் வகைகள்
  - 11.2.2 சீரற்ற எண்கள் மற்றும் மாறி
- 11.3 மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல்: உருவகப்படுத்துதல் முறைகளின் பயன்பாடுகள்
  - 11.3.1 மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல் மற்றும் பொருள் பட்டியல் கட்டுப்பாடு
  - 11.3.2 மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல் மற்றும் உற்பத்தி வரிசை மாதிரிகள்
  - 11.3.3 உருவகப்படுத்துதல் நுட்பத்தின் முக்கியத்துவமும் பயன்களும் : நன்மைகள் மற்றும் தீமைகள்
- 11.4 பண மேலாண்மை, திட்ட நேரம் மற்றும் தயாரிப்பு வரம்புகள்
- 11.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 11.6 சுருக்கம்
- 11.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 11.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 11.9 மேலும் படிக்க

### குறிப்புகள்

### 11.0 அறிமுகம்

இந்த அலகு, உருவகப்படுத்துதலைப் பற்றி அறிந்து கொள்ள உதவுகிறது. இது ஒரு மாதிரி அல்லது ஒரு குறிப்பிட்ட நிபந்தனைகளின் கீழ் ஒரு உண்மையான எதிர்வினை செய்யும் ஒரு முன்மாதிரி அல்லது வேறு சாதனத்தை பயன்படுத்தி உண்மையில் பிரதிநிதித்துவம் பெறுகிறது. இது ஒரு குறிப்பிட்ட நிபந்தனைகளின் கீழ் ஒரு உண்மையான ஒன்றைப் போல செயல்படும். தொடரிசை உருவகப்படுத்துதல் அல்லது எண்ணியல் உருவகப்படுத்துதல் கணினி உருவகப்படுத்துதல் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன. உருவகப்படுத்துதலுக்கான உத்திகளின் முக்கியத்துவத்தையும் பயன்பாடுகளையும் பற்றி அறிய உதவுகிறது. நவீன நிர்வாகத்தால் பயன்படுத்தப்படும் மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல் மாதிரியானது, அதன் சொந்த வேலை நிலைமைகளின் கீழ் கொடுக்கப்பட்ட கணினியின் செயல்பாட்டை காகிதத்தில் பெருக்கம் செய்ய எண்ணற்ற எண் அட்டவணைகளை பயன்படுத்துகிறது. மூன்று வெவ்வேறு சூழல்களில் பயன்படுத்தப்படும் மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதலின் மூன்று மாதிரிகள் பற்றி அறிய உதவுகிறது. இவை வரிசை கோட்பாடு, சரக்கு கட்டுப்பாட்டு மற்றும் உற்பத்தி வரி ஆகியவை ஆகும்.

குறிப்புகள்

## 11.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகை நீங்கள் படித்து முடித்த பின்பு உங்களால்,

- உருவகப்படுத்துதலின் அடிப்படை கருத்துகளை புரிந்து கொள்ள முடியும்.
- விண்ணப்பங்களை ஆய்வு செய்தல் மற்றும் உருவகப்படுத்துதலின் முக்கியத்துவம் பற்றி கூற முடியும்.
- மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதலின் மூன்று சூழல் மாதிரிகள் பற்றி விவாதிக்க முடியும்.

## 11.2 தீர்வு காணுதலுக்கு ஊக்கியாக இருக்கும் உருவகப்படுத்துதலின் - அறிமுகம்

உருவகப்படுத்துதல் என்பது உண்மையின் பிரதிநிதித்துவமாகும். ஒரு சாதனத்தின் பயன்பாடானது, ஒரு மாதிரியை கொடுக்கப்பட்ட ஒரு நிபந்தனைகளின் கீழ் உண்மையானது என்று நிரூபிப்பது ஆகும்

உருவகப்படுத்துதல் என்பது ஒரு முறைமை மாதிரி பயன்பாடு ஆகும். ஒரு உண்மையான செயல்பாட்டின் மாதிரியை உருவாக்குவதற்காக உண்மையில் வடிவமைக்கப்பட்ட பண்புகளை கொண்டிருக்க வேண்டும்.

### 11.2.1 உருவகப்படுத்துதல் வகைகள்

உருவகப்படுத்துதல் முக்கியமாக இரண்டு வகைப்படும்:

- (i) தொடர்முறை (சுற்றுச்சூழல்) உருவகப்படுத்துதல்.
- (ii) கணினி (அமைப்பு) உருவகப்படுத்துதல்.

உருவகப்படுத்தப்பட்ட மாதிரிகளின் சில உதாரணங்கள் பின்வருமாறு:

- (i) ஒரு காற்று சுரங்கப் பகுதியில் ஒரு விமான மாதிரியின் சோதனை.
- (ii) குழந்தைகளின் மிதிவண்டி ஓட்டுதல் பூங்காவில் பல்வேறு நெறிமுறைகள் இருக்கின்றன. மற்றும் அதனை கடக்கும் போது ஒரு போக்குவரத்து அமைப்பு மாதிரியாக உள்ளது.
- (iii) கோளரங்கம்

உண்மையான சூழல்களில் ஒரு உண்மையான முறைமையின் நடத்தையை தீர்மானிக்க, ஆய்வகங்கள் அல்லது அமைப்பில் தூண்டப்பட்ட மாதிரிகளால் பல சோதனைகள் மேற்கொள்ளப்படுகின்றன.

### 11.2.2 சீரற்ற எண்கள் மற்றும் மாறி

சீரற்ற மாறி என்பது ஒரு கற்பனை வாய்ப்பு பரிசோதனையின் முடிவுடன் தொடர்புடைய ஒரு மாதிரியிலான இடைவெளியில் வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு உண்மையான மதிப்பீட்டுச் செயலாகும். சீரற்ற மாறிகள் அவற்றின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி செயல்பாட்டின் அடிப்படையில் வகைப்படுத்தப்படுகின்றன.

சீரற்ற எண்: இது ஒரு சீரான நிகழ்தகவு அடர்த்தி செயல்பாட்டை, அடுத்து ஒரு ஒழுங்கற்ற மாறி அல்லது ஒரு எண்ணின் மதிப்பை குறிக்கிறது.

சீரற்ற மாறிகள் அவற்றின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி செயல்பாட்டின் அடிப்படையில் வகைப்படுத்தப்படுகின்றன.

உருவாக்கப்படுத்துதல்  
நுட்பங்கள்

கூடோராண்டம் எண்கள்: சீரற்ற எண்கள் கூடோராண்டம் எண்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. சில உறுதியான செயல்முறைகளால் உருவாக்கப்படும் முன்னரே தீர்மானிக்கப்பட்ட புள்ளியியல் சோதனைக்கு சீரற்ற எண்கள் தகுதி பெற்றுள்ளன.

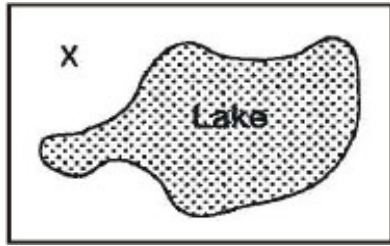
குறிப்புகள்

### 11.3 மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல்: உருவகப்படுத்துதல் முறைகளின் பயன்பாடுகள்

ஒற்றுமை கொள்கையை அடிப்படையாகக் கொண்ட பல்வேறு உருவகப்படுத்துதல் மாதிரிகள் (நீண்ட காலமாக விமானக் குண்டு வீச்சில் விமான நிலைமைகளைத் தொடங்குவதற்கான மாதிரிகள் போன்றவை) பயன்படுத்தப்பட்டு வருகின்றன. ஆனால், மான்டே கார்லோ உருவாக்கப்படுத்துதல் ஒரு சமீபத்திய செயல்திறன் ஆராய்ச்சி கண்டுபிடிப்பு ஆகும். புதுமையானது, இயல்பான முறைமை இயங்கு நிலைமைகளின் கீழ் இயங்குதலத்தை செயல்படுத்துவது போலவே, அதே பகுப்பாய்வு செயல்முறையின் உருவகப்படுத்தப்பட்ட பதிவைத் தொடர்பு கொள்ள நல்ல சந்தர்ப்பத்தை பயன்படுத்துவதில் புதுமை உள்ளது. நிச்சயமற்ற நிலையில் மாதிரிகளை மட்டுமே மதிப்பிட முடியும். மான்டே கார்லோ நுட்பத்தின் ஒரு தொடர்ச்சியான சீரற்ற எண்களை புள்ளியியல் விநியோக செயல்பாட்டை உருவாக்க பயன்படுத்தப்படும் ஒரு நுட்பம் என்று வரையறுக்க முடியும்.

'மான்டே கார்லோ' என்பது கொடுக்கப்பட்ட குறியீட்டு பெயராகும். வான் நியூமன் மற்றும் எஸ்.எம். உலம் ஆகியோர் சிக்கல்களைத் தீர்ப்பதற்கான நுட்பத்தை தெரிவித்தனர். சோதனை தீர்வுகள் மிகவும் விலை உயர்ந்ததாக இருந்தாலும், பகுப்பாய்வு சிகிச்சைக்கு மிகவும் சிக்கலானதாகும். ஆரம்பத்தில், ஒரு கடினமான அல்லது தீர்மானகரமான சிக்கல் வாய்ப்பு செயல்முறையைத் தழுவி சூழ்நிலையைக் குறிக்கிறது. இந்த எளிய உதாரணம் பின்வருமாறு:

குறிப்பிட்ட படத்தில் X காட்டப்பட்டுள்ளது போல், செவ்வக வடிவில் உள்ள ஒரு ஒழுங்கற்ற வடிவமான ஏரியின் மேற்பரப்பு பகுதியை கண்டுபிடிப்பது சிக்கலாக உள்ளது:



இந்த ஏரியின் பகுதியை வடிவியல் முறைகள் மூலம் கண்டுபிடிப்பதற்கு பதிலாக, அதற்கான வாய்ப்பு முறையை நாம் பயன்படுத்த வேண்டும். ஒரு பெரிய எண்ணிக்கையிலான கூழாங்கற்கள் ஒரு கவண் மூலம் கணிக்கப்படுகின்றன. அதன் மீள்தன்மை சீரற்ற அளவிலான நீளங்களுக்கு நீட்டிக்கப்படுகிறது. கோணங்களில் இது மிகவும் சீரற்ற முறையில் மாறுபடும். அப்போது ஏரியின் பரப்பு சாதாரணமாக,

ஏரியின் பரப்பளவு = X

$$\left( \frac{\text{தண்ணீரில் விழுந்த கூழாங்கற்களின் எண்ணிக்கை}}{\text{கூழாங்கற்களின் மொத்த எண்ணிக்கை}} \right)$$

குறிப்புகள்

இங்கே, X என்பது ஏரியை இணைத்த செவ்வகத்தின் பகுதி ஆகும். ஒரு கூழாங்கல், தண்ணீரில் விழுந்திருக்கும் நிகழ்தகவு ஏரியின் பரப்பளவு மற்றும் அதன் இணைத்த செவ்வகத்தின் சமநிலைக்கு சமமானது என்பது அடிப்படைக் காரணியாகும்.

மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதலின் நுட்பம் அநேகமாக சாத்தியமுள்ள சிக்கல்களை தீர்க்க பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஒரு ஊசி துண்டிலிருந்து முதல் அல்லது இரண்டாவது 1/2-இன் தொடர்ச்சியான நிகழ்தகவு மற்றும் நிகழ்தகவு P மதிப்பீடு செய்யப்பட வேண்டும். நிகழ்தகவு பகுப்பாய்வு, தொட்டியின் வாயில் ஒரு முதல் அல்லது இரண்டாவது துப்பாக்கியின் மூலம் 1 அல்லது  $2 + 1/2 (1 - 1/2) = 3/4$  எனக் குறிக்கப்படுகிறது. ஆனால், மான்டே கார்லோ உருவாக்கப்படுத்துதல் நுட்பத்தின் மூலம் மற்றும் ஒரு நாணயத்தின் சிதறல் மூலம் மற்றும் தொட்டிக்கு எதிரான துப்பாக்கி ஏவுகணை மூலம் இந்த நிகழ்தகவு செயல்பட முடியும்.

ஒரு 'தலையின்' நிகழ்தகவு ஒரு கொலைகாரன் போலவே இருப்பதால், நாணயம் ஒரு தலையைத் திருப்பும்போது அல்லது செயல் தவறாக வரும்போது நாம் அதை ஒரு வெற்றி என்று சொல்லலாம். நாணயம் ஒரு பெரிய எண்ணிக்கை குறைந்தது இரண்டு தலைகீழ் வீச்சுகளில் தலை சுழன்று, நாணயத்தின் மொத்த ஜோடிகளால் இந்த எண்ணிக்கையைப் பிரிப்பதன் மூலம் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடலாம். இந்த எளிய வழக்கில், மான்டே கார்லோ முறை உண்மையில் கோட்பாட்டு நிகழ்தகவு பகுப்பாய்வுக்கான ஒரு மோசமான மாற்று ஆகும். ஆனால், பல நிஜ வாழ்க்கை அமைப்புகள் மிகவும் சிக்கலானவை, நன்கு வரையறுக்கப்பட்ட நிகழ்தகவு பகுப்பாய்வு கூட பெரும்பாலும் தோல்வியடைகிறது. ஆனால், இது போன்ற சூழ்நிலைகள் மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதலால் கையாளப்படலாம். மான்டே கார்லோ நுட்பம் வரிசையாக்க சிக்கல்களுக்கு எளிமையான தீர்வுகளை வழங்குகிறது. பெருநிறுவன திட்டமிடல், சரக்கு கட்டுப்பாட்டு, மூலதன முதலீடு, நுகர்வோர் நடத்தை மற்றும் தரக் கட்டுப்பாட்டு சிக்கல்கள் ஆகியவை உருவாக்கப்படுத்துதல் மூலம் கையாளப்படுகின்றன.

மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல், கொடுக்கப்பட்ட முறைமை செயல்திறன் நிலைமைகளின் கீழ் அதன் சீரற்ற எண் அட்டவணைகளை பயன்படுத்துகிறது. கணித மாதிரியை உருவாக்கும் சாத்தியம் இல்லை என்ற சிக்கல்களை தீர்க்க இந்த நுட்பம் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இது முதன்மையானது, சம்பந்தப்பட்ட மாறிகள் பற்றிய நிகழ்தகவு விநியோகத்தை நிர்ணயித்தல், பின்னர் தரவைப் பெற சீரற்ற எண்கள் மூலம் இந்த விநியோகத்திலிருந்து மாதிரியாக்கம் செய்தல். இருப்பினும், நிகழும் நிகழ்தகவு விநியோகங்கள் உண்மையான உலக நிலைமையை நெருக்கமாக ஒத்திருக்க வேண்டும் என்று வலியுறுத்தப்படுகிறது.

எப்போதும் உருவகப்படுத்துதல் ஒரு சரியான மாற்று அல்ல என்பதை நினைவில் கொள்ள வேண்டும். மாறாக, ஒரு மாதிரியை மதிப்பிடுவதற்கான

மாற்று வழிமுறை மான்டே கார்லோவின் உருவாக்கப்படுத்துதல் சரியான தீர்வுக்கு மிக நெருக்கமானதாக இருக்க வேண்டும். ஆனால், அவசியமாக சரியாக இருக்க வேண்டிய ஒரு தீர்வை வழங்கும்போது, பகுப்பாய்வுத் தீர்வு கொடுக்கப்பட்ட பிரச்சனைக்கு உகந்த பதிலை உருவாக்குகிறது. மான்டே கார்லோ உருவாக்கப்படுத்துதலின் தீர்வு உருவகப்படுத்தப்பட்ட சோதனைகளின் எண்ணிக்கை உகந்த தீர்வுக்கு மாறும் முடிவிலிக்கு செல்கிறது.

குறிப்புகள்

வரிசை கோட்பாட்டின் பின்னணி: சீரற்ற எண் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தும் மான்டே கார்லோ உருவாக்கப்படுத்துதல் எந்தவொரு உறுதியான நடவடிக்கையையும் சந்தர்ப்பத்திற்கு உட்படுத்துவதன் மூலம் சிறப்பாக விவரிக்கப்படலாம். ஒரு சேவை நிலையத்தில் இரு சக்கர வாகனங்கள் வந்துசேரலாம். முதலாவதாக, பல நாட்களில் இரு சக்கர வாகனங்களின் உண்மையான வருகையைக் கவனித்து, ஐந்து நாட்கள் சொல்லுங்கள். இந்த தகவலை பின்வரும் இரண்டு வழிகளில் செய்யலாம்.

- ஒவ்வொரு மணி நேரமும் வரும் இரு சக்கர வாகனங்களின் எண்ணிக்கையை 7-8, 8-9 மற்றும் 4-5 மணிநேரங்களுக்கு இடையே சொல்லுங்கள். (சேவை நிலையத்தின் வேலை நேரம் 7 மணி முதல் 5 மணி வரை ஆகும். மேலும், இரு சக்கர வாகனம் 7 மணி நேரத்திற்கு முன் அல்லது 5 மணி நேரத்திற்குப் பிறகு எந்தவொரு இரு சக்கர வாகனமும் வரவில்லை என்று கருதினால்) 7 முதல் 8 மணி வரை, 8 முதல் 9 மணி வரை, 9-10 மணிநேரத்திற்குள் வரும் இரு சக்கர வாகனங்களின் சராசரி எண்ணிக்கை கணக்கிடுங்கள். அட்டவணை 11.1 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தகவல் கிடைக்கும் என்று வைத்துக்கொள்வோம்.

அட்டவணை 11.1 சராசரி இரு சக்கர வாகனங்கள் எண்ணிக்கை ஒரு மணி நேரத்திற்கு வந்து விடும்

7-8 மு.ப	5.6
8-9 மு.ப	5.4
9-10 மு.ப	3.4
10-11 மு.ப	3.6
11-12 நண்பகல்	2.0
12-1 பி.ப	3.0
1-2 பி.ப	4.0
2-3 பி.ப	6.0
3-4 பி.ப	3.0
4-5 பி.ப	4.0

- உருவாக்கப்படுத்துதலின் நுட்பங்கள் ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தின் போது உண்மையான வருகையைப் பெறுதல் மற்றும் ஒவ்வொரு மணி நேரத்திற்கு 7 மணி முதல் 5 மணி வரை கணக்கிடுங்கள். 10 மணிநேர வருகைகளில் ஒவ்வொன்றில் இருந்து ஐந்து விலகல்கள் (ஐந்து நாட்களில் கவனிப்பு இருப்பதால்) பத்து கோவை இருக்கும். பின்னர், அத்தகைய மாறுதல்கள் ஒரு அதிர்வெண் விநியோகத்தில்

தயாரிக்கப்படுகிறது. அட்டவணை 11.2 இல் கொடுக்கப்பட்டதைப் போல, நாம் அத்தகைய மாறுதல்களின் அதிர்வெண் விநியோகத்தை பெற்றுக்கொள்வோம்.

குறிப்புகள்

அட்டவணை 11.2 சீரற்ற எண் ஒதுக்கீடு

பொருள் விலகல்	அலைவரிசை	சதவீத அதிர்வெண்	வாய்ப்பு	சீரற்ற எண்ணிக்கை ஒதுக்கீடு
+4.0	2	4	0.04	00-30
+3.5	3	6	0.06	04-09
+3.0	5	10	0.10	10-19
+2.5	4	8	0.08	20-27
+2.0	6	12	0.12	28-39
+1.5	2	4	0.04	40-43
+1.0	3	6	0.06	44-49
+0.5	4	8	0.08	50-57
-0.5	3	6	0.06	58-63
-1.0	2	4	0.04	64-67
-1.5	4	8	0.08	68-75
-2.0	2	4	0.04	76-79
-2.5	3	6	0.06	80-85
-3.0	1	2	0.02	86-87
-3.5	2	4	0.04	88-91
-4.0	4	8	0.08	92-99
மொத்தம்	50	100	1.00	

மேலே உள்ள அட்டவணையின் கடைசி நெடுவரிசையில், 00 முதல் 99 வரையிலான 100 சீரற்ற எண்களை ஒதுக்கீடு செய்தோம். அவை விலகலின் சதவீத அதிர்வெண் அல்லது விலகல்களின் நிகழ்தகவு விநியோகம் ஆகியவற்றுக்கு உட்பட்டவை. இதனால், சராசரியிலிருந்து +4.0 அளவிற்கு விலகல், 50 இல் 2 (100 இல் 4) அதிர்வெண் அல்லது 0.04 இன் நிகழ்தகவு, 4 சீரற்ற எண்கள், 00 முதல் 03 வரை ஒதுக்கப்பட்டுள்ளது. 0.06 இன் நிகழ்தகவு +3.5 இன் அடுத்த விலகல் அடுத்த 6 சீரற்ற எண்கள், அதற்கு 04 முதல் 09 வரை ஒதுக்கப்பட்டுள்ளது. மீதமுள்ள விலகல்களுக்கு அதே முறை பின்பற்றப்படுகிறது. கடைசி விலகல் -4.0, ஒரு நிகழ்தகவு 0.08, கடந்த 8 சீரற்ற எண்களுக்கு 92 முதல் 99 வரை ஒதுக்கப்பட்டுள்ளது.

எல்லாவற்றையும் செய்வதற்கான பொருள் ஏதேனும் ஒரு மணி நேரத்திற்குள் வருவதற்கு எதிர்பார்க்கப்படும் இரு சக்கர வாகனங்களின் உண்மையான எண் உருவகப்படுத்துவதன் மூலம் பெறப்படுகிறது. 8 முதல் 9 மணி நேரத்திற்கு ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் வரும் இரு சக்கர வாகனங்களின் எதிர்பார்க்கப்படும் எண்ணிக்கையை நாம் அறிய விரும்புகிறோம். இரு சக்கர வாகன வருகையின் சராசரி எண்ணிக்கையை இந்த அட்டவணை கொடுக்கிறது. இந்த நேரத்தில் சராசரி வருகையை 5.4 இல் காட்டுகிறது. சராசரியிலிருந்து உண்மையான வருகை விலகலை கண்டறிய முடியும் என்றால், இரு சக்கர வாகனங்களின் உண்மையான எண்ணிக்கையை எளிதில் பெற முடியும். அவ்வாறு செய்ய, நாம் சீரற்ற எண்களின் அட்டவணையைப் பார்க்கவேண்டும். மேலே குறிப்பிட்டுள்ள அட்டவணையின் அடிப்படையில் சராசரி வருகையைப் பற்றிய விலகல் மதிப்பு - 2.5 ஆகும். வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், நாளை 8-9 மணிநேரத்திற்கு உண்மையான வருகை (5.4)-(2.5)=2.9 ஆக (அல்லது ஏறக்குறைய 3) இருக்கும், எனவே



மூன்று நாள்களில் 8 முதல் 9 மணி வரை கேள்விக்குறியாக வரும் என்று நாம் கூறலாம். இந்த உருவகப்படுத்தப்பட்ட நடைமுறைக்கு அடிப்படைக் காரணம் என்னவென்றால், அதன் தொடர்புடைய, ஒவ்வொரு விலகல் ஆகும். ஏனெனில், உண்மையான விஷயத்தில் சீரற்ற எண்ணிக்கையிலான தேர்வு மூலம் நிகழும் வாய்ப்பு உள்ளது. மேலே குறிப்பிட்டபடி, அனைத்து திசைகளிலும் பொதுச் சுற்றில் அதன் அதிர்வெண் சதவீதமாக பல சீரற்ற எண்கள் ஒதுக்கப்பட்டுள்ளன.

குறிப்புகள்

நாம் ஒரு படி மேலே சென்று, சீரற்ற எண் நுட்பத்தை பயன்படுத்தி எந்த குறிப்பிட்ட நேரத்தில் சேவை நிலையத்திற்கு வரும் இரு சக்கர வாகனங்களின் உண்மையான வருகை நேரத்தை உருவகப்படுத்தி சொல்ல முடியும். உள்ளே வருவதற்கு சரியான நேரத்தை கவனிக்க, 5 நிமிடங்கள், மணிநேரத்திற்குப் பின் தேவையான நிமிடங்களில் 12 இடைவெளியில் ஒன்று (05, 6-10, 11-15, ... , 56-60 நிமிடங்கள்) எந்த நேரமும் பிரிக்கப்படலாம். இதை கருத்தில் கொண்டு, ஐந்து நாட்களுக்கும் மேலாக, உண்மையான கருத்துக்களை கவனத்தில் கொண்டு, 5 நிமிடங்களுக்குள் எத்தனை இரு சக்கர வாகனங்கள் வருகின்றன என்பதை காட்டும் ஒரு அதிர்வெண் அட்டவணையை நாம் தயாரிக்கலாம். எத்தனை மணிக்கு 6-10 நிமிடங்களில், எவ்வளவு நேரம் கடந்து பிரிக்கப்படும் தேர்வின் அடிப்படையில் 5 நாள் காலத்திற்கு கவனிக்கத்தக்க தகவல்கள் அட்டவணை 11.3 ல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

அட்டவணையின் கடைசி நெடுவரிசையில் சீரற்ற எண்கள் 11.3 முந்தைய அட்டவணையில் செய்ததைப் போல், அதே போன்ற முறையிலேயே ஒதுக்கப்பட்டுள்ளது. 3 இரு சக்கர வாகனங்கள் மணி 8-9 மணிநேரத்திற்குள் வந்து சேரும் என்று நாம் ஏற்கனவே பார்த்திருக்கிறோம். இப்போது அவை சேவை நிலையத்திற்கு வரும் உண்மையான நேரத்தை நாம் அறிய விரும்புகிறோம்.

அட்டவணை 11.3 பல நிமிடங்களில் வந்து செல்லும் இரு சக்கர வாகனங்களின் எண்ணிக்கை கடந்த சில மணி நேரத்தில்

பொருள் விலகல்	அண்மையான	சதவீத அதிர்வெண்	வாய்ப்பு	சீரற்ற எண்ணிக்கை ஒதுக்கீடு
0-5 நிமி.	20	10	0.10	00-09
6-10 நிமி.	30	15	0.15	10-24
11-15 நிமி.	10	5	0.05	25-29
16-20 நிமி.	40	20	0.20	30-49
21-25 நிமி.	16	8	0.08	50-57
26-30 நிமி.	14	7	0.07	58-64
31-35 நிமி.	18	9	0.09	65-73
36-40 நிமி.	12	6	0.06	74-79
41-45 நிமி.	16	8	0.08	80-87
46-50 நிமி.	14	7	0.07	88-94
51-55 நிமி.	6	3	0.03	95-97
56-60 நிமி.	4	3	0.02	98-99
மொத்தம்	200	100	1.00	

இந்த நோக்கத்திற்காக, நாம் சீரற்ற எண்களின் அட்டவணையிலிருந்து இரண்டு-இலக்க எண்களை எடுக்கிறோம், இது 25 என நாம் கூறலாம். மேற்கூறிய அட்டவணையில் இது குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. இது 25-29

குறிப்புகள்

வரையிலான இடைவெளியில் 11–15 நிமிடத்திற்குள் ஏற்படுகிறது. இதன் அர்த்தம் 8 முதல் 9 க்குள் வரும் மூன்று இரு சக்கர வாகனங்களின் முதல் 8 மணி 15 நிமிடங்களுக்குள் வரும். இதேபோல், இரண்டு சீரற்ற எண்களை எடுக்கிறது. அதாவது, 36 மற்றும் 96, மேற்கூறிய அட்டவணையிலிருந்து நாம் காணலாம். அவை முறையே 16–20 நிமிடங்கள் மற்றும் 51–55 நிமிட இடைவெளியுடன் தொடர்புடையவை. இதனால், இரண்டாவது இரு சக்கர வாகனம் 8 மணி 20 நிமிடங்களில் வந்து மூன்றாவது இரு சக்கர வாகனம் 8 மணி 55 நிமிடங்களில் வருகின்றன.

இதே போன்ற முறையில் தான் தொடர்ச்சியான அளவு மாறுபாடுகளின் இடைவெளிகளில் இரு சக்கர வாகனங்களின் எண்ணிக்கையை காட்டும் ஒரு அதிர்வெண் அட்டவணையை நாம் செய்ய முடியும். இந்த இடைவெளிகளில் ஒவ்வொன்றும் 100 க்கும் மேற்பட்ட சீரற்ற எண்கள் (அதாவது, 00 முதல் 99 வரை) வழங்கப்படுகிறது. இதில் கிடைக்கும் சேவையின் மாதிரிகள் உருவகப்படுத்துவதற்கு ஒரு அடிப்படையை வழங்குவதற்கான நிகழ்தகவு விநியோகம் ஆகும். மேற்கூறியது, வருகை மற்றும் சேவை வரிசைமுறையை எவ்வாறு வரிசைப்படுத்துவது என்பது மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல் மூலமாக பெறப்பட்டது. இரு சக்கர வாகனம் வருகை அல்லது ஒழுங்கமைவு சேவையில் எந்தவிதமான ஒழுங்குமுறையும் இல்லை என்பதை நினைவில் கொள்ளுங்கள். இதன் காரணமாகவே இரு சக்கர வாகனங்களின் சேவைக்காக காத்திருக்க வேண்டிய நேரங்கள் இருக்கலாம். சேவை ஊழியர் வேலையின்றி இருக்கக்கூடாது, அத்தகைய நிலையில், சேவை நிலையத்துக்கு மேலும் ஒரு சேவைப் புள்ளியை நாம் சேர்க்க விரும்பினால், அது சிக்கனமானதா அல்லது இல்லையா என்பதை முதலில் மதிப்பிட விரும்புகிறோம். உருவகப்படுத்துதல் நுட்பம் இந்த விஷயத்தில் நமக்கு உதவுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 11.1: ஒரு நிறுவனத்திடம் அதன் மேலாண்மைக்கு பின்வரும் அனுபவ தரவுகளுடன் ஒரு அலைவரிசை சேவை நிலையம் உள்ளது:

- (i) சராசரி வருகை விகிதம் 6.2 நிமிடங்கள் ஆகும்.
- (ii) சராசரி சேவை நேரம் 5.5 நிமிடங்கள் ஆகும்.
- (iii) வருகை மற்றும் சேவை நேரம் நிகழ்தகவு விநியோகம் பின்வருமாறு:

வருகை	நிகழ்தகவு (நிமிடங்கள்)	சேவை நேரம்	நிகழ்தகவு (நிமிடங்கள்)
3-4	0.05	3-4	0.10
4-5	0.20	4-5	0.20
5-6	0.35	5-6	0.40
6-7	0.25	6-7	0.20
7-8	0.10	7-8	0.10
8-9	0.05	8-9	0.00
	1.00		1.00

வரிசையாக்க செயல்முறை 10.00 மணி மற்றும் 2 மணி நேரம் தொடங்குகிறது. காலியாக இருந்தால் வருகை உடனடியாக சேவை வசதிக்கு செல்கிறது. இல்லையெனில், அது ஒரு வரிசையில் காத்திருக்கும். வரிசை ஒழுங்கில் முதலில் வருபவர் முதலில் கவனிக்கப்படுவர்.

ஊழியரின் ஊதியம் ₹8 ஒரு மணி நேரத்திற்கு, வாடிக்கையாளர் காத்திருக்கும் நேரத்தின் செலவு ₹9 ஒரு மணி நேரத்திற்கு இருந்தால், இரண்டாவது

உதவியாளரை ஈடுபடுவதற்கு இது ஒரு பொருளாதார யோசனையாக இருக்குமா? மான்டே கார்லோ உருவக நுட்பத்தின் அடிப்படையில் பதில் அளிக்கவும். நீங்கள் 2 மணி நேரம் உருவகப்படுத்தப்பட்ட காலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட புள்ளிவிவரங்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

**தீர்வு:** கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்தகவு மற்றும் சேவை நேரங்களில், முதலில் சீரற்ற எண்களை பல்வேறு இடைவெளிகளில் ஒதுக்கீடு செய்தோம். இவை பின்வருமாறு செய்யப்பட்டுள்ளது:

குறிப்புகள்

வருகை (நிமிடங்கள்)	வாய்ப்பு	சீரற்ற எண்ணிக்கை ஒதுக்கீடு	சேவை நேரம் (நிமிடங்கள்)	வாய்ப்பு	சீரற்ற எண்ணிக்கை ஒதுக்கீடு
3-4	0.05	00-04	3-4	0.10	00-09
4-5	0.20	05-24	4-5	0.20	10-29
5-6	0.35	25-59	5-6	0.40	30-69
6-7	0.25	60-84	6-7	0.20	70-89
7-8	0.10	85-94	7-8	0.10	90-99
8-9	0.05	95-99	8-9	0.00	

இந்த ஒதுக்கப்பட்ட சீரற்ற எண்களின் ஒரு அட்டவணையில் இணைந்து வருகை மற்றும் சேவை முறைகளை உருவாக்கும் அடிப்படையாக மாறியுள்ளது. அடுத்த பக்கத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது போல் ஒரு உருவகப்படுத்தப்பட்ட பணித்தாள் பின்வரும் முறையில் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது:

கொடுக்கப்பட்ட சராசரி வருகை விகிதம் 6.2 நிமிடங்கள் ஆகும். அதாவது, ஒரு மணி நேரத்தில் தோராயமாக 10 அலகுகள் வருவதால், இது போன்ற ஒரு மாதிரி காலத்தில் 2 மணி நேரத்திற்கு சுமார் 20 அலகுகள் வரும் என எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. எனவே உருவகப்படுத்துதல் பயிற்சிக்கான எண்ணிக்கை 20 ஆகும்.

அட்டவணை 11.4 இல் கொடுக்கப்பட்ட சீரற்ற எண்களின் ஒரு அட்டவணை உருவகப்படுத்தப்பட்ட பணித்தாள் உருவாக்கப்படுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. வருகைக்கான முதல் சீரற்ற எண் 44 ஆகும். இந்த எண்ணிக்கை 25-59 க்கு இடையில் உள்ளது மற்றும் இது 5 நிமிடங்களில் உருவகப்படுத்தப்பட்ட வருகை நேரத்தைக் குறிக்கிறது. எல்லா உருவகப்படுத்தப்பட்ட வருகை மற்றும் சேவை முறைகளும் இதே மாதிரியில் உருவாக்கப்பட்டுள்ளன.

அடுத்த பத்தியில் பொருத்தமான வரிசையில் வருகை நேரத்தை பட்டியலிட வேண்டும். முதல் வருகையைத் தொடர்ந்து 5 நிமிடங்களில் முதல் வருகை வருகிறது. இது 5 நிமிடம் காத்திருந்ததாக அர்த்தம். இது நெடுவரிசை காத்திருப்பு நேரத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது: முதல் வருகைக்காக உருவகப்படுத்தப்பட்ட சேவை நேரம் 5 நிமிடங்கள் ஆகும். இது காலை 10.10 மணிக்குள் சேவை முடிகிறது. அடுத்த வருகை காலை 10.11 மணியளவில் யாரும் வரிசையில் காத்திருக்கவில்லை என்று குறிக்கப்படுகிறது. ஆனால், அந்த, காலை 10.10 மணி முதல் 10.11 மணி வரை 1 நிமிடம் காத்திருந்து, காலை 10.18 மணிக்கு சேவை நேரம் முடிவடைகிறது. ஆனால் மூன்றாவது வருகை காலை 10.17 மணிக்கு துவங்கி, இரண்டாம் வரும் சேவை காலை 10.18 மணி வரை தொடர்கிறது. இதனால் மூன்றாவது வருகை வரிசையில் காத்திருக்க வேண்டியுள்ளது. இது ஒரு பத்தியில் 'வாடிக்கையாளரின் காத்திருக்கும் நேரம்' உருவகப்படுத்துதல் பணித்தாளில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

வரிசையில் காத்திருக்கும் ஒரு வாடிக்கையாளர் கோட்டின் 'நெடுவரிசை நீளத்தில்' காட்டப்படுகிறது. பாவனை பணித்தாள் தயாரிப்பு முழுவதும் இதே நடைமுறையில் பின்பற்றப்படுகிறது.

குறிப்புகள்

பின்வரும் தகவல்களை மேலே கூறப்பட்ட பாவனை பணித்தாளில் இருந்து அறியலாம்.

1. சராசரி வரிசை நீளம்:

$$= \frac{\text{வரிசையில் உள்ள வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை}}{\text{பயணிகளின் எண்ணிக்கை}}$$

2. சேவையின் முன் வாடிக்கையாளரின் சராசரி காத்திருப்பு நேரம்:

$$= \frac{\text{வாடிக்கையாளர் காத்திருக்கும் நேரம்}}{\text{பயணிகளின் எண்ணிக்கை}} = \frac{14}{20} = 0.70$$

$$= \frac{41}{20} = 2.05 \text{ நிமிடங்கள்}$$

அட்டவணை 11.4 வருகை நேரம், சேவை நேரம் மற்றும் காத்திருக்கும் நேரம் போன்றவற்றின் உருவகப்படுத்தப்பட்ட பணித்தாள்

சீற்ற எண்	அடுத்த வருகை வரை காலம் (நிமிடம்)	வருகை நேரம் (மு.ப)	சேவை துவக்கம் (மு.ப)	சீற்ற எண்	சேவை நேரம் (நிமிடங்கள்)	காத்திருக்கும் நேரம்		வாடிக்கையாளரின் நேரம் (நிமிடங்கள்)	அந்த வரி
						முடிகிறது (மு.ப)	காத்திருக்கிறது (நிமிடங்கள்)		
44	5	10.05	10.05	50	5	10.10	5	:	:
84	6	10.11	10.11	95	7	10.18	1	:	:
82	6	10.17	10.18	58	5	10.23	:	1	1
50	5	10.22	10.23	44	5	10.28	:	1	:
83	6	10.28	10.28	77	6	10.34	:	:	1
40	5	10.33	10.34	11	4	10.38	:	1	:
96	8	10.41	10.41	08	3	10.44	3	:	:
88	7	10.48	10.48	38	5	10.53	4	:	1
16	4	10.52	10.53	87	6	10.59	:	1	1
16	4	10.56	10.59	45	5	11.04	:	3	:
97	8	11.04	11.04	09	3	11.07	:	:	:
92	7	11.11	11.11	99	7	11.18	4	:	1
39	5	11.16	11.18	81	6	11.24	:	2	1
33	5	11.21	11.24	97	7	11.31	:	3	1
83	6	11.27	11.31	30	4	11.35	:	4	1
42	5	11.32	11.35	36	5	11.40	:	3	1
16	4	11.36	11.40	75	6	11.46	:	4	1
07	4	11.40	11.46	72	6	11.52	:	6	1
77	6	11.46	11.52	79	6	11.58	:	6	1

66	6	11.52	11.58	83	6	12.04	:	6	:
20	112				107		17	41	13

உருவாக்கப்படுத்துதல்  
நுட்பங்கள்

3. சராசரி சேவை நேரம்:

=  $\frac{\text{மொத்த சேவை நேரம்}}{\text{வருகையாளர்களின் எண்ணிக்கை}}$

$$= \frac{107}{20} = 5.35 \text{ நிமிடங்கள்}$$

4. ஒரு வாடிக்கையாளர் கணினியில் செலவிடும் நேரம்:

$$= \text{சராசரி சேவை நேரம்} + \text{சேவைக்கு முன்னர் சராசரி காத்திருப்பு நேரம்}$$

$$= 5.35 + 2.05 = 7.40 \text{ நிமிடங்கள்}$$

மேலே வடிவமைக்கப்பட்டு உருவகப்படுத்தப்பட்ட பணித்தாள் மேலும் ஒரு ஊழியர் சேர்க்கப்பட்டால் 'வாடிக்கையாளர் வரிசையில் காத்திருக்க தேவையில்லை' என்று கூறுகிறது. ஆனால், கூடுதலாக ஒரு பணியாளர் இருப்பதற்கான செலவு மற்றும் தற்போதுள்ள ஒரு ஊழியரின் செலவையும், வாடிக்கையாளர் காத்திருக்கும் நேரத்தையும் ஒப்பிட்டுப் பார்க்க வேண்டும். இது கீழ்க்கண்டவாறு செயல்பட முடியும்:

இரண்டு மணிநேர கால	செலவு			
	ஊழியர்	T	w	o
வேலையாட்கள்				
வாடிக்கையாளர் காத்திருக்கும் நேரம்				
(41 மீ × ₹ 9 ஒரு மணி மணிநேரத்துக்கு)	₹ 6.15			இல்லை
நிறுவனத்தின் செலவு				
(2 மணிநேரம் × ₹ 8 ஒரு மணி மணிநேரத்துக்கு)	₹ 16			₹ 32
மொத்தம்	₹ 22.15			₹ 32

மேலேயுள்ள பகுப்பாய்வு 2 மணிநேர காலத்திற்கு உருவகப்படுத்துதலின் அடிப்படையிலானது மற்றும் உண்மையான சூழ்நிலையின் பிரதிநிதி என்றால், ஒரு உதவியாளருடனான செலவு இரண்டு ஊழியர்களைக் காட்டிலும் குறைவாக இருப்பதாக முடிவு செய்யலாம். எனவே, கூடுதல் உதவியாளரை ஈடுபடுவதற்கு இது ஒரு பொருளாதார முன்மொழிவு அல்ல.

### 11.3.1 மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல் மற்றும் பொருள் பட்டியல் கட்டுப்பாடு

உதாரணம் 11.2: மின்சார மோட்டார்கள் வாராந்திர கோரிக்கை பின்வரும் நிகழ்தகவு விநியோகம்:

எண்	கோரிக்கை ஒதுக்கீடு	நிகழ்தகவு	சீரற்ற எண்கள்
0		0.10	00 முதல் 09 வரை
1		0.40	10 முதல் 49 வரை
2		0.30	50 முதல் 79 வரை
3		0.20	80 முதல் 99 வரை

உருவாக்கப்படுத்துதல்  
நுட்பங்கள்

மொத்தம்	1.00	
---------	------	--

விநியோக நேரத்தின் விநியோக முறை பின்வருமாறு:

குறிப்புகள்

வார எண்ணிக்கை	வரிசை முதல் வழங்கல் வரை நிகழ்தகவு	ஒதுக்கப்பட்ட சீரற்ற எண்கள்
3	0.60	20 முதல் 79 வரை
4	0.20	80 முதல் 99 வரை
மொத்தம்	1.00	

சரக்கு வண்டி செலவினம் ஒரு வாரத்திற்கு ஒரு அலகு ₹5 ஆகும், ஒழுங்குமுறை வைப்பு செலவு ₹10 ஒரு நிகர வருவாயில் (விற்பனை விலை குறைவான விலையில்) ஒரு பற்றாக்குறை இருந்து அலகு ₹50 ஆகும்.

சரக்குகளின் தொடக்க சமநிலையாக 8 அலகுகள் எடுத்து 20-வார காலத்திற்கு மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதலின் நுட்பத்தை பயன்படுத்தி 5 அலகுகளின் மறு மதிப்பீடு மற்றும் 5 அலகுகளின் மறு மதிப்பீட்டுப் புள்ளியைப் பயன்படுத்தி கொள்ள சராசரி வாராந்திர செலவு கணக்கிடப்படுகிறது.

**தீர்வு:** நாம் முதலில் உருவகப்படுத்துவதற்காக பணித்தாள் உருவாக்க வேண்டும். கொடுக்கப்பட்ட அனைத்து தகவல்களையும் கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ளுங்கள்.

சரக்கு அமைப்பு பற்றிய 20 வார காலத்திற்கான உருவாக்கப்பட்ட பணித்தாள் மற்றும் 5 அலகுகளின் மறு மதிப்பீட்டு புள்ளி மற்றும் 4 அலகுகளின் அளவை மறுபரிசீலனை செய்வதற்கான தொடர்புடைய செலவுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

உருவகப்படுத்தப்பட்ட செலவுகள்	சீரற்ற எண்களின் வார எண்ணிட்ட வலைகள்		உருவகப்படுத்தப்பட்ட வாராந்திர (சீரற்ற பயன்படுத்துதல்)			உருவகப்படுத்தப்பட்ட செயல்பாட்டு நுட்பமாடு		வரிசை
	தேவைக்கு	விநியோகம்	தேவை அலகுகள்	ரத்த அலகுகள்	சமநிலை அலகுகள்	₹	₹	
	2	3	4	5	6	7	8	9
0					8*			
1	44		1		7	35		
2	84	82	3		4	20	10	
3	50		2		2	10		
4	85		3		(-1)			50
5	40		1		(-1)			50
6	96	88	3	4	1	5	10	
7	16		1					
8	16		1		(-1)			50
9	97		3		(-1)			150
10	92	39	3	4	1	5	10	
11	33		1					
12	83		3	(3)				150
13	42	16	1	4	3	15	10	
14	07		0		3	15		
15	27	66	2	4	5	25	10	
16	50		2		3	15		

17	20		1		2	10		
18	50	95	2	4	4	20	10	
19	58		2		1	10		
20	44		1		1	5		
மொத்த			36	20	38	190	60	450
சராசரி			18	1	1.9	9.5	3	22.5

உருவாக்கப்படுத்துதல்  
நுட்பங்கள்

குறிப்புகள்

மேலே பணிபுரியும் பணித்திட்டத்தில் பின்பற்றப்பட்ட நடைமுறை சுருக்கமாக விளக்கப்பட்டுள்ளது.

அடுத்தடுத்த வார விளைவுகள்	நிகழ்வுகளின் நிகழ்வுகளும் அவற்றின் எண்களும்
1	சீரற்ற எண் '44' கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோரிக்கை நிலையை, 1 அலகுக்குள் ஒரு சரக்கு விட்டு 8-1 = 7 அலகுகளுக்கும் ஒரு அலகுக்கு ₹5 அலகு செலவாகும். 35 க்கு சமம்.
2	சீரற்ற எண் '84' 3 அலகுகளுக்கான கோரிக்கையைக் குறிக்கிறது மற்றும் 4 அலகுகளின் சரக்கு இருப்புக்களை விட்டு விடுகிறது 5 அலகுகளின் புள்ளிகளை மறுசீரமைக்க ₹10 செலவாகும். புதிய சீரமைக்க வைக்கப்பட்ட சீரற்ற எண் '82' என்பது புதிய அலகுகளை வாங்குவதற்கு 4 வாரங்கள் ஆகலாம் என்பதைக் குறிக்கிறது.
3	சிறப்பு நிகழ்வு இல்லை
4	3 அலகுகளுக்கு ஒரு கோரிக்கை இருந்தது. ஆனால் 2 அலகுகள் மட்டுமே சரக்கு சோர்வு காரணமாக விற்பனை செய்யப்பட்டன. வாடிக்கையாளர்கள் வேறு இடத்திற்குச் சென்றிருந்தார்கள் என்ற அனுமானத்தில், விற்பனை செய்யப்படாத ஒரு அலகு, நிகர வருமானத்தில் 50 ரூபாய் அளவுக்கு இழப்பு ஏற்படுகிறது.
5	புதிய பங்கு இன்னும் வரவில்லை. ₹50 அலகு செலவில் ஒரு அலகு விற்பனைக்கு மேலும் இழப்பு ஏற்பட்டது.
6	வாரம் 2 இல் உத்தரவிடப்பட்ட 4 அலகுகளின் அளவு வந்துள்ளது 3 அலகுகள் விற்கப்பட்டன. 1 அலகு சமநிலையில் இருந்தது. எனவே, புதிய ஒழுங்கு வைக்கப்பட்டுள்ளது.
7	எந்த பற்றாக்குறையும் இல்லை அல்லது சரக்கு சமநிலையில் இல்லை.
8 மற்றும் 9	1 அலகு மற்றும் அலகு 3 அளவிற்கு குறைக்கப்பட்டுள்ள முறையே 50 மற்றும் 150 என்ற இழப்பு ஏற்படுத்தி உள்ளது.
10	வாரத்திற்கு ஆறு முறை வந்தபோது, மூன்று சரக்குகள் விற்கப்பட்டன. ஒரு சமநிலையில் இருந்தது. புதிய சரக்கு வைக்கப்பட்டது.

குறிப்புகள்

11	பற்றாக்குறை இல்லை மற்றும் சமநிலை இல்லை.
12	பற்றாக்குறை மற்றும் சாத்தியமான இழப்பு 150.
13	வாரம் 10 இல் வரிசைப்படுத்தப்பட்ட அளவு வந்துவிட்டது, 1 அலகு விற்று, மூன்று சமநிலை இருந்தது. புதிய சரக்கு வைக்கப்பட்டது.
14	சிறப்பு நிகழ்வு இல்லை.
15	வாரத்தின் 13 ஆம் தேதி வரவிருக்கும் அளவு, 2 அலகுகள் விற்று, 5 அலகுகள் சமநிலையில் இருந்தன. புதிய சரக்கு வைக்கப்பட்டது.
16 மற்றும் 17	சிறப்பு நிகழ்வு இல்லை.
18	வாரம் 25 ல் சீரமைக்க செய்யப்பட்ட அளவு வந்துவிட்டது. 2 அலகுகள் விற்பனை செய்யப்பட்டன. 4 சமநிலை இருந்தது. புதிய சரக்கு வைக்கப்பட்டது.
19	சிறப்பு நிகழ்வு இல்லை.

உருவகப்படுத்துதல் நடைமுறையின் அனுமானங்களின் கீழ், வாராந்திர செலவுகள் சராசரியாக, சரக்குகளை சுமக்க ₹9.5, வரிசை முறை ₹3 மற்றும் பற்றாக்குறை ₹22.5 ஆகும். மொத்தத்தில், மறு மதிப்பீடு 4 மற்றும் 5 அலகுகளை மறு ஒழுங்கு செய்வதன் மூலம் ஒரு சரக்குக் கொள்கையை பராமரிக்க சுமார் வாரத்திற்கு ₹35 செலவாகும்.

11.3.2 மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல் மற்றும் உற்பத்தி வரி மாதிரி

உதாரணம் 11.3: ஒரு குறிப்பிட்ட உற்பத்தி செயல்முறை சராசரியாக ஏழு சதவீத குறைபாடுள்ள பொருட்களை உற்பத்தி செய்கிறது. தோராயமாக குறைபாடுகள் உருவாகின்றன. பொருட்கள் அதிகளவு விற்பனைக்கு தொகுக்கப்படுகின்றன. உற்பத்தி மேலாளர் நிறைய சதவீதம் எந்த குறைபாடுகளும் இல்லை என்று அறிய விரும்புகிறார். நீங்கள் மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதலைப் பயன்படுத்தி மேலாளரின் சிக்கலைத் தீர்க்க வேண்டும். நீங்கள் உருவகப்படுத்தப்பட்ட முடிவுகளை பகுப்பாய்வு முறைகள் மூலம் பெறலாம். அத்தகைய முடிவுகளுக்கு இடையில் எந்த வித்தியாசமும் இல்லை எனில் அதே கணக்கு வைத்திருக்கலாம். (ஐந்து உருப்படிகளை ஒவ்வொன்றும் குறைந்தபட்சம் 10 உருப்படிகளாக சித்தரிக்கவும்).

தீர்வு: சராசரியாக இந்த செயல்முறை 7% குறைபாடுள்ள பொருட்களை உருவாக்குகிறது. எனவே, உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருட்களில் 93% நல்லது. பின்வரும் நிகழ்தகவு விநியோகம் மூலம் இதனை நாம் செய்யலாம்.

உருப்படி	வாய்ப்பு	ஒதுக்கப்பட்ட சீரற்ற எண்கள்
பழுதான	07	00 முதல் 06 வரை
நல்ல	0.93	07 முதல் 99 வரை



மொத்த	1.00	
-------	------	--

உருவாக்கப்படுத்துதல்  
நுட்பங்கள்

சீரற்ற எண் அட்டவணை பயன்படுத்தி பின்வருமாறு உருவகப்படுத்துதல் பணித்தாள் உருவாக்குக:

உருவகப்படுத்துதல் பணித்தாள் எந்த குறைபாடுகளும் இல்லாததால் 16 மடங்கு அதிகமாக உள்ளது.

குறிப்புகள்

நிறைய	சீரற்ற எண்கள்					உருவாக்கப்படுத்தப்பட்ட உருப்புகள்					குறைபாடுடைய	
						(ஒவ்வொரு தொகுதிக்கு ஐந்து)					G = நன்று	D = குறைபாடுடைய
தொகுதி எண்ணிக்கை												
1	44	84	82	50	85	G	G	G	G	G	0	
2	40	96	88	16	16	G	G	G	G	G	0	
3	97	92	39	33	83	G	G	G	G	G	0	
4	42	16	07	77	66	G	G	G	G	G	0	
5	50	20	50	95	58	G	G	G	G	G	0	
6	44	77	11	08	38	G	G	G	G	G	0	
7	87	45	09	99	81	G	G	G	G	G	0	
8	97	30	36	75	72	G	G	G	G	G	0	
9	79	83	07	00	42	G	G	G	D	G	1	
10	13	97	16	83	11	G	G	G	G	G	0	
11	45	65	34	89	12	G	G	G	G	G	0	
12	64	86	46	32	76	G	G	G	G	D	0	
13	07	51	25	36	19	G	G	G	G	G	0	
14	32	14	31	96	03	G	G	G	G	D	0	

இந்த உருவகப்படுத்தப்பட்ட மாதிரி அடிப்படையில் 16 கண்டுபிடிக்கலாம்.

நாம் நல்ல நிறைய சதவீதம் மதிப்பிட முடியும் =  $\frac{13}{16} \times 100 = 81.25$

பகுப்பாய்வு முறை அல்லது நன்கு வடிவமைக்கப்பட்ட கணித முறையைப் பயன்படுத்தினால், பின்வரும் முடிவு கிடைக்கும்.

$$p = p. (\text{நல்ல உருப்படி}) = 0.93$$

$$q = p. (\text{குறைபாடுள்ள உருப்படி}) = 0.07$$

ஒவ்வொன்றும் 5 உருப்புகள் என்று  $n = 5$  என்று பொருள்

இருப்பு நிகழ்தகவு செயல்பாட்டை பயன்படுத்தி, நாம் பின்வருவனவற்றைக் கொண்டுள்ளோம்.

$$\begin{aligned} p (\text{அனைத்து ஐந்து நல்ல பொருட்கள்}) &= {}^5C_5 (0.93)^5 (0.07)^0 \\ &= 1 \cdot (0.93)^5 \cdot 1 \\ &= 0.70 \\ &= 70\% \end{aligned}$$

இந்த பகுப்பாய்வு உண்மையான எதிர்பார்ப்பு மதிப்பு அல்லது நீண்ட காலத்தின் நல்ல எண்ணிக்கையின் சராசரி எண்ணிக்கைக்கு சமம். ஆனால்

குறிப்புகள்

உருவகப்படுத்தப்பட்ட விளைவானது இந்த சதவீதத்தை 81.25 என்று தருகிறது. இது கணித முறை மூலம் பெறப்பட்ட 70% வேறுபடுகிறது. இந்த வேறுபாட்டு உண்மையைக் கருத்தில் கொண்டு நாம் உருவகப்படுத்துதல் பயிற்சிக்காக மட்டும் அதிகமாக 16 எடுத்துக்கொண்டோம். இந்த எண்ணை நாம் அதிகரித்தால், பகுப்பாய்வு முறையின் பதில்களுக்கு எமது பதில் தோராயமாக இருக்கும். இதனால் உருவகப்படுத்துதல் சிறந்த மதிப்பீடுகளை மட்டுமே தருகிறது. பகுப்பாய்வு முறைகளால் அளிக்கப்பட்ட மதிப்பீடுகள் உகந்தது அல்ல.

### 11.3.3 முக்கியத்துவம் மற்றும் உருவகப்படுத்துதல் நுட்பத்தின் பயன்கள்:

#### நன்மைகள் மற்றும் தீமைகள்

மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல் பெரும்பாலும் நவீன முறையில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. மற்ற நுணுக்கங்களைப் பயன்படுத்த முடியாது. கணித தீர்வுகளை எதிர்க்கும் பல தொழில்துறை சிக்கல்கள் உள்ளன. காரணம் அவை மிகவும் சிக்கலானவை அல்லது தரவு கணித விதிகளில் வெளிப்படுத்த முடியாதவை என்பதாகும். இதுபோன்ற சந்தர்ப்பங்களில், மான்டே கார்லோ நுட்பத்தை பயன்படுத்தி சரியான முடிவுகளை எடுக்கும் சாத்தியம் உள்ளது. ஒரு வணிக முறையின் செயல்பாட்டைப் பற்றி முடிவெடுப்பதில் எந்த செலவும் நடைமுறையில் இல்லை. தரவு மற்றும் முடிவுகளை அதன் சொந்த கடந்த கால வேலை அடிப்படையில் ஒரு உண்மையான நடவடிக்கையை உருவகப்படுத்துதல் மூலம் பெற முடியும். இது மாற்றங்களை கணிக்க வழிவகுக்கிறது அதன் நடத்தை மற்றும் அதன் விளைவாக நாம் அறிமுகப்படுத்த விரும்பும் புதிய கண்டுபிடிப்புகள் உருவகப்படுத்துதல் நுட்பத்திலிருந்து மதிப்பிடப்படுகிறது.

பொருத்தமான சந்திப்புகளில் புதிதாக சீரற்ற எண்களைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம், உருவ மாதிரியின் அமைப்புக்குள் தானாகவே தயாரிக்கப்பட்டிருந்தால் எதிர்வினைகளை ஆராய முடியும். மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல் காரணமாக, செலவினங்களுக்கான முதலீடு செய்யப்படும் முதலீடுகளை முதலீடு செய்யலாமா என்பதை முன்னரே தெரிந்து கொள்வதற்கான ஒரு கருவியை வழங்குகிறது. இந்த நுட்பத்தினால் நீங்கள் ஒரு புதுமையான கட்டுரை ஒன்றை வெளியிட்டால் அவற்றின் விளைவுகளை ஆராய வேண்டும். பின்னர் உண்மையான அமைப்பின் செயல்பாட்டில் அத்தகைய கண்டுபிடிப்பை ஏற்றுக்கொள்ளவோ அல்லது பின்பற்றவோ தீர்மானிக்கக்கூடும். உருவகப்படுத்துதல் பயன்பாட்டினைப் பயன்படுத்துவதால், சோதனையின் முடிவுகளைப் பற்றி அறிந்து, உற்பத்தியை கொண்டால் நடைமுறைக்கு மாற்றலாம். இதை கருத்தில் கொள்ளாமல், உண்மையான அமைப்பை விட இது ஒரு மாதிரியை பரிசோதிக்க அனுமதிக்கிறது. உண்மையான வாழ்க்கை நிலைமை அல்லது அமைப்பை பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் மாதிரியை ஆய்வு செய்வதன் மூலம் உருவகப்படுத்துதல் நுட்பத்தின் உண்மையான முடிவுகளின் விளைவு முன்சூட்டியே சோதிக்கப்படுகிறது.

அட்டவணை 11.5 அளவுகள் உருவகப்படுத்துதலுக்கான உருவகப்படுத்தப்பட்ட

பணித்தாள்

நிரலில் எண். எண்	திறு வகை திறு முடிவு அட. உண்மை	திறு வகை வகை ( $r$ )	உருவாக்கப்படுத்துதல் $X = 1 + r$	திறு வகை வகை	மூலம் திறு முடிவு அட. உண்மை	திறு வகை வகை ( $r$ )	உருவாக்கப்படுத்துதல் $X = 1 + r$
1	2952	0.82	$0.980 + 0.82(0.01) = 0.9882$		3992		$1.281(0 + 1.280(0.02)) = 1.0256$
2	3170	0.91	$0.980 + 0.91(0.01) = 0.9891$		4167		$1.381(0 + 1.380(0.02)) = 1.0276$
3	7203	-0.59	$0.980 - 0.59(0.01) = 0.9741$		1300		$0.331(0 + 0.330(0.02)) = 1.066$
4	3408	1.00	$0.980 + 1.0(0.01) = 0.9900$		3563		$1.061(0 + 1.060(0.02)) = 1.0212$
5	0560	0.14	$0.980 + 0.14(0.01) = 0.9814$		1112		$0.281(0 + 0.280(0.02)) = 1.0656$
6	6641	-0.42	$0.980 - 0.42(0.01) = 0.9758$		9792		$2.041(0 + 2.040(0.02)) = 0.9592$
7	5624	-0.16	$0.980 - 0.16(0.01) = 0.9784$		9525		$1.671(0 + 1.670(0.02)) = 0.9666$
8	5356	-0.09	$0.980 - 0.09(0.01) = 0.9791$		2693		$0.741(0 + 0.740(0.02)) = 1.0148$
9	2769	0.76	$0.980 + 0.76(0.01) = 0.9876$		6107		$0.281(0 + 0.280(0.02)) = 0.9944$
10	5246	-0.06	$0.980 - 0.06(0.01) = 0.9794$		9025		$1.291(0 + 1.290(0.02)) = 0.9742$

குறிப்புகள்

கற்றல் செயல்முறைக்கு முக்கியத்துவம் வாய்ந்த கருத்தை வழங்குவதே நிர்வாகத்தில் உருவகப்படுத்துதலின் முக்கிய நோக்கம். இது ஒரு வளிமண்டலத்தை உருவாக்குகிறது. அதில் மேலாளர்கள் தங்களது அனுபவத்தை மெருகூட்டுவது மூலம் பரிசோதனை நிலைமைகளை கணக்கிடுகிறார்கள். இந்த வழிமுறையை பல வழிகளில் முயற்சித்துக்கொள்வதன் மூலம், செயல்முறைக்கு முழுமையான உற்பத்தி முறை எந்தவிதத்திலும் அமைப்பை அகற்றாமல் காகிதத்தில் பணியாற்ற முடியும். இதனால், மான்டே கார்லோ நுட்பமானது மேலாளரை ஒரு கண்முடித்தனமான ஒட்டுனரின் மேலாளரிடமிருந்து மாற்றியமைக்கிறது. சக பயணியின் வழிகாட்டல்களுக்கு நேர்மாறாகவும், தெளிவாகவும் பார்க்கக்கூடிய ஒருவரிடம் அவர் நடந்துகொள்கிறார்.

மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல் விண்ணப்பப் பகுதிகள்

மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல் வரிசைமுறை சரக்கு சிக்கல், புதிய தயாரிப்பு அறிமுகம், திறன் மற்றும் பல சிக்கல்கள் போன்ற ஒரு பெரிய மூலதன முதலீட்டைப் பற்றிய அபாய பகுப்பாய்வைக் கொண்டிருக்கும் பரந்த வேறுபாடுகளுக்குப் பயன்படுகிறது. வரவு செலவுத் திட்டம் என்பது மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கும் உருவகப்படுத்துதலின் மற்றொரு பகுதி. உண்மையில், நெகிழ்வான வரவு செலவுத் திட்டம் என்பது உருவகப்படுத்துதலில் ஒரு பயிற்சியாகும். செயல்பாட்டு வரவுசெலவுத்திட்டங்கள் மூலம் தலைமை வரவு செலவுத் திட்டம் தயாரிப்பதற்கு உருவகப்படுத்துதல் பயன்படுத்தப்படலாம்.

சிக்கலான அமைப்புகளின் பகுப்பாய்வு உருவகப்படுத்துதலின் மிகப்பெரிய பங்களிப்பிற்கு மேல் மற்றும் அதற்கு மேலாக, 'பல நிஜ உலகப் பிரச்சினைகள் தொடர்புடைய பல பாகங்களை உள்ளடக்கிய அமைப்புகளைக் கொண்டுள்ளன. இந்த அமைப்பானது காலப்போக்கில் ஆற்றல் மற்றும் மாறிக்கொண்டே இருக்கும் நிகழ்தகவு அல்லது நிச்சயமற்ற

நிகழ்வுகளை உள்ளடக்கியதாக இருக்கலாம். இத்தகைய சிக்கல்களின் அளவீடு பகுப்பாய்வுக்கு உருவகப்படுத்துதல் மட்டுமே நுட்பமாகும்'.

குறிப்புகள்

#### 11.4 பண மேலாண்மை, திட்ட நேரம் மற்றும் தயாரிப்பு வரம்புகள்

நிதியியல் மான்டே கார்லோ உருவகப்படுதல் முறை திட்டங்களில் முதலீடுகளை மதிப்பீடு செய்வதற்கும் மற்றும் நிதி வழித்தடங்களை மதிப்பீடு செய்வதற்கும் நிறுவனங்களின் மதிப்பை கணக்கிடுவதற்கும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. ஒட்டுமொத்த செயல்திட்டத்திற்கான விளைவுகளை நிர்ணயிக்க ஒவ்வொரு பணிக்கும் மிகச் சிறந்த வழக்கு மற்றும் சாத்தியமான கால அளவை மதிப்பிடுவதற்கான திட்ட அட்டவணை மாதிரிகளை கொண்டுள்ளது. எனவே, மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல், திட்ட அபாயங்களை பகுப்பாய்வு செய்வதில் உதவுகிறது. திட்ட மேலாளர்கள் திட்டங்களில் நிச்சயமற்ற மற்றும் ஆபத்தை சேர்த்துக் கொள்ள உதவுகிறது. அதன்படி, இந்த இரண்டு கால அட்டவணை மற்றும் வரவுசெலவுத் திட்டம் பற்றிய தர்க்கரீதியான எதிர்பார்ப்புகளை வரையறுக்க வேண்டும்.

அடிப்படையில், மான்டே கார்லோ முறையைப் பயன்படுத்தி, ஒரு சிக்கலை நேரடியாக சரிசெய்ய முடியும். இது அடிப்படைச் செயல்முறையை உருவகப்படுத்தி செயல்முறைகளின் சராசரி விளைவைக் கணக்கிடுவதன் மூலம் நேரடியாக தீர்க்கப்பட முடியும். முன்னணி நேரத்தின்போது, தயாரிப்பு கோரிக்கைகளின் சரியான கருத்தை வாடிக்கையாளர்களின் வரிசையை நிறைவேற்ற சரக்கு கட்டுப்பாட்டு சிக்கல்களில் உருவகப்படுத்த பயன்படுகிறது. அலகு நேரம் ஒன்றுக்கு முன்னணி நேரம் மற்றும் சரக்கு இரண்டும் சீரற்ற மாறிகளில் உள்ளன. பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள், திட்ட நேரம், தயாரிப்பு வரம்புகள் மற்றும் பண மேலாண்மை ஆகியவற்றைக் கோருகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 11.4: ஒரு சில்லறை விற்பனையாளர் நிலையத்தில் ஒரு வாடிக்கையாளர் 100 வருகையாளர்களின் ஒரு மாதிரியை கீழ்க்கண்ட விநியோகத்தின் படி செயல்படுத்தலாம்.

வருகைக்கு இடையில் (நிமிடம்)	நேரம்	அதிர்வெண்
0.5		2
1.0		6
1.5		10
2.0		25
2.5		20
3.0		14
3.5		10
4.0		7
4.5		4
5.0		2

கட்டணத்தை சேர்ப்பதன் மூலம் வாடிக்கையாளர்களுக்கு தேவையான நேரத்தை ஆய்வு செய்தல், பணம் பெறுதல் மற்றும் தொகுப்புகள் வைப்பது, பின்வரும் விநியோகத்தை அளிக்கிறது.

வருகைக்கு இடையில் (நிமிடம்)	நேரம்	அதிர்வெண்
0.5		12
1.0		21
1.5		36
2.0		19
2.5		7
3.0		5

குறிப்புகள்

அடுத்த 10 வருகையாளர்களுக்கான உருவகப்படுத்துதல் மூலம் வாடிக்கையாளர்கள் காத்திருக்கும் நேரத்தின் சராசரியான சதவிகிதம் மற்றும் சேவையகத்தின் செயலற்ற நேரத்தின் சராசரி சதவிகிதத்தை மதிப்பிட முடியும்.

**தீர்வு:** நிகழ்தகவுகளால் சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ள அதே விகிதத்தில் நிகழ்வுகளுக்கு குறிச்சொற்கள் ஒதுக்கப்படுகின்றன.

வரவுகள்	அதிர்வெண்	நிகழ்தகவு	ஒட்டுமொத்த	மேற்கோள்-எண்கள்
0.5	2	0.02	0.02	00-01
1.0	6	0.06	0.08	02-07
1.5	10	0.10	0.18	08-17
2.0	25	0.25	0.43	18-42
2.5	20	0.20	0.63	43-62
3.0	14	0.14	0.77	63-76
3.5	10	0.10	0.87	77-86
4.0	7	0.07	0.94	87-93
4.5	4	0.04	0.98	94-97
5.0	2	0.02	1.00	98-99

சேவை நேரம் (நிமிடம்)	அதிர்வெண்	நிகழ்தகவு	ஒட்டுமொத்த	மேற்கோள்-எண்கள்
0.5	12	0.12	0.12	00-11
1.0	21	0.21	0.33	12-32
1.5	36	0.36	0.69	33-68
2.0	19	0.19	0.88	69-87
2.5	7	0.07	0.95	88-94
3.0	5	0.05	0.95	95-97

சீரற்ற எண்கள் உருவாக்கப்பட்டு மற்றும் பொருத்தமான நிகழ்வுகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. முதல் 10 சீரற்ற எண்களின், வருகையை உருவகப்படுத்துதல், இரண்டாவது 10, சேவை முறை உருவகப்படுத்துதல் முடிவு 0.00 மு.ப. மணிக்கு தொடங்குகிறது என்ற கருத்தின் அடிப்படையில் கீழே உள்ள அட்டவணையில் சேர்க்கப்பட்டுள்ளது.

உருவாக்கப்படுத்துதல்  
நட்பங்கள்

வாடிக்கையாளர் ஒன்றுக்கு சராசரியாக காத்திருக்கும் நேரம்,

$$\frac{45}{10} = 0.45 \text{ நிமிடங்கள்.}$$

குறிப்புகள்

சராசரியாக காத்திருக்கும் நேரம் (அல்லது) சேவையகங்கள் பயன்

$$\text{இல்லாமல் இருக்கும் நேரம்} = \frac{7.00}{10} = 0.7 \text{ நிமிடங்கள்.}$$

வருகை எண்	சீர்தர எண்	இருவேறுபட்ட வருகை நேரம் (நிமி. ம.)	வருகை நேரம் (நிமி. ம.) a	சீர்தர எண்	சேவை நேரம் (நிமி. ம.) e	சேவை வகைக்கம் b	முடிவு	காத்திருக்கும் வரம்புகள் L, b, a	சேவைகளை நேரம் $e = d = 4 = fa$
1	93	4.0	4.0	78	2.0	4	6	:	"
2	22	2.0	6.0	76	2.0	6	8	:	'
3	53	2.5	8.5	58	1.5	8.5	10.0	:	"
4	64	3.0	11.5	54	1.5	11.5	13	:	"
5	39	2.0	13.5	74	2.0	13.5	15.5	:	"
6	07	1.0	14.5	92	2.5	15.5	18	1.0	'
7	10	1.5	16.0	38	1.5	18.0	19.5	2.0	'
8	63	3.0	19.0	70	2.0	19.5	21.5	0.5	'
9	76	3.0	22.0	96	3.0	22.0	25.0	:	"
10	35	2.0	24.0	92	2.5	25.0	27.5	1.0	'
							முடிவு	4.5	"

எடுத்துக்காட்டு 11.5: கடந்த சில மாதங்களாக, மகிழுந்தின் பயன்பாடு மிகவும் மாறுபட்டது. மகிழுந்தின் பராமரிப்பு விலை கணிசமாக வேறுபட்டது என்று ஒரு சுற்றுலா மகிழுந்து இயக்குபவர் கண்டுபிடித்துள்ளார். கடந்த 200 நாட்களில் காரின் தேவை ஏற்ற இறக்கமாக இருந்தது.

வாரங்கள்	அலைவரிசை
0	16
1	24
2	30
3	60
4	40
5	30

சீரற்ற எண்களைப் பயன்படுத்தி, ஒரு 10-வார காலத்திற்கான கோரிக்கையை உருவகப்படுத்துதல்.

தீர்வு: பல்வேறு கோரிக்கை அளவுகளுக்கு ஒதுக்கப்பட்ட முகவரிச் சீட்டு-எண்கள் கீழே உள்ள அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

பயணங்கள்/வாரம் அல்லது தேவை/வாரம்	அலைவரிசை	வாப்பு	திரண்ட நிகழ்தகவு	முகவரிச் சீட்டு-எண்கள்
0	16	0.08	0.08	00-07
1	24	0.12	0.20	08-19
2	30	0.15	0.35	20-34
3	60	0.30	0.65	35-64
4	40	0.20	0.85	65-84

5	30	0.15	1.00	85-99
---	----	------	------	-------

உருவாக்கப்படுத்துதல்  
நுட்பங்கள்

வாரம்	சீற்ற எண்	கோரிக்கை
1	82	4
2	96	5
3	18	1
4	96	5
5	20	2
6	84	4
7	56	3
8	11	1
9	52	3
10	03	0
		மொத்தம் = 28

குறிப்புகள்

அடுத்த 10 வார காலத்திற்கு மகிழுந்துக்காக உருவகப்படுத்தப்பட்ட கோரிக்கை மேலே உள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மொத்த தேவை = 28 மகிழுந்துகள்

சராசரி தேவை =  $\frac{28}{10} = 2.8$  ஒரு வார மகிழுந்துகள்

மூலதன வரவு செலவுத் திட்டத்தின் சிக்கல்கள்

மூலதன வரவு செலவுத் திட்டத்தில், மாறுபாடுகளின் மதிப்பீட்டில் நிச்சயமில்லாமல் அடிக்கடி செல்வத்தில் உருவகப்படுத்துதல் நுட்பம் சில மாறிகள் சிலவற்றைப் பொறுத்து பயன்படுத்தப்படலாம். மற்ற மாறிகள் சிறந்த மதிப்பீடுகளில் எடுத்துக்கொள்ளப்படும்.

P, V, F, Q, T, K, I, D மற்றும் N ஆகியவை முக்கியமான மாறிகள் என்பதை நாம் அறிவோம். (P – வெளியீடு அலகு விலை, V–வெளியீடு அலகு மாறி செலவு, F – நிலையான செலவு நடவடிக்கை, Q – வெளியீடு அளவு, T – வரி விகிதம், K – தள்ளுபடி விகிதம் அல்லது செலவு மூலதனம், I – அசல் முதலீடு, D – வருடாந்திர தேய்மானம் மற்றும் N – எண் திட்டத்தின் வாழ்க்கை ஆண்டுகள்).

ஒரு திட்டத்தில், P, V, F, Q, N, மற்றும் I மிகவும் யூகிக்கக்கூடியது. ஆனால், K மற்றும் T சோம்பறியாக விளையாடுபவர். இத்தகைய சந்தர்ப்பங்களில், மற்றவர்கள் கொடுக்கும் மதிப்புகள் K மற்றும் T உருவகப்படுத்துதல் மூலம் தீர்க்கப்பட வேண்டும்.

$P = ₹300/\text{அலகு}$ ,  $V = 150/\text{அலகு}$ ,  $F = ₹15,00,000/\text{ஆண்டுக்கு}$ ,  $Q = 20,000/\text{ஆண்டுக்கு}$ ,  $N = 3$  ஆண்டுகள் மற்றும்  $I = 18,00,000$ . வரி = வருடாந்திர இலாபம் [(P-V)] Q – F–D = [(300-150) × 20000] – 15,00,000 – 6,00,000 = ₹9,00,000/ஆண்டுக்கு.

வரிக்குப் பிந்தைய லாபம் மற்றும் வரி விகிதம் கணக்கிட முடியாது. அதனால், வரி விகிதம் T யூகிக்க முடியாது. K என்பது யூகிக்க முடியாத

நிலையில், தற்போதைய மதிப்பு கணக்கிட முடியாது. எனவே, இங்கே உருவகப்படுத்துதலை பயன்படுத்துகிறோம்.

குறிப்புகள்

உருவகப்படுத்துதல் செயல்முறை ஒவ்வொரு சோர்வுற்ற விளையாட்டு மாறிகளுக்கு நிகழ்தகவு விநியோகம் கொடுக்கிறது. T மற்றும் K க்கான நிகழ்தகவு விநியோகம் பின்வருமாறு கணக்கிடப்படுகிறது:

T		K	
வாய்ப்பு	மதிப்பு	வாய்ப்பு	மதிப்பு
0.20	30%	0.30	10%
0.50	35%	0.50	11%
0.30	40%	0.20	12%

அடுத்து, நாம் ஒட்டுமொத்த நிகழ்தகவை நிர்ணயிப்போம் மற்றும் T மற்றும் K க்கு தனித்தனியாக அட்டவணை 11.6 இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி சீரற்ற எண் வரம்புகளை வழங்குகிறோம். இரு இலக்க சீரற்ற எண் வரம்புகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. நாம் 00 உடன் தொடங்கி 99 உடன் முடிக்கிறோம். இவ்வாறு 100 சீரற்ற எண்களைப் பயன்படுத்துகிறோம். கேள்விக்குரிய மாறியின் வெவ்வேறு மதிப்புகளுக்கு, குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையிலான சீரற்ற எண்ணைப் பொறுத்து, அந்தந்த மதிப்புகளின் நிகழ்தகவு மதிப்புகள் சமமாக இருக்கும். இதனால், மாறி T க்கு 20% அதன் முதல் மதிப்பு 30% மற்றும் 50% அதன் அடுத்த மதிப்பு 35% மற்றும் 40% ஆக சீரமைக்கப்படும்.

அட்டவணை 11.6 ஒன்று சேர்ந்த நிகழ்தகவு மற்றும் சீரற்ற எண் வரம்பு

மதிப்பு	வாய்ப்பு	T திரண்ட நிகழ்தகவு	சீரற்ற எண் வரம்பு	மதிப்பு	வாய்ப்பு	K திரண்ட நிகழ்தகவு	சீரற்ற எண் வரம்பு
30%	0.20	0.20	00-19	10%	0.30	0.30	00-29
35%	0.50	0.70	20-69	11%	0.50	0.80	30-79
40%	0.30	1.00	70-99	12%	0.20	1.00	80-99

முதல் மதிப்பு கணிக்க முடியாத மாறி ஆகும். நாம் சீரற்ற எண் 00 முதல் 19 வரை ஒதுக்கலாம். இரண்டாவது மதிப்பிற்கு சீரற்ற எண்கள் 20 – 69 மற்றும் மூன்றாம் மதிப்பிற்கு, 70–99 ஒதுக்கப்படுகின்றன. இதேபோல் மாறி K ல் உள்ள சீரற்ற எண்கள் ஒதுக்கப்படும்.

உருவகப்படுத்துதல் செயல்முறை இப்போது சீரற்ற எண் அட்டவணையில் இருந்து வாசிப்புக்கு ஈடுபடுத்தப்படுகிறது. சீரற்ற எண் ஜோடிகள் (ஒன்று T மற்றும் மற்றொன்று K). T மற்றும் K இன் மதிப்பீடுகள் மேலே உள்ள அட்டவணையில் இருந்து எடுக்கப்பட்ட சீரற்ற எண்களுக்கு பொருந்துகின்றன. சீரற்ற எண்கள்: 48 மற்றும் 80. பின் T என்பது 35% சீரற்ற எண் 48 சேர்ந்து சீரற்ற எண்ணிக்கையில் 20-69 ஆகும். 35% மற்றும் K 12% ஆனது சீரற்ற எண் 80 வீதத்தில் 12% உடன் 80 முதல் 99 விழுக்காடு வரை குறையும். இப்போது T = 35% மற்றும் K = 12% எடுத்துக் கொண்டால், திட்டத்தின் NPV வேலை செய்ய முடியும். இந்த திட்டம் 3 ஆண்டுகளுக்கு ₹9,00,000 ஆண்டிற்கு என்ற PBT கொடுக்கிறது. எனவே, PAT = ₹9,00,000 - வரி ; 35% = ₹ 9,00,000 - 3,15,000 = ₹5,85,000 ஆண்டிற்கு இதற்காக நாம் பணவீக்கத்தைக் குறைக்க ₹6,00,000 (அதாவது, ₹18,00,000 / 3 ஆண்டுகள்) மதிப்பைக் குறைக்க வேண்டும். எனவே, பணப்புழக்கம் = 5,85,000 + 6,00,000 = ₹11,85,000 ஆண்டிற்கு.



$$NPV = \sum_{t=1}^n CF_t / (1+K)^t - I$$

$$\begin{aligned} &= (11,85,000 / 1.12 + 11,85,000 / 1.12^2 + 11,85,000 / 1.12^3) - 18,00,000 \\ &= 11,85,000 [1 / 1.12 + 1 / 1.12^2 + 1 / 1.12^3] - 18,00,000 \\ &= 11,85,000 \times 2.4018 - 18,00,000 \\ &= 28,56,798 - 18,00,000 = 10,56,798 \end{aligned}$$

அட்டவணையில் இருந்து ஒரு ஜோடி சீரற்ற எண்களை எடுத்திருக்கிறோம். மேலும், NPV ₹10,56,798 ஆக கணக்கிடப்பட்டுள்ளது.

இந்த செயல்முறை குறைந்தபட்சம் 20 முறை சீரற்ற எண்களைப் படிப்பதோடு, ஒவ்வொரு ஜோடி சீரற்ற எண்களுக்கும் பொருந்தும் T மற்றும் K மதிப்பின் NPV பெற வேண்டும். அடுத்த ஜோடி சீரற்ற எண்கள் 28 மற்றும் 49 ஆகும். தொடர்புடைய T = 35% மற்றும் K = 11%. பின் PAT = PBT - T = 9,00,000 - 3,15,000 = 5,85,000. பணப் பாய்வு = 5,85,000 + 6,00,000 = ₹11,85,000.

$$NPV = \sum_{t=1}^n CF_t / (1+K)^t - I$$

$$\begin{aligned} &= (11,85,000 / 1.11 + 11,85,000 / 1.11^2 + 11,85,000 / 1.11^3) - 18,00,000 \\ &= (10,67,598 + 9,61,773 + 8,66,462) - 18,00,000 \\ &= 28,95,803 - 18,00,000 = 10,95,803 \end{aligned}$$

இதேபோல் பிற உருவகப்படுத்துதல்களுக்கான NPV பெறலாம். இதனால், கணக்கிடப்பட்ட NPV கள் சராசரியாக இருக்கலாம். அதே நேர்மறை என்றால், திட்டம் தேர்வு செய்யப்படலாம்.

#### உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறிக

1. சீரற்ற எண்ணை வரையறுக்கவும்.
2. போலித் தற்போக்கு எண்ணை வரையறுக்க.
3. உருவகப்படுத்துதல் ஏன் வரையறுக்க பயன்படுத்தப்படுகிறது?
4. மான்டே கார்லோ நுட்பம் என்றால் என்ன?
5. சீரற்ற எண்களின் அட்டவணை ஏன் பயன்படுத்தப்படுகிறது?

#### 11.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும்

வினாக்களுக்கான விடைகள்

1. சீரற்ற எண் என்பது ஒரு நிகழ்வின் நிகழ்தகவு ஆகும். இது சேகரிப்பில் வேறு எண்ணைப் போலவே உள்ளது.
2. சீரற்ற எண்கள் போலித் தற்போக்கு எண்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன. அவை, சில உறுதியான செயல்முறைகளால் உருவாக்கப்படுகின்றன.

குறிப்புகள்

மற்றும் அவை முன்னரே தீர்மானிக்கப்பட்ட புள்ளியியல் சோதனைக்கு தகுதியற்றவை.

3. சில உடல் வடிவத்தில் அல்லது கணித சமன்பாடுகளின் சில வடிவங்களில் உண்மையை பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் செயல்முறை உருவகப்படுத்துதல் எனப்படும். அதாவது, உருவகப்படுத்துதல் உண்மையை பிரதிபலிப்பதாகும். இது துணை பொருத்தமற்ற முடிவெடுப்புகளிலோ திருத்திபடுவதால் இது பயன்படுத்தப்படுகிறது மேலும், ஒரு கணித மாதிரி மூலம், பிரதிநிதித்துவ ஆய்வாளரின் திறமைகளுக்கு அப்பால் உள்ளது.
4. இது ஒரு உருவகப்படுத்துதல் தொழில்நுட்பம், இதில் புள்ளியியல் விநியோக செயல்பாடுகள் சீரற்ற எண்களின் தொடர்ச்சியைப் பயன்படுத்தி உருவாக்கப்படுகின்றன. இது பொதுவாக கணித மாதிரிகள் மூலம் குறிப்பிடப்பட முடியாத சிக்கல்களை தீர்க்க பயன்படுகிறது.
5. உருவகப்படுத்துதல் பணித்தாள் உருவாக்க சீரற்ற எண்களின் ஒரு அட்டவணை பயன்படுத்தப்படுகிறது.

### 11.6 சுருக்கம்

- உருவகப்படுத்துதல் என்பது உண்மையின் பிரதிநிதித்துவம் ஆகும். ஒரு மாதிரி அல்லது சாதனத்தின் பயன்பாடானது, கொடுக்கப்பட்ட ஒரு நிபந்தனையின் கீழ் உண்மையில் அதே விதத்தில் செயல்படும்.
- இரண்டு வகையான உருவகப்படுத்துதல்கள் உள்ளன: ஒப்புமை மற்றும் எண்ணியல் அல்லது கணினி.
- மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல் ஒரு நவீன மேலாண்மை கருவியாகும். இது நிகழ்தகவுள்ள சிக்கல்களை தீர்க்க பயன்படுகிறது.
- மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதலின் மூன்று மாறுபட்ட மாதிரிகள் பயன்பாட்டின் மூன்று பகுதிகளிலும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அவை வரிசை கோட்பாடு, சரக்கு கட்டுப்பாடு மற்றும் உற்பத்தி வரி.

### 11.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்

- சீரற்ற எண்: சீரான நிகழ்தகவு அடர்த்தி செயல்பாடு பின்வரும் சீரற்ற மாறிக்கு ஒதுக்கப்பட்டுள்ள எண்ணை குறிக்கிறது.
- போலித் தற்போக்கு எண்கள்: சீரற்ற எண்கள் சில உறுதியான செயல்முறை மூலம் உருவாக்கப்படுகின்றன. ஆனால், ஏற்கனவே சீரற்ற காலத்திற்கு முன்னரே தீர்மானிக்கப்பட்ட புள்ளியியல் சோதனைக்கு தகுதி பெற்றிருக்கின்றன.

## 11. 8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்

உருவாக்கப்படுத்துதல்  
நுட்பங்கள்

### குறு விடை வினாக்கள்

1. உருவகப்படுத்துதல் எப்போது பயன்படுத்தப்படுகிறது. உருவகப்படுத்துதலில் என்ன செய்யப்படுகிறது?
2. ஒரு சீரற்ற எண் மற்றும் ஒரு போலித் தற்போக்கு எண் வேறுபடுத்துக.
3. எப்போது மான்டே கார்லோ நுட்பத்தை அணுகலாம்?
4. மான்டே கார்லோ என்ற குறியீட்டை யார் கொடுத்தார்?

குறிப்புகள்

### நெடு விடை வினாக்கள்

1. உருவகப்படுத்துதலும் அதன் வகைகளையும் விளக்கவும்.
2. சீரற்ற மாறி என்றால் என்ன? ஏன் பயன்படுத்தப்படுகிறது?
3. மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல் நுட்பங்களைப் பற்றிய முறையை விளக்குக.
4. பின்வரும் தரவு ஒரு தேநீர் சேவைக்கு எதிராக அனுசரிக்கப்படுகிறது. வருகை ஒரு நிமிடம் இடைவெளியில் உள்ளது.

வந்து செல்லும் நபர்களின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4	5
நிகழ்தகவு	0.05	0.15	0.40	0.20	0.15	0.05

சேவை ஒரு நிமிட இடைவெளியில் 2 நபராக எடுக்கப்பட்டது. பின்வரும் சீரற்ற எண்களைப் பயன்படுத்தி 15 நிமிட காலத்திற்கு உருவகப்படுத்துதல். 09, 54, 94, 01, 80, 73, 20, 26, 90, 79, 25, 48, 99, 25, 89 ஒவ்வொரு நிமிடத்திற்கு வரிசையில் காத்திருக்கும் நபர்களின் சராசரி எண்ணிக்கையும் கணக்கிட வேண்டும்.

## 11.9 மேலும் படிக்க

- தாஹா, எச்.ஏ. 2006. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி: ஒரு அறிமுகம், 8 வது பதிப்பு. புது தில்லி: இந்தியாவின் ப்ரிண்ட்ஸ் மன்றம்.
- ஜென்சன், பால் ஏ, மற்றும் ஜோனதன் எப். பார்ட் 2003. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி மாதிரிகள் மற்றும் முறைகள். நியூயார்க்: ஜான் விலே & சன்ஸ்.
- குப்தா, பி.கே., மற்றும் டி.எஸ்.ஹிரா. 2002. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி அறிமுகம். தில்லி: எஸ். சந்த் ரூ கோ.
- கோத்தாரி, சி.ஆர். 1982. ஓர் அறிமுகம், செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி. புது தில்லி: விகாஸ் வெளியீட்டு ஹவுஸ் தனியார் நிறுவனம்.
- காலாவதி, எஸ். 2013. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி, 4 வது பதிப்பு. புது தில்லி: விகாஸ் வெளியீட்டு ஹவுஸ் தனியார் நிறுவனம்.

## அலகு 12 வரிசை கோட்பாடு

குறிப்புகள்

### அமைப்பு

- 12.0 அறிமுகம்
- 12.1 நோக்கங்கள்
- 12.2 வரிசை அமைப்பு: அறிமுகம் மற்றும் விளக்கம்
- 12.3 வரிசை கோட்பாடு: M/M/1 வரிசை மாதிரி மற்றும் பயன்பாடுகள்
- 12.4 மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல் பயன்படுத்தி புதிய தயாரிப்பு வெளியீட்டு சிக்கல்கள்
- 12.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 12.6 சுருக்கம்
- 12.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 12.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 12.9 மேலும் படிக்க

### 12.0 அறிமுகம்

இந்த அலகில் நீங்கள் வரிசை கோட்பாட்டின் அடிப்படையை புரிந்துகொள்வீர்கள். சில சேவை வசதிகளில் இருந்து சில சேவைகளை எடுப்பதற்கு மக்கள் வரிசையில் நிற்பதை நாம் காண்கிறோம். ரயில் பயணச் சீட்டு, பேருந்து நிலையங்களில் முன்பதிவு செய்வதற்கான எண்ணிக்கைகள் போன்றவற்றில் வரிசை காணப்படுகிறது. ஒரு சேவை மையத்தில் நுழைந்ததும், மற்றொரு நபரின் வருகைக்கு முன் ஒரு நபர் சேவை செய்யப்பட்டால் எந்த வரிசையும் உருவாகாது. ஆனால் நபர்கள் வரும் போது சேவையாளர் வேறு ஒரு வாடிக்கையாளருக்கு சேவை செய்துகொண்டிருந்தால் அவர்கள் காத்திருக்க வேண்டும் மற்றும் அங்கு ஒரு வரிசை அல்லது காத்திருப்பு வரி உருவாகிறது. வரிசை கோட்பாடு கணித மாதிரிகள் பயன்படுத்தி காத்திருப்பு கோடுகளின் ஆய்வை மேற்கொள்கிறது.

### 12 .1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகை நீங்கள் படித்து முடித்த பின்பு உங்களால்,

- வரிசை கோட்பாட்டை விவரிக்க முடியும்
- ஒழுங்குமுறை வரிசைப்படுத்தலை புரிந்து கொள்ள முடியும்
- வாடிக்கையாளர் நடத்தை பற்றி தெரிந்து கொள்ள முடியும்
- வரிசையாக்க அமைப்பை வரையறுக்க முடியும்
- பல்வேறு கணித மாதிரிகளை வரையறுக்க முடியும்
- வரிசை கோட்பாடு மற்றும் M/M/1 மாதிரியில் பிரச்சினைகளை தீர்க்க முடியும்

## 12.2 வரிசை அமைப்பு: அறிமுகம் மற்றும் விளக்கம்

குறிப்புகள்

சேவை வசதியை நோக்கி வரையறுக்கப்பட்ட/எல்லையில்லா மக்கள்தொகையிலிருந்து வரும் வாடிக்கையாளர்களுக்கு ஒரு வரிசை (காத்திருக்கும் வரி) வடிவங்ககளை உருவாக்குகிறது. சேவை வசதிகள் மற்றும் வாடிக்கையாளர்களுக்கு இடையே சரியான சமநிலை இல்லாத நிலையில், சேவை வசதிக்கு அல்லது வாடிக்கையாளரின் வருகைக்கு காத்திருப்பு நேரம் தேவைப்படுகிறது.

சில சேவைகள் செய்ய தேவைப்படும் வருகை அலகை, வாடிக்கையாளர் என்கிறோம். நபர்கள், இயந்திரங்கள், வாகனங்கள், முதலியன வாடிக்கையாளர்களாக இருக்கலாம். வரிசையில் சேவை செய்துக்கொள்ள காத்திருக்கும் (காத்திருக்கும் வரி) வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கையை குறிக்கிறது. இது வாடிக்கையாளர் சேவையுடன் சேர்க்கப்படவில்லை. வாடிக்கையாளருக்கு சேவைகளை வழங்கும் நிகழ்முறை அல்லது அமைப்பு சேவை அலைவரிசை அல்லது சேவை வசதி என அழைக்கப்படும்.

ஒரு வரிசை முறையை இதன்மூலம் முழுமையாக விவரிக்க முடியும்.

- (i) உள்ளீடு (வருகை படிவம்)
- (ii) சேவை வழிமுறை (சேவை படிவம்)
- (iii) வரிசை கட்டுப்பாடு
- (iv) வாடிக்கையாளரின் நடத்தை

### உள்ளீடு (வருகை படிவம்)

வாடிக்கையாளர்கள் வந்து அமைப்பில் சேரும் விதத்தை உள்ளீடு விவரிக்கிறது. பொதுவாக வாடிக்கையாளர்கள் கணிக்க முடியாத மதிப்புக்குரிய அல்லது குறைவான சீரற்ற பாணியில் வருகிறார்கள். எனவே, வருகை மாதிரி நிகழ்தகவுகளின் அடிப்படையில் விவரிக்கப்படலாம், இதன் விளைவாக இடை-வருகை முறைகளுக்கான நிகழ்தகவு விநியோகம் (இரண்டு தொடர்ச்சியான வருகைக்கு இடையில்) வரையறுக்கப்பட வேண்டும். வாடிக்கையாளர்கள் பாய்ஸன் பாணியில் வந்து செல்லும் அந்த வரிசை முறைகளை நாம் சமாளித்து வருகிறோம். சராசரி வருகை விகிதம்  $\lambda$  மூலம் குறிக்கப்படுகிறது.

### சேவை வழிமுறை

அதாவது வாடிக்கையாளர்களுக்கு சேவைகளை செய்ய சேவை வசதி ஏற்பாடு செய்வது இதன் பொருள் ஆகும். ஒரு எல்லையற்ற எண்ணிக்கையிலான சேவையகங்கள் இருந்தால், வாடிக்கையாளர்கள் அனைவரும் உடனடியாக பரிமாறப்படும் வரிசை இருக்காது.

சேவையகங்களின் எண்ணிக்கை வரையறுக்கப்பட்டிருந்தால், வாடிக்கையாளர்களுக்கு ஒரு நிலையான அல்லது சீரற்ற மாறி என குறிப்பிட்ட நேரத்திற்குள் வழங்கப்படுவார்கள். நடைமுறையில் முக்கியமான சேவை நேரத்தை விநியோகித்தல் என்பது எதிர்மறை அடுக்குத்தொடர் பகிர்வு ஆகும். இதன் சராசரி சேவை வீதம்  $\mu$  ஆல் குறிக்கப்படுகிறது.

ஒரு வரிசை உருவாகும் போது, எந்த வாடிக்கையாளர்கள் சேவைக்கு தெரிவு செய்யப்படுவார்கள் என்பதை குறைப்பதற்கான ஒரு விதி ஆகும். மிகவும் பொதுவான கட்டுப்பாடுகள்:

- முதலில் வந்தவர்க்கு முதல் சேவை (FCFS)
- முதலில் வந்தவர்க்கு முதலில் வெளியேற்றம் (FIFO)
- இறுதியில் வந்தவர்க்கு முதலில் வெளியேற்றம் (LIFO)
- சீரற்ற வரிசையில் சேவைக்கான தேர்வு (SIRO)

எந்த வாடிக்கையாளர்களுக்கு முதலில் சேவை செய்யவேண்டும் என்பதை பொறுத்து வேறு பல கட்டுப்பாடுகளும் உள்ளன. இந்த முன்னுரிமை கட்டுப்பாட்டில், சேவை இரண்டு வகைப்படும். அவை முன்கூட்டிய முனையம் மற்றும் முன்கூட்டிய முனையம் அல்லாதது ஆகும். முன்கூட்டிய முனையம் அமைப்பில், முன்னுரிமை குறைவான வாடிக்கையாளர்களுக்கு முன்பு அதிக முன்னுரிமை உள்ள வாடிக்கையாளர்கள் சேவையை பெறுகின்றனர் முன்கூட்டிய முனையம் அல்லாத அமைப்பில், அதிக முன்னுரிமை உள்ள வாடிக்கையாளர்களுக்கு முன்பு குறைவான முன்னுரிமை உள்ள வாடிக்கையாளர் சேவையை பெறுகிறார். இணையான அலைவரிசைகள் விஷயத்தில் 'விரைவான சேவகன் விதி' ஏற்கப்பட்டது.

#### வாடிக்கையாளரின் நடத்தை

பொதுவாக வாடிக்கையாளர்கள் பின்வரும் நான்கு வழிகளில் நடந்து கொள்கிறார்கள்:

- (i) இடர்செய்கிற: வரிசை மிக நீளமாக இருப்பது மற்றும் காத்திருக்க நேரமின்மை அல்லது போதுமான காத்திருப்பு இடம் இல்லாதது போன்ற காரணங்களால் வாடிக்கையாளர் வரிசையிலிருந்து விலகலாம்.
- (ii) பின்வாங்குதல்: காத்திருந்த வாடிக்கையாளர் பொறுமை இல்லாமல் வரிசையை விட்டு செல்லும்போது இது நிகழ்கிறது.
- (iii) முன்னுரிமைகள்: சில பயன்பாடுகளில், அவர்கள் வருகையை பொருட்படுத்தாமல் சில வாடிக்கையாளர்கள் மற்றவர்களுக்கு முன் சேவை செய்கின்றனர். இந்த வாடிக்கையாளர்களுக்கு மற்றவர்களை விட முன்னுரிமை உள்ளது.
- (iv) ஏமாற்றும் முயற்சிகள்: வாடிக்கையாளர்கள் ஒரு காத்திருப்பு வரிசையில் இருந்து வேறொருவர் வரிசைக்குச் செல்லலாம். இது ஒரு பல்பொருள் அங்காடியில் மிகவும் பொதுவானது.

#### நிலையற்ற மற்றும் நிலையான நிலை

இயக்க முறைமை நேரம் சார்ந்து இருக்கும் போது ஒரு அமைப்பு நிலையற்ற நிலைமையில் இருப்பதாகக் கூறப்படுகிறது.

ஒரு நிலையான நிலை அமைப்பு என்பது, அமைப்புமுறையின் நடத்தை நேரத்திலிருந்து சுயாதீனமானதாகும். கணினியில்  $n$  வாடிக்கையாளர்கள்

குறிப்புகள்

நேரத்தில் இருப்பதைக் குறிக்கும் நிகழ்தகவு  $P_n(t)$  ஆகும். பின்னர் நிலையான நிலையில்,

குறிப்புகள்

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_n(t) = P_n$$

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = \frac{dP_n}{dt}$$

$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} P'_n(t) = 0$$

போக்குவரத்து தீவிரம் அல்லது பயன்பாட்டு காரணி: ஒரு எளிய வரிசையில் ஒரு முக்கியமான அளவீடு அதன் போக்குவரத்து தீவிரம் மற்றும் இதன்மூலம் வழங்கப்படுகிறது.

$$\begin{aligned} \text{போக்குவரத்து தீவிரம், } \rho &= \frac{\text{வருகை விகிதம்}}{\text{சராசரி சேவை விகிதம்}} \\ &= \frac{\lambda}{\mu} \end{aligned}$$

போக்குவரத்து தீவிரத்தின் அலகு எரலாங் ஆகும்

### 12.3 வரிசை கோட்பாடு: M / M / 1 வரிசை மாதிரி மற்றும் பயன்பாடுகள்:

வரிசையாக்க மாதிரிகள் பின்வருமாறு வகைப்படுத்தப்படுகின்றன:

மாதிரி I [(M / M / 1): (∞ / FCFS)]: இது பாய்ஸன் வருகை (அதிவேகமான இடைவேளை), பாய்ஸன் புறப்பாடு (அதிவேக சேவை நேரம்), ஒற்றை சேவையகம், முடிவற்ற திறன் மற்றும் முதலில் வந்தவர்க்கு முதல் சேவை அல்லது சேவை கட்டுப்பாட்டை குறிக்கிறது. விரிவாக்க செயல்முறையின் மார்கோவியன் சொத்து M கடிதம் காரணமாக பயன்படுத்தப்படுகிறது.

மாதிரி II [(M / M / 1): (N / FCFS)]: இந்த மாதிரியில், அமைப்பின் திறன் குறைவாகவே உள்ளது (வரையறுக்கப்பட்டது), N என்று சொல்லலாம். வெளிப்படையாக, எந்த எண்ணிக்கையிலும் எண்கள் N யை தாண்டாது.

மாதிரி III [(M / M / S) : (∞ / FCFS)]: இந்த மாதிரியானது, சேவை எண்ணிக்கை எடுக்கும் S சேனல்கள் ஆகும்.

மாதிரி IV: [(M / M / S) : (N / F C F S)]: இந்த மாதிரியானது II போலவே அமைந்துள்ளது. கணினியில் அதிகபட்சம் வாடிக்கையாளர்கள் N.

மாதிரி I : (M / M / I) : (∞ / FCFS) - பிறப்பு மற்றும் இறப்பு மாதிரி

நிலையான நிலை சமன்பாடுகளை பெற: ( $n > 0$ )  $n$  இல் இருக்கும் அலகுகள் ( $t + \Delta t$ ) இருக்கும் நிகழ்தகவு மற்றும் அடிப்படை பண்புகள் பயன்படுத்தி மூன்று தனித்த கலவை நிகழ்தகவுகளின் மொத்தமாக வெளிப்படுத்தப்படலாம். பாய்ஸன் வருகை மற்றும் அதிவேக சேவை முறை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

பின்வரும் மூன்று வழக்குகள்:

நேரம் ( $t$ ) அலகுகளின் எண்ணிக்கை	வருகை	சேவை	நேரம் ( $t + \Delta t$ ) அலகுகளின் எண்ணிக்கை
$n-1$	0	0	$n$
$n-1$	1	0	$n$
$n-1$	0	1	$n$

இப்போது, மேலே மூன்று சுயாதீனமான கலவை நிகழ்தகவுகளை சேர்ப்பதன் மூலம், ( $t + \Delta t$ ) நேரத்தின்போது  $n$  அலகில் அமைப்பில் நிகழும் நிகழ்தகவுகளை பெற முடியும்.

$$P_n(t + \Delta t) = P_n(t)(1 - (\lambda + \mu)\Delta t) + P_{n-1}(t)\lambda\Delta t + P_{n+1}(t)\mu\Delta t + 0(\Delta t)$$

$$\frac{P_n(t + \Delta t) - P_n(t)}{\Delta t} = -(\lambda + \mu)P_n(t) + \lambda P_{n-1}(t) + \mu P_{n+1}(t) + \frac{0(\Delta t)}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_n(t + \Delta t) - P_n(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ -(\lambda + \mu)P_n(t) + \lambda P_{n-1}(t) + \mu P_{n+1}(t) + \frac{0(\Delta t)}{\Delta t} \right]$$

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = -(\lambda + \mu)P_n(t) + \lambda P_{n-1}(t) + \mu P_{n+1}(t)$$

$$\left( \because \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{0\Delta(t)}{\Delta t} = 0 \right)$$

இங்கே,  $n > 0$

நிலையான நிலையில்,

$$P_n(t) \rightarrow 0, P_n(t) = P_n$$

$$0 = -(\lambda + \mu)P_n + \lambda P_{n-1} + \mu P_{n+1} \quad (12.1)$$

இதே போன்று,  $n$  அலகுகள் (அதாவது,  $n = 0$ ) இருக்கும் என்று நிகழும் நிகழ்தகவு முறைமை ( $t + \Delta t$ ) பின்வரும் இரண்டு சுயாதீன நிகழ்தகவுகளின் மொத்தமாக இருக்கும்.

- (i) அமைப்பில்  $t$  நேரத்தில் அலகு இல்லை. மற்றும் வந்தடையும் நேரம்  $\Delta t$ . இல்லை. என்பதற்கான நிகழ்தகவு,

$$= P_1(t)\mu\Delta t - 0(\Delta t)$$

- (ii)  $t$  நேரத்தில் அமைப்பில் ஒரு அலகு உள்ளது, ஒரு அலகு  $\Delta t$ . சேவைசெய்யப்பட்டது,  $\Delta t$ . வருகை இல்லை என்பதற்கான

குறிப்புகள்



நிகழ்தகவு,

$$\begin{aligned} &= P_1(t)\mu\Delta t(1-\lambda\Delta t) \\ &= P_1(t)\mu\Delta t - O(\Delta t) \end{aligned}$$

குறிப்புகள்

இந்த இரண்டு நிகழ்தகவுகளையும் சேர்த்து,

$$P_0(t + \Delta t) = P_0(t)(1 - \lambda\Delta t) + P_1(t)\mu\Delta t + O(\Delta t)$$

$$\frac{P_0(t + \Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) + \frac{O(\Delta t)}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_n(t + \Delta t) - P_n(t)}{\Delta t} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t), \text{ for } n = 0$$

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$$

நிலையான நிலையின் கீழ்,

$$0 = -\lambda P_0 + \mu P_1 \quad (12.2)$$

இதன் மாதிரி சமன்பாடுகள் (12.1) மற்றும் (12.2) நிலையான நிலையின் வேறுபாடு சமன்பாடுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

சமன்பாடு (12.2),  $P_1 = \frac{\lambda}{\mu} P_0$

சமன்பாடு (12.1),  $P_2 = \frac{\lambda}{\mu} P_1 = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 P_0$

பொதுவாக,  $P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0$

என்பதால்,  $\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$

$$\Rightarrow P_0 + \frac{\lambda}{\mu} P_0 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 P_0 + \dots = 1$$

$$P_0 \left[ 1 + \frac{\lambda}{\mu} + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \right] = 1$$

அதாவது,

$$P_0 \left( \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{\mu}} \right) = 1$$

$\frac{\lambda}{\mu} < 1$  ஆகையால், எல்லையற்ற வடிவியல் வளர்ச்சியின் மொத்தம் செல்லுபடியாகும்.

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \rho \quad \left( \because \rho = \frac{\lambda}{\mu} \right)$$

மேலும்,

$$P_n = \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n P_0 = \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n \left( 1 - \frac{\lambda}{\mu} \right)$$

$$P_n = \rho^n (1 - \rho)$$

மாதிரி I இன் நடவடிக்கைகள்

1. அமைப்பு Ls இல் அலகுகள் எதிர்பார்க்கப்பட்ட (சராசரி) எண்ணிக்கை

$$\begin{aligned} L_s &= \sum_{n=1}^{\infty} n P_n \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} n \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n \left( 1 - \frac{\lambda}{\mu} \right) \\ &= \left( 1 - \frac{\lambda}{\mu} \right) \frac{\lambda}{\mu} \sum_{n=1}^{\infty} n \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^{n-1} \\ &= \left( 1 - \frac{\lambda}{\mu} \right) \frac{\lambda}{\mu} \left( 1 + 2 \left( \frac{\lambda}{\mu} \right) + 3 \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^2 + \dots \right) \\ &= \left( 1 - \frac{\lambda}{\mu} \right) \left( \frac{\lambda}{\mu} \right) \left( 1 - \frac{\lambda}{\mu} \right)^{-2} \\ &= \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1 - \frac{\lambda}{\mu}} = \frac{\rho}{1 - \rho}, \rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1 \end{aligned}$$

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

$$L_s = \frac{\rho}{1-\rho}$$

2. எதிர்பார்க்கப்பட்ட (சராசரி) வரிசை நீளம்  $L_q$

$$L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\rho^2}{1-\rho}$$

$$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho}$$

3. வரிசையில்  $W_q$  எதிர்பார்க்கப்பட்ட காத்திருப்பு வரி,

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{\rho}{\mu-\lambda}$$

4. அமைப்பு  $W_s$  எதிர்பார்க்கப்பட்ட காத்திருப்பு வரி,

$$\begin{aligned} W_s &= W_q + \frac{1}{\mu} \\ &= \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} + \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu-\lambda} \end{aligned}$$

$$W_s = \frac{1}{\mu-\lambda}$$

5. ( $W / W > 0$ ) காத்திருக்க வேண்டிய ஒரு வாடிக்கையாளரின் எதிர்பார்ப்பு காத்திருக்கும் நேரம்,

$$(W / W > 0) = \frac{\mu}{\mu-\lambda} = \frac{1}{1-\rho}$$

6. காலியான வரிசை ( $L / L, 0$ ) எதிர்பார்க்கப்படும் நீளம்,

$$(L / L > 0) = \frac{\mu}{\mu-\lambda} = \frac{1}{1-\rho}$$

7. வரிசை அளவு  $\geq N = \rho^N$  இன் நிகழ்தகவு  $\geq N = \rho^N$

8. வரிசையில் அல்லது அமைப்பில் காத்திருக்கும் நேரத்தின் நிகழ்தகவு

$$= \geq t = \int_t^{\infty} \rho(\mu-\lambda)e^{-(\mu-\lambda)w} dw.$$

இங்கே,  $\omega$  நேரத்தை குறிக்கிறது.

வரிசை கோட்பாடு

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

9. போக்குவரத்து தீவிரம்,  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

$L_s, L_q, W_s, W_q$  இடையேயான உறவு.  
நாம் அறிந்த படி,

$$L_s = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1 - \frac{\lambda}{\mu}} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$L_s = \lambda W_s$$

இதேபோல்,  $L_q$  வரிசை கோட்பாடு,  $q = \lambda W_q$  பொதுவாகப் பிரித்தது.

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$W_s - \frac{1}{\mu} = \frac{1}{(\mu - \lambda)} - \frac{1}{\mu} = \frac{\mu - (\mu - \lambda)}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W_q = W_s - \frac{1}{\mu}$$

$\lambda$  இருபுறமும் பெருக்கினால் கிடைப்பது,

$$\lambda W_q = \lambda \left( W_s - \frac{1}{\mu} \right)$$

$$L_q = \lambda W_s - \frac{\lambda}{\mu} = L_s - \frac{\lambda}{\mu}$$

குறிப்புகள்

$$L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu}$$

குறிப்புகள்

எடுத்துக்காட்டு 12.1: ஒரு தொலைக்காட்சி இயந்திர வல்லுநர் தன்னுடைய வேலைகளில் செலவழித்த நேரம் சராசரி 30 நிமிடங்களோடு ஒரு விரிவான பகிர்வைக் கொண்டுள்ளார். பொருட்கள் வந்துள்ள வரிசையில் அவர் பழுதுபார்க்கிறார் என்றால், தொகுப்புகளின் வருகை சராசரியான 10 வீதத்துடன் ஒப்பிடும் போது, ஒரு நாளுக்கு எட்டு மணிநேரம் செய்யும் வேலையும் மற்றும் ஒவ்வொரு நாளும் இயந்திர வல்லுநர் வேலைகளில் எதிர்பார்க்கப்படும் செயலற்ற நேரமும் என்ன? சராசரியாக கொண்டு வரப்பட்ட சராசரி தொகுப்பில் எவ்வளவு வேலைகள் உள்ளன?

தீர்வு: இங்கே,

நிமிடத்திற்கு சராசரி சேவை விகிதம்,  $\mu = 1/30$ ,

நிமிடத்திற்கு சராசரி வருகை விகிதம்,

$$\lambda = \frac{10}{8 \times 60} = \frac{1}{48}$$

வேலைகளின் எண்ணிக்கையை எதிர்பார்க்க,

$$\begin{aligned} L_s &= \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1 - \frac{\lambda}{\mu}} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \\ &= \frac{\frac{1}{48}}{1/30 - 1/48} = 11\frac{2}{3} \end{aligned}$$

காலப்போக்கில், இயந்திர வல்லுநர் ஓய்வில்லாததால்,  $\frac{\lambda}{\mu}$  சமமாக இருக்கும்,

எட்டு மணி நேர நாளில் பழுதுபார்க்கும் பணி மிகுதியாக இருக்கும் போது, மணிநேர எண்ணிக்கை,

$$= 8 \left( \frac{\lambda}{\mu} \right) = 8 \times \frac{30}{48} = 5$$

எனவே, ஒரு எட்டு மணி நேரத்தில் இயந்திரம் செயலற்று இருக்கும் நேரம்  $= (8 - 5)$  மணி நேரம்.  $= 3$  மணி நேரம்.

அமைப்பில்  $L_s$  மூலம் வழங்கப்படுகிறது. இது  $\frac{5}{3} \approx 2$

எடுத்துக்காட்டு 12.2: வாடிக்கையாளர்கள் 12 நிமிடங்களுக்கும் மேலாக காத்திருக்க வேண்டிய அவசியமின்றி 0.90 இன் நிகழ்தகவு உறுதிப்படுத்திக்கொள்ளும் வகையில் ஒரு சராசரி சந்தை விகிதத்தில் ஒரு எழுத்தர் பணிக்கு என்ன செய்ய வேண்டும்? வாடிக்கையாளர்களுக்கு ஒரு மணி நேரத்திற்கு 15 என்ற சராசரியான வீதத்தில் பாய்ஸான் பாணியில் வரும் வாடிக்கையாளர்களுக்கு ஒரே ஒரு எதிர்விளைவு இருப்பதாகக் கருதப்படுகிறது. எழுத்தர் சேவையின் நீளம் ஒரு அடுக்குக்குறி (வீதம்) பரவல் ஆகும்.

தீர்வு: இங்கே,

$$\text{சராசரி வருகை விகிதம், வாடிக்கையாளர்/நிமிடம், } \lambda = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$$

$$\text{சராசரி சேவை விகிதம், } \mu = ?$$

$$\text{நிகழ்தகவு (காத்திருக்கும் நேரம் } \geq 12) = 1 - 0.9 = 0.10$$

$$\text{எனவே, } P(t \geq 12) = \int_{12}^{\infty} \rho \left( 1 - \frac{\mu}{\lambda} \right) e^{-(\mu-\lambda)\omega} d\omega = 0.10$$

$$= \frac{\lambda}{\mu} (\mu - \lambda) \left( \frac{e^{-(\mu-\lambda)\omega}}{-(\mu-\lambda)} \right)_{12}^{\infty} = 0.10$$

$$\frac{\lambda}{\mu} (e^{-12(\mu-\lambda)}) = 0.10$$

$$e^{(3-12\mu)} = 0.4\mu$$

$$\mu = 0.4023$$

$$\frac{1}{\mu} = 2.49$$

ஒரு சேவைக்கான நிமிடங்கள்,

உதாரணம் 12.3: ஒரு தொலைபேசி சாவடியில் உள்ள வருகை, ஒரு வருகை மற்றும் அடுத்த பாய்சான் இடையே ஒரு சராசரி நேரம் 10 நிமிடங்கள் வரை இருக்கும் என்று கருதப்படுகிறது. தொலைபேசி அழைப்பின் நீளம் மூன்று நிமிடங்களுடனான அடுக்குக்குறி (வீதம்) பரவலாக கருதப்படுகிறது.

- (i) சாவடி வந்து சேரும் நபர் காத்திருக்க வேண்டிய நிகழ்தகவு என்ன?
- (ii) அவ்வப்போது உருவாக்கப்பட்ட வரிசைகளின் சராசரி நீளம் என்ன?
- (iii) ஒரு வருகை தொலைபேசிக்கு குறைந்தபட்சம் மூன்று நிமிடங்கள் காத்திருக்க வேண்டியிருக்கும் என்று நம்புகையில்

குறிப்புகள்

தொலைபேசித் துறை இரண்டாவது சாவடிகளை நிறுவும். இரண்டாவது சாவடிகளை நியாயப்படுத்துவதற்காக வருவாயை எவ்வளவு அதிகரிக்க வேண்டும்?

குறிப்புகள்

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட,  $\lambda = 1/10, \mu = 1/3$

$$(i) \text{ நிகழ்தகவு } (W > 0) = 1 - P_0 = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1}{10} \times \frac{3}{1} = 3/10 = 0.3$$

$$(ii) \quad (L/L > 0) = \frac{\mu}{\mu - \lambda} = \frac{1/3}{1/3 - 1/10} = 1.43$$

$$(iii) \quad W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

இரண்டாவது சாவடியின் வருகை விகிதம்  $X'$

எனவே,  $W_q = 3, \mu = \frac{1}{3}, \lambda = \lambda'$  இரண்டாவது சாவடி,

$$3 = \frac{\lambda'}{\frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} - \lambda' \right)} \Rightarrow \lambda' = 0.16$$

எனவே, வருகை விகிதம் அதிகரிப்பு =  $0.16 - 0.10 = 0.06$  ஒரு நிமிடத்திற்கு வருகை.

உதாரணம் 12.4: உதாரணமாக 12.3, ஒரு தொலைபேசி சாவடியில் பாய்சன் வருகை 10 நிமிட இடைவெளியில் சராசரி மற்றும் அடுக்குத்தொடர் அழைப்பு நீளம் மூன்று நிமிடங்கள் சராசரியாக இருக்கும்.

- (i) தொலைபேசி விடுவிக்கப்படுவதற்கு முன் 10 நிமிடங்களுக்கும் அதிகமான வருகை காத்திருப்பதற்கான சாத்தியக்கூறு என்ன?
- (ii) தொலைபேசியில் காத்திருந்து, அவரது அழைப்பை முடிக்க மொத்தமாக 10 நிமிடங்களுக்கும் மேல் எடுக்கும் நிகழ்தகவு என்ன?
- (iii) தொலைபேசி பயன்பாட்டில் இருக்கும் ஒரு நாளின் பகுதியை மதிப்பீடு செய்யுங்கள்.
- (iv) அமைப்பில் சராசரி எண்ணிக்கையை கண்டறிக.

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட,  $\lambda = 0.1$  வருகை/நிமிடம்  
 $\mu = 0.33$  சேவை/நிமிடம்

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1/10}{1/3} = 0.3$$

$$(i) \text{ நிகழ்தகவு (காத்திருக்கும் நேரம் } \geq 10) = \int_{10}^{\infty} \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \lambda e^{-(\mu - \lambda)\omega} d\omega$$

வரிசையில் 10 நிமிடங்களுக்கும் மேலாக காத்திருக்கும் என்றால்

அமைப்பில்  $10 + \frac{1}{\mu} = 10 + 3 = 13$  நிமிடங்கள் காத்திருக்கும்.

எனவே, 
$$= -\frac{\lambda}{\mu} (e^{-(\mu-\lambda)\omega})_{13}^{\infty}$$

$$= 0.3e^{-2.99} = 0.015$$

(ii) நிகழ்தகவு (அமைப்பு  $\geq 10$  ல் காத்திருக்கும் காலம்)

$$= \int_{10}^{\infty} \rho(\mu - \lambda) e^{-(\mu-\lambda)\omega} d\omega$$

$$= \rho e^{-10(\mu-\lambda)} = 0.3e^{-2.3} = 0.03$$

(iii) தொலைபேசி பரபரப்பாக இருக்கும் ஒரு நாளின் பின்னம் = தீவிர போக்குவரத்து

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0.3$$

(iv) அமைப்பில் உள்ள சராசரி அலகுகளின் எண்ணிக்கை

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{10}} = 3/7 = 0.43 \approx 1$$

மாதிரி II [(M / M / 1): (N / FCFS)]

மாதிரி I இலிருந்து இந்த மாதிரி வேறுபடுகிறது, அமைப்பில் அதிகபட்சம் வாடிக்கையாளர்கள் N எண்ணிக்கையில் குறைவாக உள்ளனர். எனவே, மாதிரி I வேறுபாடு சமன்பாடுகள்  $n < N$  வரை இந்த மாதிரி செல்லுபடியாகும். வரவுகள் எந்த ஒரு வழக்கிலும் N னை விட மிகாது. இந்த மாதிரி பல்வேறு நடவடிக்கைகள் உள்ளன,

1.  $P_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}$  இப்போது  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} \left( \frac{\lambda}{\mu} > 1 \right)$  அனுமதிக்கப்படுகிறது.

2.  $P_n = \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} \rho^n$  n க்கு = 0, 1, 2, ... N

3.  $L_s = P_0 \sum_{n=0}^N n \rho^n$  4.  $L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu}$

5.  $W_s = L_s / \lambda$  6.  $W_q = L_q / \lambda$

குறிப்புகள்



குறிப்புகள்

எடுத்துக்காட்டு 12.5: ஒரு இரயில் பிரிப்பு முற்றத்தில், சரக்கு ரயில்கள் நாளொன்றுக்கு 30 ரயில்கள் வீதம் வந்து செல்கின்றன. இடைவருகை நேரம் ஒரு அடுக்குக்குறி பகிர்வு மற்றும் சேவை நேரம் என்று நினைத்து கொள்ளுங்கள். மேலும் 36 நிமிடங்களுடன் அதிவேகமானதாக கருதப்பட வேண்டும். கணக்கிடுக,

- (i) முற்றம் காலியாக இருக்க நிகழ்தகவு.
- (ii) சராசரி வரிசையின் நீளமானது புறத்தில் உள்ள ஒன்பது ரயில்களின் உயரம் என்று கருதுகிறது.

தீர்வு: மாதிரி II க்கு

கொடுக்கப்பட்ட, 
$$\lambda = \frac{30}{60 \times 24} = \frac{1}{48}, \mu = \frac{1}{36}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{36}{48} = 0.75$$

- (i) வரிசை காலியாக இருக்க நிகழ்தகவு,

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}, \text{ எங்கே } N = 9 \\ &= \frac{1-0.75}{1-(0.75)^{9+1}} = \frac{0.25}{0.94} = 0.266 \end{aligned}$$

- (ii) சராசரி வரிசை நீளம் வழங்கப்படுகிறது,

$$\begin{aligned} L_s &= \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} \sum_{n=0}^N n\rho^n \\ &= \frac{1-0.75}{1-(0.75)^{10}} \sum_{n=0}^9 n\rho^n \\ &= 0.266 \times 9.58 = 2.55 \text{ trains} \approx 3 \end{aligned}$$

(தோராயமாக)

உதாரணம் 12.6: ஒரு முடிவெட்டும் கடையில் 10 வாடிக்கையாளர்களுக்கு மட்டுமே இடமளிக்க இடம் உள்ளது. ஒரு நேரத்தில் ஒரே ஒரு நபர் மட்டுமே சேவை செய்ய முடியும். ஒரு வாடிக்கையாளர் கடைக்கு வந்தால் அதை முழுமையாகக் கண்டுபிடித்தால் அடுத்த கடைக்கு செல்கிறார். வாடிக்கையாளர்கள் சராசரியாக வீதம்  $\lambda = 10$  இல் தோராயமாக வருகிறார்கள். சராசரியாக  $1/\mu =$  வாடிக்கையாளர் ஒன்றுக்கு 5 நிமிடங்கள் எதிர்பாரை அதிவேகமானது.  $P_0$  மற்றும்  $P_n$  க்கு கண்டுபிடிக்கவும்.

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட,  $N = 10, \lambda = \frac{10}{60}, \mu = \frac{1}{5}$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{5}{6}$$

$$P_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{11}} = \frac{1-5/6}{1-(5/6)^{11}}$$

$$= \frac{0.1667}{0.8655} = 0.1926$$

$$P_n = \left( \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} \right) \rho^n$$

$$= (0.1926) \times \left( \frac{5}{6} \right)^n = 0.1926 \left( \frac{5}{6} \right)^n \quad [\because N = 10]$$

எடுத்துக்காட்டு 12.7: ஒரு கார் நிறுத்துமிடத்தில் 5 கார்கள் உள்ளன. கார்களின் வருகை ஒரு மணி நேரத்திற்கு 10 என்ற சராசரி வீதத்தில் உள்ளது. கார் நிறுத்துமிடத்தில் ஒவ்வொரு கார் செலவிடும் காலத்தின் நீளம் 0.5 மணி நேர என்பதன் அடுக்குத்தொடர் விநியோகம் ஆகும். கார் நிறுத்துமிடத்தில் சராசரியாக எத்தனை கார்கள் உள்ளன?

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட  $N = 5, \lambda = \frac{10}{60} = \mu = \frac{0.5}{60} = \frac{1}{2 \times 60} = \frac{1}{120}$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 20$$

$$P_0 = \left( \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} \right) = \frac{1-20}{1-20^6} = \frac{-19}{-63999999}$$

$$= 2.9692 \times 10^{-7}$$

$$L_s = P_0 \sum_{n=0}^N n \rho^n = (2.9692 \times 10^{-7}) \sum_{n=0}^5 n (20)^n$$

$$= 6.6587 \approx 7$$

#### 12.4 மான்டே கார்லோ உருவகப்படுத்துதல் பயன்படுத்தி புதிய தயாரிப்பு வெளியீட்டு சிக்கல்கள்

ஹேடின் நிறுவனம் காருக்கு அருகாமையில் இருக்கும் மகிழுந்தின் நெருக்கம் குறித்து எச்சரிக்கும் வகையில், புதிய கருவியை வாகனம் மூலம் அறிமுகப்படுத்த திட்டமிட்டுள்ளனர். தயாரிப்பை வளர்க்க இரண்டு வெவ்வேறு பொறியியல் உத்திகள் உள்ளன. இந்த, இரண்டு வெவ்வேறு நிகழ்தகவு வளர்ச்சி நேரம் பின்வருமாறு:

வளர்ச்சி நேரம் மாதங்களில்	உத்தி I	உத்தி II
6	0.21	0.42
9	0.38	0.35
12	0.41	0.23

உத்தி 1 6,00,000 முதலீடு தேவைப்படும், ₹7.5 ஒரு அலகு என மாறும் செலவு ஏற்படும். உத்தி 2 சம்பந்தப்பட்ட புள்ளிவிவரங்கள் ₹15,00,000 மற்றும்

குறிப்புகள்

₹6.75. தயாரிப்பு ₹10-க்கு விற்பனை செய்யும். விற்பனை அளவு வளர்ச்சி நேரத்தை பொறுத்தது, பின்வரும் நிகழ்தகவு பகிர்வு:

குறிப்புகள்

அலகு விற்பனை தொகுதி	வளர்ச்சி நேரம்		
	6	9	12
1,00,000	0.21	0.38	0.51
15,00,000	0.79	0.62	0.49

பின்வரும் சீரற்ற எண்களை எடுக்கும் ஒவ்வொரு பொறியியல் மூலோபாயத்திற்கும் புதிய தயாரிப்பை அறிமுகப்படுத்த 5 சோதனைகள் நடத்தவும்: 49, 67, 06, 30 மற்றும் 95 ஆகிய இரண்டிற்கும் மூலோபாயம் I மற்றும் 01, 10, 70, 80 மற்றும் 66 ஆகிய இரண்டிற்கான மூலோபாயம் இரண்டாம் வளர்ச்சி தொகுதி விற்பனை அளவு ஆகியவற்றில் உள்ளது.

முதலில் நாம் ஒட்டுமொத்த நிகழ்தகவு விநியோகம் மற்றும் சீரற்ற எண் வரம்பை உருவாக்க வேண்டும். வளர்ச்சி நேர உத்தி வாரியாக, இரு உத்திகள் குறித்து.

வளர்ச்சி நேரம்	உத்தி I			உத்தி II		
	P	Cu.P	வ எண்	P	Cu.P	வ எண்
6	0.21	0.21	00-20	0.42	0.42	00-41
9	0.38	0.59	21-58	0.35	0.77	42-86
12	0.41	1.00	59-99	0.23	1.00	77-99

அதே போல், ஒட்டுமொத்த வாய்ப்பு மற்றும் விற்பனை தொகுதி சீரற்ற எண் வீச்சு தேவை வரிசை கோட்பாடு. இதையே கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

விற்பனை தொகுதி	வளர்ச்சி நேரம்								
	6 மாதங்கள்			9 மாதங்கள்			12 மாதங்கள்		
	P	Cu.P	R Nos	P	Cu.P	R Nos	P	Cu.P	R Nos
10,00,000	0.21	0.21	00-20	0.38	0.38	00-37	0.51	0.51	00-50
15,00,000	0.79	1.00	21-99	0.62	1.00	38-99	0.49	1.00	51-99

இப்போது உருவகப்படுத்துதல் இயங்க வேண்டும். நாம் கொடுக்கப்படாவிட்டால், அட்டவணையில் இருந்து R. எண்ணைப் படிக்க வேண்டும். ஆனால், உத்தி ரீதியில் நாம் சீரற்ற எண்களைக் கொடுக்கிறோம். எனவே, நாம் அவற்றை எடுத்துக்கொள்கிறோம்.

உத்தி 1: R.எண்கள் 49, 67, 06, 30 மற்றும் 95 கொடுக்கப்பட்ட நேரம் மற்றும் தொடர்புடைய விற்பனை தொகுதி வருமாறு:

வ எண்	வளர்ச்சி நேரம்	விற்பனை தொகுதி
49	9	15,00,000
67	12	15,00,000
06	6	10,00,000

30	9	10,00,000
95	12	15,00,000

இதேபோல் உத்தி II க்கு, உருவகப்படுத்தப்பட்ட அபிவிருத்தி நேரத்தையும், அதனுடன் தொடர்புடைய விற்பனை அளவுகளையும் வ எண் வழங்கலாம்.

உத்தி II: R. எண்கள் 01, 10, 70, 80 மற்றும் 66.

வ எண்	வளர்ச்சி நேரம்	விற்பனை தொகுதி
01	6	10,00,000
10	6	15,00,000
70	9	15,00,000
80	12	10,00,000
66	9	15,00,000

இப்போது இரண்டு உத்திகளின் மதிப்பு கொண்டு மதிப்பீடு செய்யலாம். பின்வரும் அடைவு பயன்படுத்தப்படுகிறது.

$$\text{மதிப்பு} = [(\text{விற்பனை விலை} - \text{மாறும் செலவு}) \times \text{தொகுதி}] / \text{முதலீடு}$$

செயல்திறன் நடவடிக்கைகளுக்கு ஏற்ப, சராசரி குறியீட்டின் எண்ணிக்கையை எடுத்துக் கொள்ளலாம்

உத்தி I

$$\text{விற்பனை விலை} - \text{மாறும் செலவு} = ₹10 - 7.5 = ₹2.5.$$

$$\text{முதலீடு} = ₹6,00,000$$

தொகுதி ஓட்டத்திற்கு ஓட்டம் மாறுபடுகிறது. ஆகையால் மதிப்பும் ஓட்டத்திற்கு ஓட்டம் மாறுபடுகிறது

$$\text{ஓட்டம் மதிப்பு 1} = (2.5 \times 15,00,000) / 6,00,000 = 6.25$$

$$\text{ஓட்டம் 2} = (2.5 \times 15,00,000) / 6,00,000 = 6.25$$

$$\text{ஓட்டம் 3} = (2.5 \times 10,00,000) / 6,00,000 = 4.16$$

$$\text{ஓட்டம் 4} = (2.5 \times 10,00,000) / 6,00,000 = 4.17$$

$$\text{ஓட்டம் 5} = (2.5 \times 15,00,000) / 6,00,000 = 6.25$$

$$\text{மொத்தம்} = 27.08$$

$$\text{சராசரி} = 5.416$$

உத்தி II

$$\text{விற்பனை விலை} - \text{மாறும் செலவு} = ₹10 - 6.75 = ₹3.25$$

$$\text{முதலீடு} = ₹15,00,000$$

ஓட்டம் வரை தொகுதி மாறுபடும்.

$$\text{மதிப்பு ஓட்டம் 1} = (3.75 \times 10,00,000) / 15,00,000 = 2.5$$

$$\text{ஓட்டம் 2} = (3.75 \times 10,00,000) / 15,00,000 = 2.5$$

$$\text{ஓட்டம் 3} = (3.75 \times 15,00,000) / 15,00,000 = 3.75$$

குறிப்புகள்

$$\text{ஓட்டம் 4} = (3.75 \times 15,00,000) / 15,00,000 = 3.75$$

$$\text{ஓட்டம் 5} = (3.75 \times 15,00,000) / 15,00,000 = 3.75$$

$$\text{மொத்தம்} = 16.25$$

$$\text{சராசரி} = 3.25$$

குறிப்புகள்

உத்தி I உத்தி II விட தகுதியானது

எடுத்துக்காட்டு 12.8: ஒரு வர்த்தகர் பின்வரும் நிகழ்தகவு ரசீதுகள் மற்றும் மாதாந்திர ரொக்க செலவுகளை கொண்டுள்ளார்.

வரவுகள் (₹ லட்சம்) :	15	16	17	18	19	20
நிகழ்தகவு :	0.30	0.25	0.15	0.15	0.10	0.05
செலவுகள் (₹ லட்சம்):	13	14	15	16	17	18
நிகழ்தகவு :	0.15	0.20	0.25	0.20	0.15	0.05

வியாபாரியிடம் ₹2 லட்சம் திறப்பு நிலுவை உள்ளது. அடுத்த வாய்ப்பில் சரி செய்யப்பட வேண்டிய மேல்வரைப்பற்று வசதியை வைத்துக்கொள்வோம். ஆண்டு காலத்தில் குறைந்த அளவு, அதிகபட்ச நிலை மற்றும் ரொக்க இறுதி நிலையை கண்டறிக.

தீர்வு:

படிமுறை 1: மாதாந்திர புள்ளிவிவரங்கள் வழங்கப்பட்டு, வருடாந்திர நிலைப்பாடு, குறைந்தபட்சம் 12 ஓட்டம் எடுக்கப்பட வேண்டும். இந்த 12 ஓட்டம், பதிவு எண் பெறுதல் செலுத்துதலுக்கான ஜோடிகளாக இருக்கலாம்: 15:48, 20:98, 73:06, 60:45, 44:15, 18:19, 58:15, 61:67, 18:90, 00:58, 32:68 மற்றும் 65:73.

படிமுறை 2: திரண்ட நிகழ்தகவு மற்றும் பதிவு எண் ஒப்படைப்பு

பெறுதல்				செலுத்துதல்			
மதிப்பு	P	Cu.P	பதிவு எண்	மதிப்பு	P	Cu.P	வ எண்
15	0.30	0.30	00-29	13	0.15	0.15	00-14
16	0.25	0.55	30-54	14	0.20	0.35	15-34
17	0.15	0.70	55-69	15	0.25	0.60	35-39
18	0.15	0.85	70-84	16	0.20	0.80	60-79
19	0.10	0.95	85-94	17	0.15	0.95	80-94
20	0.05	1.00	95-99	18	0.05	1.00	95-99

இப்போது உருவகப்படுத்துதல் ஓட்டங்கள் பின்வருமாறு:

மாதம்	வ. எண். பெறுதல்	தொடர்புடைய பெறுதல்	பெறுதல் மற்றும் முந்தைய மூடல்	வ. எண். செலுத்துதல்	செலுத்துதல்	இறுதி இருப்பு	மேல் வரைப்பற்று
1	15	15	15 + 2 = 17	48	15	17-15= 2	0
2	20	15	15 + 2 = 17	98	98	0	1
3	73	18	18 + 0 = 18	06	13+1	18-14-4	0

4	60	17	$17 + 4 = 21$	45	15	$21 - 15 = 6$	0
5	44	16	$16 + 6 = 22$	15	14	$22 - 14 = 8$	0
6	18	15	$15 + 8 = 23$	19	14	$23 - 14 = 9$	0
7	58	17	$17 + 9 = 26$	15	14	$26 - 14 = 12$	0
8	61	17	$17 + 12 = 29$	67	16	$29 - 16 = 13$	0
9	18	15	$15 + 13 = 28$	90	17	$28 - 17 = 11$	0
10	00	15	$15 + 11 = 26$	58	15	$26 - 15 = 11$	0
11	32	16	$16 + 11 = 27$	68	16	$27 - 16 = 11$	0
12	65	17	$17 + 11 = 28$	73	16	$28 - 16 = 12$	0

குறிப்புகள்

ஆண்டு இறுதியில், ₹12 லட்சம் ரூபாய் ரொக்க இருப்பு உள்ளது. 8 வது மாதத்தின்போது ₹13 லட்சம் கையில் உள்ளது. ₹1 இலட்சம் வரை 2 வது மாதத்தில் மிகக் குறைவான புள்ளி. அடுத்த மாதத்தில் மேல்வரைப்பற்று திரும்பப் பெறுகிறது.

உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறிக

1. வரிசை வரையறு.
2. வரிசை கட்டுப்பாடு FCFS என்றால் என்ன?
3. SIRO என்றால் என்ன?
4. ஏமாற்றும் முயற்சிகள் என்றால் என்ன?

12.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்

1. சேவைக்காக காத்திருக்கும் வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை வரிசை. இது பணியாற்றும் நபர்களையோ வாடிக்கையாளர்களையோ சேர்க்காது.
2. FCFS வரிசைமுறை ஒழுங்குபடுத்தலில், அவர்களின் வருகைக்கு ஏற்ப ஒரு நபர் வழங்கப்படுகிறார். முதலில் வருபவர்கள் முதலில் பணியாற்றப்படுவார்கள்.
3. SIRO என்பது வாடிக்கையாளர்களின் வருகையைத் தவிர்த்து சீரற்ற வரிசையில் சேவையை அளிக்கிறது.
4. வாடிக்கையாளரால் காட்டப்படும் ஒரு வகை நடத்தை, ஏமாற்றுதல். அவர் ஒரு வரிசையில் இருந்து வேறொருவரை நகர்த்தும்போது விரைவான சேவையை எதிர்பார்க்கிறார்கள்.

12.6 சுருக்கம்

- வரிசையில் காத்திருக்கும்போது வாடிக்கையாளர்கள் எவ்வாறு சேவையை வழங்கியுள்ளார்கள் என்பதை ஒழுங்குபடுத்துதல். ஒரு வரிசை உருவாகும்போது மற்றும் குறிப்பிட்ட சேவை ஒளியலை வாடிக்கையாளர்கள் சில வரிசையாக வழங்குவார்கள்: FCFS அல்லது FIFO, LIFO அல்லது LCFS, SIRO மற்றும் முன்னுரிமை வரிசை.

குறிப்புகள்

- FCFS அல்லது LIFO இல், வாடிக்கையாளர்கள் வருகையைப் பொறுத்து வழங்கப்படுவார்கள். முதலில் வந்தவர்கள் முதலில் கலந்துகொள்கிறார்கள். LIFO வேறுபட்ட ஒரு வடிவத்தை பின்பற்றுகிறது மற்றும் கடைசியாக வருபவர் முதலில் பணியாற்றப்படுகிறார். இந்த ஒழுங்குமுறை வேலைவாய்ப்பில் காணப்படுகிறது. கடைசியாக வரும் பணியாளர் முதலில் செல்ல வேண்டும்.
- SIRO ஒரு வரிசை கட்டுப்பாடு சேவை ஒழுங்கற்ற வரிசையில் வழங்கப்படுகிறது. எங்கே சேவை சீரற்ற நிலையில் வழங்கப்படுகிறதோ, முன்னுரிமை வரிசையில் வாடிக்கையாளர்கள் தங்கள் பதவி மற்றும் நிலை அல்லது மதிப்பு ஆகியவற்றைப் பொறுத்து சில முன்னுரிமைகளை வழங்குவதற்கு ஒரு வரிசையில் உள்ள கட்டுப்பாடுமுறையை குறிப்பிடுகின்றனர். வருகை இந்த கட்டுப்பாட்டை பொறுத்து செயலில் இல்லை.
- வர்த்தக தீவிரம் என்பது சராசரி வீத வரம்பின் விகிதமாகும். வர்த்தக தீவிரத்தின் அலகு எர்லாங் ஆகும். வரிசையாக்க முறை, வருவாய் விகிதம், வாடிக்கையாளர்களுக்கு வழங்கப்படும் சேவைகள், சேவைகளுக்கான ஒளியல் மற்றும் வரிசையாக்க ஒழுங்குமுறை ஆகியவற்றைப் பொறுத்து நிகழ்தகவை விவரிக்கும் கணித மாதிரிகள் என வரிசைப்படுத்தும் அமைப்புகள் குறிப்பிடுகின்றன.
- ஒரு வரிசை முறை அடிப்படையில் நான்கு கூறுகள் உள்ளன. இவை, வாடிக்கையாளர்களுக்கு வருகை தரும் முறை, சேவையகங்களின் எண்ணிக்கை, வாடிக்கையாளர் சேவை மற்றும் வாடிக்கையாளர் நடத்தை ஆகியவற்றைப் பின்பற்றுவதற்காக வரிசை ஒழுங்குமுறை போன்ற சேவை முறை பின்பற்றப்படுகிறது.
- வருகை முறை ஒரு கால இடைவெளியில் வரும் வாடிக்கையாளர்களின் நிகழ்தகவு ஆகும். இது சேவை மாதிரி வழிகளைப் பற்றி சொல்கிறது மற்றும் சேவைகளை வழங்க வழிவகை செய்கிறது. வாடிக்கையாளர்களுக்கான சேவைகளை சேமிக்கும் சேவை ஒளியல் எண்ணிக்கை பற்றியும் இது தெரிவிக்கிறது. வாடிக்கையாளர்களுக்கு வழங்கப்படும் வரிசையைப் பற்றி வரிசை ஒழுங்குமுறை கூறுகிறது.
- வரிசையாக்க முறையின் மிக முக்கியமான அம்சம் வாடிக்கையாளர் நடத்தைகள் ஆகும். சில வாடிக்கையாளர்கள் வரிசையை விட்டு வெளியேறுகிறார்கள். மேலும், மிக அதிகமான காலம் காத்திருக்க வேண்டி உள்ளது.
- வரிசையில் சில நேரங்களில் நிற்கும் வாடிக்கையாளர்கள் வரிசையில் மேலும் காத்திருக்க கடினமாக இருப்பதைக் கண்டறிந்து, வரிசைப்படுத்துவதை (பின்வாங்குதல்) கண்டுபிடித்துள்ளனர்.
- சில நேரங்களில், ஏமாற்றும் முயற்சிகள் என்றழைக்கப்படும் பல சேவை ஒளியலைகள் உள்ளன. அப்போது வாடிக்கையாளர்கள் மற்றொரு காத்திருப்பு வரிசையில் இருந்து நகர்த்து செல்கிறார்கள் என்று கண்டறியப்பட்டுள்ளது. விரைவான சேவையைப் பெறும் நம்பிக்கையில் மக்கள் ஒரு வரிசையில் இருந்து மற்றொரு இடத்திற்குச் செல்வதற்கு முயல்கிறார்கள். இதை ஒரு பல்பொருள் அங்காடியில் காணலாம்.

- ஒரு வரிசை முறை, நிலையற்ற நிலையில், நேரம் சார்ந்து இயக்க செயல்படும் பண்புகள் ஆகும். இந்த முறைமை நடத்தை நேரம் சார்ந்து இல்லை என்றால், அது நிலையான நிலையில் இருப்பதாக கூறப்படுகிறது.  $N$  வாடிக்கையாளர்கள் ஒரு நிகழ்தகவில் இருந்தால் அது ஒரு நேர  $t$  சார்பு அமைப்பு  $P_n$  மூலம் குறிக்கப்படுகிறது. மற்றும்  $(t)$  நேரத்திற்குள்ளேயே சுயாதீனமான  $P_n$  என குறிப்பிடப்படுகிறது.
- கணித மாதிரி I  $[(M / M/1): (\infty / FCFS)]$  வருகையை குறிக்கிறது. அதிவேக நேர இடைவெளி, புறப்பாடு (சேவையைப் பெற்ற பிறகு), ஒற்றை சேவையகம், எல்லையற்ற திறன் மற்றும் FCFS வரிசை ஒழுங்குமுறையை காட்டுகிறது.
- மாதிரி II இல்  $[(M / M / 1): (N / FCFS)]$  திறன் தவிர எல்லாமே ஒரேமாதிரியாகும். இந்த மாதிரியில் திறன் வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

குறிப்புகள்

## 12.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்

- வருகை அலகு: சேவையைப் பெறும் தொகுதி வருகைத் தொகுதி என அழைக்கப்படுகிறது. வருகை அலகு ஒரு நபர், ஒரு இயந்திரம், ஒரு வாகனம் முதலியன எடுத்து வருகிறது இவையெல்லாம் சில வகையான சேவை ஆகும்.
- சராசரி சேவை விகிதம்: ஒரு வாடிக்கையாளரை சந்திக்கும் சேவை நேரம் ஒரு எதிர்மறை அடுக்குக்குறி (வீதம்) பரவல் ஆகும். அவை பின்வருமாறு, குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கையால் சராசரி சேவை விகிதம் என வழங்கப்படுகிறது மற்றும்  $\mu$  என குறிக்கப்படுகிறது.
- மாதிரி I  $[(M/M/1):(\infty/FCFS)]$ : இது பாய்ஸன் வருகை (அடுக்குக்குறி பரவல்), (வருடாந்த சேவை நேரம்), ஒற்றை சேவையகம், முடிவற்ற திறன் மற்றும் முதல் வருகைக்கு முதல் சேவை அல்லது சேவை கட்டுப்பாடு.

## 12.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்

### குறு விடை வினாக்கள்

1. எப்படி வரிசை உருவாகிறது?
2. வருகையைப் பற்றி எழுதுக
3. சராசரி சேவை வீதத்தால் என்ன புரிந்துகொள்ளப்படுகிறது?
4. போக்குவரத்து தீவிரம் என்றால் என்ன?
5. குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி ஒரு வரிசை வடிவம் எவ்வாறு குறிக்கப்படுகிறது?



குறிப்புகள்

1. மக்கள் ஒரு மணி நேரத்திற்கு 25 வருகை வீதம் பாய்ஸனின் திரையரங்கு சீட்டு மையத்திற்கு வருகிறார்கள். சேவை நேரம் இரண்டு நிமிடங்கள். கணக்கிட,
  - (i) காத்திருக்கும் வரியில் சராசரி எண்ணிக்கை.
  - (ii) சராசரி காத்திருக்கும் நேரம்.
  - (iii) பயன்பாட்டுக் காரணி
2. ஒரு மனிதன் முடிதிருத்தும் கடையில், வாடிக்கையாளர்கள் பாய்ஸன் படி வருகிறார்கள். சராசரி முடி வெட்டும் நேரம் 5 மணிநேரம் மற்றும் ஒருவருக்கு முடி வெட்டல் நேரம் 10 நிமிடங்கள் ஆகியவற்றுடன் விநியோகம் அடுக்குக்குறி (வீதம்) பரவலாக்கப்பட்டது. அது அவரது சிறந்த நற்பெயரின் காரணமாக, வாடிக்கையாளர்கள் எப்போதும் காத்திருக்க தயாராக இருப்பதாகக் கருதப்படுகிறது. பின்வருவனவற்றை கணக்கிட
  - (i) முடி வெட்டுவதற்கு, கடையில் வாடிக்கையாளர்களின் சராசரி எண்ணிக்கை மற்றும் காத்திருக்கும் வாடிக்கையாளர்களின் சராசரி எண்ணிக்கை கணக்கிடவும்.
  - (ii) ஒரு சதவீத நேரம், ஒரு வருகையை காத்திருக்க வைக்காமல் சரியாக நடக்க முடியும்.
  - (iii) முடிதிருத்தும் நாற்காலி கிடைப்பதற்கு முன் காத்திருக்க வேண்டிய வாடிக்கையாளர்களின் சதவீதம்.
3. மகிழுந்துகள்  $1/2$  நிமிடங்களுடனான விரிவான உள்-வருகை நேரம் கொண்ட ஒரு கல்லெண்ணெய் வாங்கும் குழாய் நிறுவனத்திற்கு வருகின்றது. கல்லெண்ணெய் வழங்குவதற்கு சராசரியாக  $1/5$  நிமிடம் மகிழுந்தில் இருக்கிறார். மற்றும் சேவை நேரம் அடுக்குக்குறி (வீதம்) பரவலாக்கப்படுகிறது. தீர்மானிக்க,
  - (i) சேவை பெற காத்திருக்கும் மகிழுந்துகளின் சராசரி எண்ணிக்கை
  - (ii) வரிசையில் சராசரி மகிழுந்துகளின் எண்ணிக்கை.
  - (iii) நேரத்தின் விகிதம், இதில் குழாய் செய்யும் முறை தனித்து இருக்கும்.
4. ஒரு சேவை மையத்திற்கு சராசரி வருகை வீதம் 1 மணி நேரத்திற்கு 3 ஆகும். சராசரி சேவை நேரம் ஒரு சேவைக்கு 10 நிமிடங்கள் என கண்டறியப்பட்டுள்ளது. பாய்ஸன் வருகை மற்றும் அடுக்குக்குறி (வீதம்) சேவை நேரம். கண்டுபிடிக்கவும்,
  - (i) இந்த சேவை வசதிக்கு பயன்பாடு காரணி.
  - (ii) அமைப்பில் இரண்டு அலகுகளின் நிகழ்தகவு.
  - (iii) அமைப்பில் எதிர்பார்க்கப்படும் அலகுகளின் எண்ணிக்கை.
  - (iv) ஒரு வாடிக்கையாளர் அமைப்பில் செலவிட வேண்டும் என்று

---

## 12.9 மேலும் படிக்க

---

- தாஹா, H.A. 2006. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி: ஒரு அறிமுகம், 8வது பதிப்பு. புதுடில்லி: ப்ரிண்ட்ஸ்-ஹால் இந்தியா.
- ஜென்சன், பவுல் A., மற்றும் ஜொனாதன் F. பார்ட் 2003. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி மாதிரிகள் மற்றும் முறைகள். நியூயார்க்: ஜான் வில்லி & மகன்கள்.
- குப்தா, P.K., மற்றும் D.S. ஹிரா. 2002. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி அறிமுகம். புதுடில்லி: S. சந்த் & கோ.
- கோத்தாரி, C.R. 1982. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி ஒரு அறிமுகம். புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.
- கலாவதி, S, 2013. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி, 4வது பதிப்பு. புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

குறிப்புகள்

## அலகு 13 தீர்வு ஆய்வு

### அமைப்பு

- 13.0 அறிமுகம்
- 13.1 நோக்கங்கள்
- 13.2 முடிவு பகுப்பாய்வு: கருத்து மற்றும் வரையறை
  - 13.2.1 தீர்வு காணும் செயல்முறை
- 13.3 ஊதியம் மற்றும் இழப்பு அட்டவணை தயார் செய்தல்
- 13.4 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 13.5 சுருக்கம்
- 13.6 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 13.7 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 13.8 மேலும் படிக்க

### குறிப்புகள்

### 13.0 அறிமுகம்

ஒரு மேலாளரால் எடுக்கப்பட்ட முடிவு ஒரு வியாபாரத்தின் மீது பெரும் விளைவுகளை ஏற்படுத்தும். முடிவுகள் இரண்டு வகைப்படும்: தந்திரமான மற்றும் உத்திகள். தந்திரமான முடிவுகள் குறுகிய காலத்திற்கு வியாபாரத்தை பாதிக்கின்றன, அதேசமயத்தில் உத்திகளின் முடிவுகள் மிக நீண்ட விளைவுகளை கொண்டிருக்கின்றன. சரியான முடிவை எடுப்பதற்கு, நிர்வாகிகள் ஒட்டுமொத்தமாக வியாபாரத்தை பாதிக்கும் காரணிகளை பகுப்பாய்வு செய்ய புள்ளியியல் முறைகளைப் பயன்படுத்துகின்றனர். தீர்மானகரமான மற்றும் நிகழ்தகவு முடிவு மாதிரிகள் பற்றி நீங்கள் அறிந்துக் கொள்ள முடியும். முன்கூட்டியே கணிசமான மாதிரிகள் கொண்ட முடிவுகளை எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும், சில விதிமுறை அல்லது நிபந்தனைகளுக்குப் பின்னால் இருக்க வேண்டும். ஒரு முடிவெடுக்கும் செயல்முறை EMV (எதிர்பார்த்த பண மதிப்பீடு) மற்றும் EOL (எதிர்பார்க்கப்பட்ட வாய்ப்பு இழப்பு) அபாயத்தை உள்ளடக்கிய நிச்சயமற்ற சூழ்நிலைகளுக்கான அளவுகோல்களை ஏற்றுக்கொள்கிறது.

### 13.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகை நீங்கள் படித்து முடித்த பின்பு உங்களால்,

- முடிவு பகுப்பாய்வு கருத்து மற்றும் வரையறைகளை விவரிக்க முடியும்.
- பணம் செலுத்துதல் மற்றும் இழப்பு அட்டவணைகள் பற்றி விவாதிக்க முடியும்.
- முடிவெடுக்கும் செயல்முறையை விளக்க முடியும்.
- ஊதியம் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பை ஆராய முடியும்.

### 13.2 முடிவு பகுப்பாய்வு: கருத்து மற்றும் வரையறை

குறிப்புகள்

முடிவு எடுத்தல் என்பது வாழ்க்கையில் ஒரு அன்றாட நிகழ்முறை. இது ஒரு மேலாளரின் முக்கிய பங்காகும். ஒரு மேலாளரால் எடுக்கப்பட்ட முடிவானது வணிகத்தின் மீது மிகுந்த தாக்கத்தை ஏற்படுத்தியுள்ளது. சரியான முடிவுகளை நன்றடத்தை விளைவிக்கும் மற்றும் தவறான ஒரு பேரழிவு நிரூபிக்க கூடும்.

முடிவுகள் திட்டமிட்ட முடிவு, செயல்திட்ட முடிவு என இரண்டு வகைகளாகப் பிரிக்கலாம். திட்டமிட்ட முடிவுகள் குறுகிய காலத்தில் தொழிலை பாதிக்கும். செயல்திட்டங்களின் முடிவுகள் என்பவை வணிகத்தின் போக்கில் அதிகமான விளைவுகளை அடைந்துள்ளன.

இந்த நாட்களில், ஒவ்வொரு அமைப்பிலும் பெரிய அல்லது சிறியதாக இருந்தாலும், உயர் நிர்வாகத்தில் உள்ள நபர் ஒரு சில முடிவை எடுப்பது அவசியம், ஏனெனில் அவரது கட்டுப்பாட்டுக்கு தாண்டிய சில நிகழ்வுகள் அவரது முடிவுகள் அவருக்கு வருத்தமடையச் செய்யலாம். இந்த துருதிருஷ்டவசமான சம்பவங்கள் நடக்கிறதா இல்லையா என்பது நிச்சயமற்றது. இத்தகைய சூழ்நிலைகளில், புள்ளிவிவர முறைகள் பயன்படுத்துவதன் மூலம் சிறந்த முடிவை எடுக்க முடியும். இந்த முறைகள், ஒரு குறிப்பிட்ட பிரச்சனைக்கு அவர் எடுத்த முடிவை வருத்தப்படக் கூடிய அளவுக்கு குறைக்க முயற்சி செய்கின்றன.

முடிவெடுக்கும் செயல் மனித உழைப்பின் மிக உயர்ந்த நடவடிக்கையில் ஒன்றாகும்.

ஆய்வின் கீழ் உள்ள பிரச்சினை பின்வரும் அம்சங்களின் அடிப்படையில் ஒரு மாதிரியை குறிப்பிடலாம்:

- (i) முடிவு எடுப்பவர். தீர்மானம்- முடிவெடுக்கும் பொறுப்பை இந்த முடிவெடுப்பவரே பொறுப்பேற்கிறார் அதாவது, சாத்தியமான சில தொகுப்புகளில் இருந்து ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.
- (ii) சட்டங்கள். செயல்கள் முடிவெடுக்கும் தயாரிப்பாளர்களுக்கு கிடைக்கக்கூடிய செயல்திட்டங்களின் மாற்றீட்டுகள் ஆகும். இந்த முடிவை இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாற்றீட்டுகள் நடவடிக்கைகளுக்கு இடையே தேர்வு செய்ய வேண்டும். ஒரு நோக்கம் அடைவதற்கு இந்த மாற்றீட்டை சிறந்ததாக்குவதுதான் பிரச்சினையாக உள்ளது.
- (iii) நிகழ்வு. நிகழ்வுகள் என்பது நோக்கங்கள் குறித்த சாதனையை பாதிக்கும் நிகழ்வாகும். இந்த நிலைகள் இயற்கை அல்லது விளைவுகள் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன. இந்த நிகழ்வுகள் ஒன்றை ஒன்று விலக்கும் மற்றும் முழுமையான விளைவுகளின் தொகுப்பாகும், இது முடிவெடுத்த சூழலின் சாத்தியமான நடத்தையை விவரிக்கின்றன. முடிவு எடுப்பவருக்கு எந்த முடிவை எடுக்க முடியும் எந்த முடிவையும் எடுக்க முடியாது, மேலும் ஒவ்வொன்றின் சந்தர்ப்ப சூழ்நிலையிலும் உள்ளார்ந்த நிகழ்க்கூடியவையை மட்டுமே இணைக்க முடியும்.
- (iv) ஊதிய பட்டியல். ஒரு ஊதிய பட்டியல் ஒரு பொருளாதாரத்தின் பிரச்சினையை பிரதிபலிக்கிறது, அதாவது வருவாய் மற்றும் ஒரு

குறிப்பிட்ட விளைவின் நடவடிக்கை தொடர்புடைய செலவுகள். இது கொடுக்கப்பட்ட நிலைமையின் கீழ் இலாபம் அல்லது செலவுகளை ஏற்படுத்தும் ஒரு அறிக்கை ஆகும். ஒரு குறிப்பிட்ட தன்மை கொண்ட ஒரு குறிப்பிட்ட உத்தியின் முடிவை எடுப்பவர் ஏற்றுக்கொள்வதாக, இந்த ஊதிய அளவு வடிவத்தின் விளைவு என்று கூறலாம்.

குறிப்புகள்

- (v) வாய்ப்பு இழப்பு அட்டவணை. ஒரு வாய்ப்பு இழப்பு என்பது சிறந்த சாத்தியமான நடவடிக்கை எடுக்க தவறினால் ஏற்படும் இழப்பு ஆகும். இயல்பாக ஏற்படும் ஒவ்வொரு நிலைக்கும் வாய்ப்பு இழப்புகள் கணக்கிடப்படுகிறது. இயல்பாக ஒரு குறிப்பிட்ட நிலைமையின் காரணமாக, சிறந்த செயலை நாம் தீர்மானிக்க முடியும். ஒரு குறிப்பிட்ட இயல்பு நிலை ஒரு செயலுக்கான வாய்ப்பு இழப்பு என்பது அந்தச் செயலுக்கான ஊதியம் மற்றும் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட சிறந்த செயலின் ஊதியம் ஆகியவற்றிற்கும் உள்ள வேறுபாடு ஆகும்.

எந்தவொரு முடிவெடுக்கும் பிரச்சனையிலும், முடிவெடுக்கும் செயல்முறை, மாற்று விளைபொருளான செயல்முறையிலிருந்து தேர்வு செய்யப்பட வேண்டும், மேலும் அது சிறந்த விளைவை அளிக்கிறது. ஒவ்வொரு தேர்வின் விளைவுகளும் உறுதியுடன் இருந்தால், முடிவெடுப்பவர் எளிதாக முடிவுகளை எடுக்க முடியும். ஆனால், உண்மையான வாழ்க்கை பிரச்சனைகளில், முடிவு-எடுப்பவரால், நிச்சயமற்ற சூழ்நிலைகளை சமாளிக்க முடிவெடுக்க வேண்டும்.

### 13.2.1 முடிவு எடுக்கும் செயல்முறை

#### உறுதியின் கீழ் முடிவு எடுத்தல்.

இந்த வழக்கில், முடிவெடுக்கும் ஒவ்வொரு மாற்று அல்லது முடிவுத் தேர்வின் விளைவுகளையும் உறுதியாகக் கொண்டுள்ளது. இயற்கையின் ஒரு நிலை மட்டுமே அவரது நோக்கத்திற்காக தொடர்புடையது என்று முடிவெடுப்பவர் கருதுகிறார். இந்த இயல்பான தன்மையை காண, தோற்றம் மற்றும் அதன் நிகழ்வு போன்ற முழுமையான அறிவை எடுத்துக்கொள்கிறார்.

#### உறுதியற்றதன் கீழ் முடிவு எடுத்தல்.

முடிவு எடுப்பவர் இயல்பான பல நிலைமைகளை எதிர்கொள்ளும் போது, அவர் இயல்பாக இந்த நிலைமைகளில் ஏற்படும் நிகழ்தகவுக்கான மதிப்புகள் வர முடியாது என்பதால், பிரச்சனை என்பது உறுதியற்ற நிலையில் முடிவெடுக்கும் சிக்கல் ஆகும். ஒரு புதிய தயாரிப்பு சந்தையில் அறிமுகமாகும் போது அல்லது புதிய ஆலை அமைக்கப்படும் போது இத்தகைய சூழ்நிலைகள் எழுகின்றன. வணிகத்தில், இயல்பாக பல சிக்கல்கள் உள்ளன. இங்கு, முடிவெடுக்கும் ஆளுமையை பெரும்பாலும் முடிவு செய்யும் தயாரிப்பாளர்களின் ஆளுமை சார்ந்துள்ளது.

உறுதியற்ற சூழல்களில் முடிவெடுக்கும் கருவிக்கு பின்வரும் வழிமுறைகள் உள்ளன:

குறிப்புகள்

(i) அதிகபட்ச அளவுகோல்: அதிகபட்சம் என்ற வார்த்தை, அதிகபட்ச சொற்றொடர் ஆகும். ஒரு சாகசமான மற்றும் ஆக்கிரமிப்பு முடிவு தயாரிப்பாளரின் அதிகபட்ச ஊதியம் விளைவிக்கும் விளைவை ஏற்படுத்தும் செயலை தேர்வு செய்யலாம். ஒவ்வொரு நடவடிக்கைக்கும் கீழ்க்கண்ட முடிவெடுக்கப்பட்ட அதிகக்குறைந்தபட்ச அணிகளில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளபடி பின்வருமாறு, பண்புகளின் மூன்று நிலைகளின் மூன்று சாத்தியமான ஊதியங்கள் உள்ளன:

பண்புகளின் நிலை	முடிவுகள்		
	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$S_1$	220	180	100
$S_2$	160	190	180
$S_3$	140	170	200

ஒவ்வொரு முடிவின் கீழும் அதிகபட்சம் (220, 190, 200). இந்த மூன்றின் அதிகபட்சம் 220 ஆகும். இதன் விளைவாக, அதிகபட்ச அளவுகோல் படி, ஏற்கப்படும் முடிவு  $A_1$  ஆகும்.

(ii) குறைந்தஅதிகபட்ச அளவுகோல்: குறைந்தபட்சம் அதிகபட்சத்தின் எதிரொலியாகும். குறைந்தபட்ச அளவுகோலைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் இழப்புகளுக்கு பதிலாக லாபங்களை பெறலாம். இழப்புகள் ஒவ்வொரு மாற்று நடவடிக்கைகளுக்கும் பண்பு நிலைகளுக்கும் பாதிக்கப்படும் அல்லது பாதிக்கப்படும் செலவுகள் ஆகும். குறைந்தபட்ச விதி ஒவ்வொரு தொடருக்கும் அதிகபட்ச இழப்புகளை குறைக்கிறது. குறைந்தபட்ச என்பது குறைந்தபட்சம் அதிகபட்ச சொற்றொடரின் சுருக்கமாகும். பல்வேறு நடவடிக்கைகள் ஒவ்வொன்றின் கீழும் அதிகபட்ச இழப்பு மற்றும் பல்வேறு அதிகபட்ச இழப்புகளில் குறைந்தபட்சம் தொடர்புடைய நடவடிக்கை குறைந்த அதிகபட்ச அளவுகோலின் படி நடவடிக்கை எடுக்கப்படும். இழப்பு அட்டவணை பின்வருமாறு இருக்க வேண்டும்:

பண்புகளின் நிலை	முடிவுகள்		
	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$S_1$	0	4	10
$S_2$	3	0	6
$S_3$	18	14	0

இது பல்வேறு முடிவுகளின் மூலம் ஏற்படும் அதிகபட்ச இழப்பை காட்டுகிறது.

$A_1$	$A_2$	$A_3$
18	14	10

மேலும், குறைந்தபட்சம் அதிகபட்சமாக மூன்று 10 ஆவது நடவடிக்கை  $A_3$  கீழ் உள்ளது. இதனால் குறைந்தபட்ச அளவுகோல் படி, முடிவெடுப்பவர்  $A_3$  நடவடிக்கை எடுக்க வேண்டும்.

(iii) அதிககுறைந்தபட்ச வரையறைகள்: முடிவெடுக்கும் அதிககுறைந்தபட்ச அளவுகோல் எதிர்பார்ப்பு படிவங்களுக்கு இடையில் தெரிவுசெய்வது

இயல்பான பார்வையில் அவநம்பிக்கையானது. ஒவ்வொரு நடவடிக்கையையும் எடுத்துக்கொள்வது, ஊதியம் அடிப்படையில் மிக மோசமான விளைவுகளை நாம் கவனித்து, குறைந்த பட்ச ஊதியத்தை அதிகரிக்கும் செயல் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்கவும். ஊதிய அட்டவணை பின்வருமாறு இருப்பதைக் காட்டுங்கள்:

பண்புகளின் நிலை	முடிவுகள்		
	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$S_1$	-80	-60	-20
$S_2$	-30	-10	-2
$S_3$	30	15	7
$S_4$	75	80	25

$A_1 > A_2$  மற்றும்  $A_3$  ஆகியவற்றின் ஒவ்வொரு முடிவிலும், குறைந்தபட்சம்  $S_1$  இயல்புநிலைக்கு - 80, -60 மற்றும் -20 ஆகும்.

நடவடிக்கை  $A_3$  இந்த அளவுகோலின் படி எடுக்கப்பட வேண்டும், ஏனெனில் குறைந்தபட்சம் மத்தியில் இது அதிகபட்சமாகும்.

(iv) லாப்லாஸ் அளவுகோல்: இந்த வழிவகையில், பல்வேறு நிகழ்வுகளின் எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதியம் இந்த நிகழ்தகவுகளின் அடிப்படையில் வேலை செய்யப்படுகிறது. அதிகபட்ச எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதியம் உடைய செயல் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. நிகழ்தகவு பற்றிய முடிவெடுக்கும் செயல்முறையாளருக்கு எந்தவித தகவலும் இல்லை எனில், ஒவ்வொரு நிகழ்தகவுக்கும் சமமான சாத்தியக்கூறு இருப்பதாக முடிவெடுப்பது எளிய முடிவு.

உதாரணம் 13.1: பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து அதிகபட்ச எதிர்பார்க்கப்பட்ட ஊதியம் மற்றும் உகந்த செயல் கணக்கிடுங்கள்:

நிகழ்வுகள்	செயல்		
	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$E_1$	20	12	25
$E_2$	25	15	30
$E_3$	30	20	22

தீர்வு: ஒவ்வொரு நிகழ்விற்கும் சமமான நிகழ்தகவுகளை நாம் தொடர்புப்படுத்துகிறோம்,  $1/3$  என்று கூறுகிறோம். எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதியங்கள்:

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

$$A_1 \rightarrow \left(20 \times \frac{1}{3}\right) + \left(25 \times \frac{1}{3}\right) + \left(30 \times \frac{1}{3}\right) = \frac{75}{3} = 25$$

$$A_2 \rightarrow \left(12 \times \frac{1}{3}\right) + \left(15 \times \frac{1}{3}\right) + \left(20 \times \frac{1}{3}\right) = \frac{47}{3} = 15.67$$

$$A_3 \rightarrow \left(25 \times \frac{1}{3}\right) + \left(30 \times \frac{1}{3}\right) + \left(22 \times \frac{1}{3}\right) = \frac{77}{3} = 25.67$$

$A_3$  அதிகபட்சம் எதிர்பார்க்கப்பட்ட ஊதியமாக இருப்பதால்  $A_3$  உகந்த செயல் ஆகும்.

(v) ஹர்விஸ்ஸ் ஆல்.பா அளவுகோல்: இந்த முறை அதிகபட்ச அளவுகோல் மற்றும் அதிககுறைந்தபட்ச அளவுகோல் ஆகியவற்றின் கலவையாகும். இந்த முறையில், முடிவெடுப்பவரின் மனோபாவத்தின் அளவானது,  $\alpha$ , நம்பிக்கையின் குணகம் ஆகியவற்றைக் குறிக்கிறது.  $\alpha$  ஆனது 0 மற்றும் 1 க்கு இடையில் மாறுபடுகிறது.  $\alpha = 0$ , மொத்த அவநம்பிக்கை மற்றும்  $\alpha = 1$  போது, மொத்த நம்பிக்கை இருக்கிறது.

இங்கே,  $D_1, D_2, D_3$ , முதன்மையானது கணக்கிடப்படுகிறது, இது எல்லா உத்திகளையும் (செயலின் நிலை) மற்றும்  $D_i = \alpha M_i + (1 - \alpha) m_i$  உடன் இணைக்கப்படுகிறது,  $M_i$  என்பது  $i$  ன் மூலதனத்தின் அதிகபட்ச ஊதியம் மற்றும்  $m_i$  என்பது  $i$  ன் யுக்திகளின் குறைந்தபட்ச ஊதியம் ஆகும்.  $D_1, D_2, \dots$ , மிக அதிக மதிப்பு கொண்ட யுக்திகள் தெரிவு செய்யப்படுகிறது. முடிவெடுப்பவர் அவரது நம்பிக்கையைப் பொறுத்து  $\alpha$  இன் மதிப்பைக் குறிப்பிடுவார்.

(vi) முரண்பாடான தீர்ப்பு விதி: இந்த விதி மறுக்கக்கூடிய முடிவு எனப்படுகிறது. இது ஆபத்துக்கு எதிராக பொது காப்பீடு அடிப்படையாக கொண்டது. அது அதிகபட்ச அபாயத்திற்கு எதிராக உறுதிப்படுத்துகிறது. இதன் கீழ், ஒரு அதிகபட்ச சாத்தியமான மறுக்கக்கூடியவை மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட சம்பள உயர்வு அணி ஒரு மறுக்கக்கூடிய அணியாக மாற்றப்படுகிறது குறைந்தபட்சம் ஏற்படுத்தும் உத்தி ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது. இது ஒவ்வொரு நுழைவாயிலையும் அதன் பத்தியில் உள்ள மிகப்பெரிய நுழைவிலிருந்து பணம் செலுத்தும் அணியில் கழிப்பதன் மூலம் செய்யப்படுகிறது. ஒரு மிகப் பெரிய உள்ளீடில் நெடுவரிசையில் பூஜ்யம் இழப்பீடு தரும். எனவே, ஒவ்வொரு குழுவினும் முடிவு என்னவென்பதை தெரிந்திருந்தால் முடிவெடுப்பவர் என்ன செய்தார் என்பதையும், அந்தத் தெரிவுரை மூலம் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தப்படுபவர்களிடமிருந்தும் வித்தியாசத்தை உள்ளிடுகிறோம். மறுக்கக்கூடிய அணி உருவாக்கப்பட்டுவிட்டால், சிறந்த செயல்முறையைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு குறைந்தபட்ச அளவுகோல் பயன்படுத்தப்படலாம்.



எடுத்துக்காட்டு 13.2: கொடுக்கப்பட்ட தரவில் இருந்து அதிகபட்சம் மற்றும் குறைந்தபட்ச ஊதியத்தை கணக்கிட  $\alpha$  மதிப்பு மற்றும் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட செயல் ஆகியவற்றைக் குறிப்பிடுக.  $A = 0.6$  என எடுத்துக்கொள்ளுங்கள்.

நிகழ்வு	செயல்		
	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$E_1$	20	12	25
$E_2$	25	15	30
$E_3$	30	20	22

குறிப்புகள்

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்டுள்ளது  $\alpha = 0.6$ .

$A_1$  க்கு, அதிகபட்ச ஊதியம் = 30

குறைந்தபட்ச ஊதியம் = 20

$$\therefore D_1 = (0.6 \times 20) + (1 - 0.6)12 = 16.8$$

$$\text{இதேபோல், } D_2 = (0.6 \times 20) + (1 - 0.6)12 = 16.8$$

$$D_3 = (0.6 \times 30) + (1 - 0.6)22 = 26.8$$

$D_3$  அதிகபட்சம் என்பதால், செயல்  $A_3$  I தேர்ந்தெடுக்கவும்.

இடையூறு கீழ் முடிவு எடுத்தல்.

இந்த சூழ்நிலையில், முடிவெடுப்பவர் பண்பின் பல நிலைகளை சந்திக்க வேண்டும். ஆனால், அவர் ஒவ்வொரு அறிவையும் அல்லது அனுபவத்தையும் கொண்டிருப்பார், இது பண்பின் ஒவ்வொரு நிலையின் நிகழ்தகவுக்கும் அவரை நிகழ்த்துவதற்கு உதவும். எதிர்பார்த்த லாபத்தை மேம்படுத்துவதோ அல்லது சந்தர்ப்பவாத இழப்பைக் குறைப்பதே இதன் நோக்கமாக உள்ளது.

அபாயத்தின் கீழ் முடிவெடுக்கும் சிக்கல்களுக்கு EMV (எதிர்பார்த்த பண மதிப்பீடு) அளவுகோல், EOL (எதிர்பார்க்கப்பட்ட வாய்ப்பு இழப்பு), அளவுகோல் அல்லது EVPI (சரியான தகவலின் எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பு) போன்ற மிகவும் பிரபலமான முறைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

(i) எதிர்பார்த்த பண மதிப்பீடு: பண்பின் பல்வேறு நிலைகளில் நிகழ்தகவுகளை நியமிக்கும்போது, ஒவ்வொரு படிவத்திற்கும் ஏற்றவாறு புள்ளிவிவர எதிர்பார்ப்புகளை கணக்கிட முடியும்.

ஒவ்வொரு நிகழ்வின் நிபந்தனை மதிப்பும் ஊதியம் வழங்கப்பட்ட அட்டவணையில் பெருக்கமடைவதோடு, அதன் தயாரிப்பு சுருக்கமாக உள்ளது. இதன் விளைவாக வரும் எண் EMV ஆகும். முடிவெடுக்கும் செயல்முறையானது கிடைக்கக்கூடிய மாற்று நடவடிக்கைகளிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டால், அதிகபட்ச எதிர்பார்க்கப்படும் ஆதாயத்தை (அதாவது மிக அதிகமான EMV உடனான நடவடிக்கை) வழிவகுக்கும் நடவடிக்கை ஆகும். பின்வரும் உதாரணத்தைக் கவனியுங்கள். பண்பின் நிலைகள் (நிகழ்வுகள்)  $S_1$  மற்றும்  $S_2$ , மற்றும் மாற்று உத்திகள் (சட்டம்)  $A_1$  மற்றும்  $A_2$  ஆக இருக்கும். பின்னர் பணம் செலுத்தும் அட்டவணை பின்வருமாறு:

குறிப்புகள்

நிகழ்வுகள்	செயல்	
	$A_1$	$A_2$
$S_1$	30	20
$S_2$	35	30

பண்புகள்  $S_1$  மற்றும்  $S_2$  நிலைகளின் நிகழ்தகவுகள் முறையே 0.6 மற்றும் 0.4 ஆக இருக்கும்.

பிறகு,

$$A_1 \text{ க்கான EMV} = A_1 = (30 \times 0.6) + (35 \times 0.4) = 18 + 14 = 32$$

$$A_2 \text{ க்கான EMV} = A_2 = (20 \times 0.6) + (30 \times 0.4) = 12 + 12 = 24$$

$A_1$  க்கான EMV அதிகமாக உள்ளது.

முடிவு செய்பவர் உத்தி  $A_1$  யை தேர்ந்தெடுப்பார்.

(ii) எதிர்பார்த்த வாய்ப்பு இழப்பு: அதிக ஊதியம்-தள்ளுபடி மற்றும் உண்மையான ஊதியம்-தள்ளுபடி இடையிலான வேறுபாடு வாய்ப்பு இழப்பு என்று அறியப்படுகிறது. இந்த கோட்பாட்டின் கீழ், குறைந்தபட்ச எதிர்பார்க்கப்படும் வாய்ப்பு இழப்பு கொண்டிருக்கும் உத்தி தேர்வு செய்யப்படுகிறது. EOL கணக்கீடு EMV யைப் போலவே உள்ளது.

வாய்ப்பு இழப்பு அட்டவணையில் பின்வரும் உதாரணத்தை கவனியுங்கள். இங்கே  $A_1$  மற்றும்  $A_2$  ஆகியவை யுக்திகளும்  $S_1$  மற்றும்  $S_2$  இயல்பு மாநிலங்களும் ஆகும்.

	$A_1$	$A_2$
$S_1$	0	10
$S_2$	2	-5

இரண்டு நிலைகளின் நிகழ்தகவுகள் 0.6 மற்றும் 0.4 ஆக இருக்கட்டும்.

$$A_1 \text{ க்கான EOL } A_1 = (0 \times 0.6) + (2 \times 0.4) = 0.8$$

$$A_2 \text{ க்கான EOL } A_2 = (10 \times 0.6) + (-5 \times 0.4) = 6 - 2 = 4$$

$A_1$  க்கு EOL குறைந்தது. எனவே, உத்தி  $A_1$  தேர்ந்தெடுக்கப்படலாம்.

(iii) சரியான தகவல் எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பு: ஒரு முடிவை எடுக்கும் முன் சரியான தகவலைப் பெற்றிருந்தால், சரியான தகவலின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பானது, சராசரியாக (எதிர்பார்த்தது) நீண்டகாலமாக திரும்புவதாகும்.

EVPI கணக்கிடுவதற்கு, நிலையின் தன்மையில் நிகழ்தகவுடனான சிறந்த மாற்றீட்டை நாங்கள் தேர்வு செய்கிறோம். சரியான தகவல்களின் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பானது, சரியான தகவல்களின் எதிர்பார்க்கப்படும் முடிவினை அதிகபட்ச EMV வின் விளைவை கழித்தல் ஆகும்.

$\therefore$  EVPI = சரியான தகவலுடன் எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பு – அதிகபட்ச EMV

பின்வரும் உதாரணத்தைக் கவனியுங்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 13.3:  $A_1, A_2, A_3$  செயல்கள் மற்றும்  $S_1, S_2, S_3$  நிலையின் தன்மைகள். மேலும்,  $P(S_1) = 0.5$ ,  $P(S_2) = 0.4$  மற்றும்  $P(S_3) = 0.1$ . சரியான தகவலின் எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பைக் கணக்கிடுங்கள்.

தீர்வு: ஊதிய அட்டவணை பின்வருமாறு:

பண்புகளின் நிலை	ஊதிய அட்டவணை		
	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$S_1$	30	25	22
$S_2$	20	35	20
$S_3$	40	30	35

$A_1$  க்கான EMV  $A_1 = (0.5 \times 30) + (0.4 \times 20) + (0.1 \times 40) = 15 + 8 + 4 = 27$

$A_2$  க்கான EMV  $A_2 = (0.5 \times 25) + (0.4 \times 35) + (0.1 \times 30) = 12.5 + 14 + 3 = 29.5$

$A_3$  க்கான EMV  $A_3 = (0.5 \times 22) + (0.4 \times 20) + (0.1 \times 35) = 11 + 8 + 3.5 = 22.5$

மிக அதிகமான EMV உட்கதி  $A_2$  மற்றும் இது 29.5 ஆகும்.

இப்போது EVPI கண்டுபிடிக்க, தன்மையின் அனைத்து நிலைகளுக்கிடையில் அதிகபட்ச ஊதியம் பெறுவதற்கு எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பைப் படியுங்கள்.

	ஒவ்வொரு மாநிலத்திலும் அதிகபட்ச இலாபம்	நிகழ்தகவு	எதிர்பார்க்கும் மதிப்பு (= நிகழ்தகவு $\times$ இலாபம்)
$S_1$	30	0.5	15
$S_2$	35	0.4	14
$S_3$	40	0.1	4

$\therefore$  எதிர்பார்க்கப்படும் சரியான தகவலின் ஊதியம் = 33

$\therefore$  இவ்வாறு, EVPI = சரியான தகவலுடன் எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பு – அதிகபட்ச EMV = 33 – 29.5 = 3.5

### 13.3 ஊதியம் மற்றும் இழப்பு அட்டவணை தயாரித்தல்

ஊதியம் மற்றும் இழப்பு அட்டவணைகள் தயாரிப்பதை ஆய்வு செய்வோம். உதாரணம் 13.4: எல்லா மை தயாரிப்பாளர்களும் ஒரு குறிப்பிட்ட வகை மையை ஒரு பாட்டிலுக்கு ரூ3 செலவழிக்கிறார்கள் மற்றும் ஒரு பாட்டில் ரூ5 க்கு விற்கிறார்கள். வார இறுதியில் தயாரிக்கப்பட்டு, அடுத்த வாரம் விற்பனை செய்யப்படுகிறது. கடந்த அனுபவத்தின் படி, வாராந்த கோரிக்கை 78 க்கும் குறைவாக அல்லது 80 க்கும் மேற்பட்ட பாட்டில்கள் இருந்ததில்லை.

குறிப்புகள்

தீர்வு:

பல்வேறு வகையான 78 அலகுகள், 79 அலகுகள் அல்லது 80 அலகுகள் S1, S2, S3, முறையே தேவைப்படும்.

மாற்று நடவடிக்கை படிப்புகள் 78 அலகுகள், 79 அலகுகள் மற்றும் 80 அலகுகள் A1, A2, A3 என்ற முறையே விற்பனை செய்கின்றன.

ஒரு மை பாட்டில் விற்பனை விலை = & 5

ஒரு பாட்டில் விலை = & 3

ஊதியங்களைக் கணக்கிடுதல் (லாபத்திற்காக செலுத்துதல்):

விற்பனை அளவு × விலை - உற்பத்தி அளவு × செலவு

$$A_1S_1 = 78 \times 5 - 78 \times 3 = 390 - 234 = 156$$

$$A_2S_1 = 78 \times 5 - 79 \times 3 = 390 - 237 = 153$$

$$A_3S_1 = 78 \times 5 - 80 \times 3 = 390 - 240 = 150$$

$$A_1S_2 = 78 \times 5 - 78 \times 3 = 390 - 234 = 156$$

$$A_2S_2 = 78 \times 5 - 79 \times 3 = 395 - 237 = 158$$

$$A_3S_2 = 79 \times 5 - 80 \times 3 = 395 - 240 = 155$$

$$A_1S_3 = 78 \times 5 - 78 \times 3 = 390 - 234 = 156$$

$$A_2S_3 = 79 \times 5 - 79 \times 3 = 395 - 237 = 158$$

$$A_3S_3 = 80 \times 5 - 80 \times 3 = 400 - 240 = 160$$

(விளக்கம்: A1S1 விற்பனை அளவு 78 ஆகும், உற்பத்தி அளவு 78 ஆகும். A2S1 என்பது விற்பனை 78, உற்பத்தி 79, மற்றும் பல.)

ஊதிய அட்டவணை

பண்புகளின் நிலை(நிகழ்வுகள்)	செயல்		
	A1	A2	A3
S1	156	153	150
S2	156	158	155
S3	156	158	160

குறிப்பு: நிலைகள் வரிசைகள் மற்றும் பத்திகளில் செயல்படுவோம்.

இழப்பு அட்டவணை தயாரித்தல்

உதாரணம் 13.5: ஒரு சிறிய மை தயாரிப்பாளர் ஒரு குறிப்பிட்ட வகை மையை உற்பத்தி செய்யும் போது ஒரு பாட்டில் விலை 3 மற்றும் ஒரு பாட்டில் 5 ரூபாய்க்கு விற்கப்பட்டது. வார இறுதியில் தயாரிக்கப்பட்டு, அடுத்த வாரம் விற்பனை செய்யப்படுகிறது. கடந்த அனுபவத்தின் படி, வாரந்தோறும் கோரிக்கைகள் 78 க்கும் குறைவாக அல்லது 80 க்கும் மேற்பட்ட பாட்டில்கள் அவரது இடத்தில் இருந்ததில்லை.

நீங்கள் இழப்பு அட்டவணை உருவாக்க வேண்டும்

தீர்வு: முரண்பாடு கணக்கிடுதல் (வாய்ப்பு இழப்பு)

$A_1S_1 = 0$  (உற்பத்தியும் விற்பனைகளும் சம அளவுகளில் 78 என்பதால்)

தீர்வு ஆய்வு

$A_2S_1 = 1 \times 3 = 3$  (உற்பத்தி ஒரு அலகு அதிகமாக செலவழிக்கப்பட்டதால் அதன் செலவு = ₹3)

$A_3S_1 = 2 \times 3 = 6$  (உற்பத்தி 2 அலகுகள் அதிகமாக செலவழிக்கப்பட்டதால் அதன் அலகு செலவு ₹3 ஆகும்)

$A_1S_2 = 1 \times 2 = 2$  (ஒரு அலகு தேவை என்பது ஒரு அலகிற்கான இலாபத்தை விட ₹2 அதிகமானது ஆகும். )

இதேபோல்,  $A_2S_2 = 0$  (உற்பத்தியின் அலகுகள் = கோரிக்கைகளின் அலகுகள் என்பதால்)

$$A_3S_2 = 1 \times 3 = 3 \quad A_1S_3 = 2 \times 2 = 4$$

$$A_2S_3 = 2 \times 1 = 2 \quad \text{and, } A_3S_3 = 0$$

வாய்ப்பு இழப்பு அட்டவணை

பண்புகளின் நிலை(நிகழ்வுகள்)	செயல்பாடு		
	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$S_1$	0	3	6
$S_2$	2	0	3
$S_3$	4	2	0

சம்பள உயர்வு அட்டவணையில் இருந்து, இழப்பு அட்டவணையை தயார் செய்யலாம்.

செய்முறை: ஒவ்வொரு வரிசையும் ஊதிய அட்டவணையின் பண்பு நிலைப்பாடு மற்றும் ஒவ்வொரு பத்தியும் நடவடிக்கைகளின் படி குறிப்பிடப்படும். பின்னர், ஒவ்வொரு வரிசையிலிருந்தும் மிக உயர்ந்த சம்பளத்தை தேர்ந்தெடுத்து, அந்த வரிசையின் அனைத்து ஊதியங்களையும் கழித்து விடுங்கள். அவைகள் வாய்ப்பு இழப்புக்கள்.

பின்வரும் உதாரணங்களைக் காண்க

உதாரணம் 13.6: பின்வருபவை ஊதிய அட்டவணை. இது ஒரு முரண்பாடு (வாய்ப்பு இழப்பு) அட்டவணை அமைக்க.

பண்புகளின் நிலை(நிகழ்வுகள்)	ஊதிய அட்டவணை		
	A1	A2	A3
E1	156	153	150
E2	156	158	155
E3	156	158	160

குறிப்புகள்

தீர்வு:

வாய்ப்பு இழப்பு அட்டவணை

குறிப்புகள்

பண்புகளின் நிலை(நிகழ்வுகள்)	செயல்		
	A1	A2	A3
E1	156-156=0	156-153=3	156-150=6
E2	158-156=2	158-156=0	156-155=3
E3	158-156=4	158-156=2	160-156=0

எடுத்துக்காட்டு 13.7: நுகர்வோர் தயாரிப்புகள் நிறுவனத்தின் ஆராய்ச்சித் துறை, மூன்று வகையான வாசனைப் பொருள்களைக் கொண்டு சோப்பு ஒன்றை தொடங்க சந்தைப்படுத்தல் திணைக்களத்திற்கு பரிந்துரை செய்துள்ளது. சந்தைப்படுத்தல் முகாமையாளர் பல்வேறு வகையான விற்பனையில் பின்வரும் மதிப்பீட்டு ஊதியம் கீழ் வாசனை வகை பொருள்களை தொடங்க தீர்மானிக்க வேண்டும்:

விற்பனை அளவு (அலகுகள்)

வாசனை வகைகள்	20,000	10,000	2,000
I	250	15	10
II	40	20	5
III	60	25	3

அதிகபட்சம், குறைந்தபட்சம் ,அதிக குறைந்தபட்சம், லாபலாஸ் மற்றும் ஹரவிக்ஸ் ஆல்பா வரையறை ஆகியவற்றின் கீழ் எந்த வகையை தேர்வு செய்யலாம் என்பதை ஆய்வு செய்யவும்.

தீர்வு: ஊதிய அட்டவணை,

அளவிலான விற்பனை	வாசனை வகைகள்		
	I	II	III
20000	250	40	60
10000	15	20	25
2000	10	5	3

- (i) அதிகபட்ச அளவுகோல்வகை  
 வகை I = 250 க்கு அதிகபட்சம்  
 வகை II = 40 க்கு அதிகபட்சம்  
 வகை III = 60 க்கு அதிகபட்சம்  
 அதிகபட்சமாக = 250

(ii) குறைந்தஅதிகபட்ச அளவுகோல் இழப்பு அட்டவணை,

விற்பனை	வகைகள்		
	I	II	III
20000	0	210	190
10000	10	5	0

2000	0	5	7
------	---	---	---

I, II, III ன் கீழ் அதிகபட்ச இழப்புகள் 10, 210, 190 (ஊதிய-முடிவு, முடிவு பகுப்பாய்வு அட்டவணை)

இவற்றில் குறைந்தது 10 ஆகும்.

∴ வகை I வாசனை விரும்பப்படுகிறது

(iii) அதிகபட்ச அளவுகோல்

ஒவ்வொரு வகை I, I, III இன் கீழ் குறைந்தபட்ச ஊதியம் 10, 5, 3 (ஊதிய அட்டவணை இருந்து)

இந்த அதிகபட்சம் 10 ஆகும்.

∴ வகை I வாசனை விரும்பப்படுகிறது

(iv) லப்ளேஸ் அளவுகோல்

ஒவ்வொரு அளவு விற்பனையில் உள்ள நிகழ்தகவு ஒவ்வொரு 1/3 என எடுத்துக் கொள்வோம். எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதியங்கள்:

$$\rightarrow \left(250 \times \frac{1}{3}\right) + \left(15 \times \frac{1}{3}\right) + \left(10 \times \frac{1}{3}\right) = \frac{275}{3} = 91.67$$

$$\rightarrow \left(40 \times \frac{1}{3}\right) + \left(20 \times \frac{1}{3}\right) + \left(5 \times \frac{1}{3}\right) = \frac{65}{3} = 21.67$$

$$\rightarrow \left(60 \times \frac{1}{3}\right) + \left(25 \times \frac{1}{3}\right) + \left(3 \times \frac{1}{3}\right) = \frac{88}{3} = 29.33$$

அதிகபட்சம் எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதியம் வகை I ஆகும், எனவே வகை I-ஐ வாசனை தேர்வு செய்யவும்.

#### உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறிக

1. முடிவுகளை எப்படி வகைப்படுத்தலாம்?
2. முடிவெடுக்கும் தயாரிப்பாளரிடம் சமாளிக்க வேண்டிய பல்வேறு சூழ்நிலைகள் என்ன?
3. EMV எவ்வாறு கணக்கிடப்படுகிறது?
4. வாய்ப்பு இழப்பு வரையறுக்க.
5. சரியான தகவலுடன் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு என்ன?

#### 13.4 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும்

வினாக்களுக்கான –விடைகள்

1. முடிவுகளின் வகைப்பாடு:

(i) திட்டமிட்ட முடிவு

(ii) செயல்திட்ட முடிவு

2. ஒரு முடிவெடுக்கும் தயாரிப்பாளர் பின்வரும் சூழ்நிலைகளை கையாள வேண்டும்:

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

- (i) உறுதியின் கீழ் முடிவு எடுத்தல்.
  - (ii) நிச்சயமின்மையின் கீழ் முடிவு எடுத்தல்.
  - (iii) இடையூறு கீழ் முடிவு எடுத்தல்.
  - (iv) முரண்பாடின் கீழ் முடிவு எடுத்தல்.
3. ஒவ்வொரு நிகழ்வின் நிபந்தனை மதிப்பு ஊதிய அட்டவணை அதன் நிகழ்தகவு மூலம் பெருக்கப்பட்டு, தயாரிப்பு சுருக்கமாக உள்ளது. இதன் விளைவாக எண் சட்டம் EMV ஆகும்
  4. அதிக ஊதியம் மற்றும் உண்மையான ஊதியம் ஆகியவற்றிற்கு இடையிலான வித்தியாசம் வாய்ப்பு இழப்பு என்று அறியப்படுகிறது
  5. சரியான தகவலுடன் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு ஒரு முடிவை எடுப்பதற்கு முன் சரியான தகவலைக் கொண்டிருக்கும்பட்சத்தில், எதிர்பார்க்கப்படும் சராசரி வருவாய் ஆகும்.

### 13. 5 சுருக்கம்

- முடிவு எடுத்தல் என்பது வாழ்க்கையில் ஒரு அன்றாட நிகழ்முறை. இது ஒரு மேலாளரின் முக்கிய பங்காகும். ஒரு மேலாளரால் எடுக்கப்பட்ட முடிவானது வணிகத்தின் மீது மிகுந்த தாக்கத்தை ஏற்படுத்தியுள்ளது. சரியான முடிவுகளை நன்நடத்தை விளைவிக்கும் மற்றும் தவறான ஒரு பேரழிவு என நிரூபிக்க கூடும்.
- இந்த நாட்களில், ஒவ்வொரு அமைப்பிலும் பெரிய அல்லது சிறியதாக இருந்தாலும், உயர் நிர்வாகத்தில் உள்ள நபர் ஒரு சில முடிவை எடுப்பது அவசியம், ஏனெனில் அவரது கட்டுப்பாட்டுக்கு தாண்டிய சில நிகழ்வுகள் அவரது முடிவுகள் அவருக்கு வருத்தமடையச் செய்யலாம். இந்த துருதிருஷ்டவசமான சம்பவங்கள் நடக்கிறதா இல்லையா என்பது உறுதியற்றது. இத்தகைய சூழ்நிலைகளில், புள்ளிவிவர முறைகளை பயன்படுத்துவதன் மூலம் சிறந்த முடிவை எடுக்க முடியும்.
- இந்த வழக்கில், முடிவெடுக்கும் ஒவ்வொரு மாற்று அல்லது முடிவுத் தேர்வின் விளைவுகளையும் உறுதியாகக் கொண்டுள்ளது. இயற்கையின் ஒரு நிலை மட்டுமே அவரது நோக்கத்திற்காக தொடர்புடையது என்று முடிவெடுப்பவர் கருதுகிறார்.
- முடிவெடுக்கும் செயல்முறை இயல்பான பல நிலைமைகளை எதிர்கொள்ளும் போது, அவர் இயல்பாக இந்த நிலைமைகளில் ஏற்படும் நிகழ்தகவுக்கான மதிப்புகள் வர முடியாது என்பதால், பிரச்சனை என்பது உறுதியற்ற நிலையில் முடிவெடுக்கும் சிக்கல் ஆகும். ஒரு புதிய தயாரிப்பு சந்தையில் அறிமுகமாகும் போது அல்லது புதிய ஆலை அமைக்கப்படும் போது இத்தகைய சூழ்நிலைகள் எழுகின்றன. வணிகத்தில், இயல்பாக பல சிக்கல்கள் உள்ளன.
- பண்பின் பல்வேறு நிலைகளில் நிகழ்தகவுகளை நியமிக்கும்போது, ஒவ்வொரு படிவத்திற்கும் ஏற்றவாறு புள்ளிவிவர எதிர்பார்ப்புகளை கணக்கிட முடியும். ஒவ்வொரு நிகழ்வின் நிபந்தனை மதிப்பும் ஊதியம்



வழங்கப்பட்ட அட்டவணையில் பெருக்கமடைவதோடு, அதன் தயாரிப்பு சுருக்கமாக உள்ளது.

தீவு ஆய்வு

### 13. 6 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்

- ஊதிய அட்டவணை: ஒரு சிக்கனத்தின் பொருளாதாரத்தை பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் ஒரு அட்டவணை, அதாவது, வருவாய் மற்றும் குறிப்பிட்ட விளைவுகளுடன் எந்த நடவடிக்கையுடனும் தொடர்புடைய செலவுகள்.
- வாய்ப்பு இழப்பு: சிறந்த நடவடிக்கை எடுக்கத் தவறியதால் ஏற்படும் இழப்பு.
- அதிகபட்ச முடிவு அளவுகோல்: அதிகபட்ச ஊதியம் பெறுவதற்காக முடிவு தயாரிப்பாளரால் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஒரு நடவடிக்கை ஆகும்.

குறிப்புகள்

### 13. 7 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்

குறு விடை வினாக்கள்

1. ஒரு நிகழ்வு என்ன?
2. ஊதிய அட்டவணை என்றால் என்ன?
3. லாப்ளேஸ் அளவுகோல் என்ன?
4. ஹார்விஸ் ஆல்பா அளவீட்டை வரையறுக்கவும்.
5. காப்புரிமை மதிப்பு என்ன?

நெடு விடை வினாக்கள்

1. 'முடிவு கோட்பாடு' என்பதன் மூலம் உங்களுக்கு என்ன புரிகிறது?
2. உறுதியற்ற நிலையில், ஆபத்து மற்றும் முடிவில் உள்ள வித்தியாசத்தை குறிப்பிடுக.
3. உறுதியற்ற நிலையில் முடிவு செய்ய பயன்படும் சில வழிமுறைகளை விவரி.
4. விதிமுறைகள் விளக்கவும் (i) எதிர்பார்த்த பண மதிப்பீடு (ii) சரியான தகவலின் எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பு.

### 13. 8 மேலும் படிக்க

தாஹா, H.A. 2006. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி: ஒரு அறிமுகம், 8வது பதிப்பு. புதுடில்லி: ப்ரிண்ட்ஸ்-ஹால் இந்தியா.

ஜென்சன், பவுல் A., மற்றும் ஜொனாதன் F. பார்ட் 2003. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி மாதிரிகள் மற்றும் முறைகள். நியூயார்க்: ஜான் வில்லி & மகன்கள்.

குப்தா, P.K., மற்றும் D.S. ஹிரா. 2002. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி அறிமுகம். புதுடில்லி: S. சந்த் & கோ.

தீர்வு ஆய்வு

கோத்தாரி, C.R. 1982. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி ஒரு அறிமுகம். புதுடில்லி:  
விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.  
கலாவதி. S, 2013. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி, 4வது பதிப்பு. புதுடில்லி:  
விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.

குறிப்புகள்

அமைப்பு

- 14.0 அறிமுகம்
- 14.1 நோக்கங்கள்
- 14.2 தீர்வு காணும் சூழல்கள்
  - 14.2.1 நிர்ணயிக்கப்பட்ட தீர்வு மாதிரி(நிச்சயமான தீர்வு காணல்)
  - 14.2.2 நிகழ்தகவு அல்லது தோராய தீர்வு மாதிரி (அபாயத்துடன் கூடிய தீர்வு காணல்)
  - 14.2.3 அபாயகர சூழ்நிலைகளில் மேற்கொள்ளும் தீர்வு காணலுக்கான விதிகள்/நுட்பங்கள்
  - 14.2.4 மிகச்சரியான அறிவு (அல்லது தகவலுடன்) கூடிய எதிர்பார்த்த இலாபம் மற்றும் சரியான தகவலுக்கான எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பு
  - 14.2.5 காப்பு மதிப்பின் விளைவு
  - 14.2.6 ஓர இடஞ்சார்ந்த ஆய்வின் பயன்கள்
- 14.3 சரியான தீர்வை எடுப்பதற்கான உகந்த தீர்வு மர அணுகுமுறை
- 14.4 பிந்தின நிகழ்தகவு கருத்து
- 14.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்
- 14.6 சுருக்கம்
- 14.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்
- 14.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்
- 14.9 மேலும் படிக்க

குறிப்புகள்

14.0 அறிமுகம்

இந்த தீர்மான விளக்கப்பட பகுப்பாய்வு பல முடிவுகளை திட்டவட்டமான பிரதிநிதித்துவ, நிகழ்வில் பல்வேறு வாய்ப்புகளை தொடர்ந்து உள்ளன. வெறுமனே, ஒரு மரம் வடிவ வரைகலை முதலீடுகள் மற்றும் சாத்தியமான விளைவுகள் விசாரிக்க உதவும் வாய்ப்பு புள்ளிகள் தொடர்பான முடிவுகளை பிரதிநிதித்துவ, ஒரு தீர்மான விளக்கப்படம் பகுப்பாய்வு என்று அழைக்கப்படுகிறது.

14.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகை நீங்கள் படித்து முடித்த பின்பு உங்களால்,

- தீர்மானம் செய்யும் சூழலை விவரிக்க முடியும்
- தீர்மானம் செய்யும் வெவ்வேறு மாதிரிகளை ஆராய முடியும்
- முடிவு மரத்தை விளக்கி. சரியான செயல் போக்கை தேர்ந்தெடுக்க முடியும்.
- பின் நிகழ்தகவு பற்றிய கருத்தை விவாதிக்க முடியும்.

14.2 தீர்வு காணும் சூழல்கள்

முடிவு எடுப்பதில் பல்வேறு மாதிரிகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. சில மாதிரிகள் பின்வருமாறு.

குறிப்புகள்

14.2.1 நிர்ணயிக்கப்பட்ட தீர்வு மாதிரி (நிச்சயமான தீர்வு காணல்)

உறுதியான மாதிரியானது நிர்ணய நிலைக்கு தொடர்புடையது. உறுதியான முடிவெடுக்கும் ஊதியங்கள் எளிய சாத்தியமாக செலுத்தக்கூடிய ஊதியம் ஆகும். இந்த மாதிரியின் நோக்கங்கள் மற்றும் உத்திகள் பட்டியலிடப்பட்டு பின்னர் ஒவ்வொரு இலக்கையும் நோக்கி ஒவ்வொரு யுத்திகளின் ஊதியம் நிர்ணயிக்கப்படுகிறது. உதாரணமாக,  $O_1$  மற்றும்  $O_2$  ஆகிய இரண்டு நோக்கங்கள் இருந்தால் தேர்வு செய்யப்பட வேண்டிய உத்திகள்  $S_1$  மற்றும்  $S_2$  அதன் பின் தொடர்புடைய ஊதிய அணி வடிவில் காட்டப்படுகின்றன:

நோக்கங்கள்/ உத்திகள்	$O_1$	$O_2$	மொத்த ஊதியம் $\sum a_{1j}$
$S_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	$\sum a_{1j}$
$S_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	$\sum a_{2j}$

இங்கு  $a_{ij}$  ( $i=1,2$   $y=1,2$ )  $j$ th நோக்கத்தை நோக்கிய  $i$ th யுத்திகளின் ஊதியத்தை செலுத்த வேண்டும் என்று குறிப்பிடுகிறது. யுத்திகளின் மொத்த ஊதியம் 1  $\sum a_{1j}$  அதாவது குறிக்கோள் 1 ஐ நோக்கி  $a_{11}$  மற்றும்  $a_{12}$  இலக்கு 2 ஐ நோக்கி செலுத்த வேண்டும், யுத்திகள் 2  $\sum a_{2j}$  ஆகும். உகந்த யுத்திகள் அதாவது மிகப்பெரிய மொத்த ஊதியம், அதாவது  $\sum a_{1j}$  மற்றும்  $\sum a_{2j}$  அதிகப்பட்சமாக இருக்கும்.

பொதுவாக  $m$  நோக்கங்கள் மற்றும்  $n$  மூலோபாயங்களுடன் முடிவெடுக்கின்றன பின்வருமாறு:

நோக்கங்கள்/உத்திகள்	$O_1$	$O_2 \dots O_m$	மொத்த ஊதியம்
$S_1$	$a_{11}$	$a_{12} \dots a_{1m}$	$\sum a_{1j}$
$S_2$	$a_{21}$	$a_{22} \dots a_{2m}$	$\sum a_{2j}$
⋮	⋮		
⋮	⋮		
$S_m$	$a_{m1}$	$a_{m2} \dots a_{mm}$	$\sum a_{mj}$

குறிப்புகள்

இங்கே, மூலோபாய நோக்கத்தை  $\sum a_{ij}$  மீண்டும் குறிப்பிடுகிறது. இந்த வழக்கில் உகந்த யுக்திகள் மிக அதிக ஊதியம் கொண்டதாக இருக்கும், அதாவது, அதிகபட்சம்  $(\sum a_{1j}, \sum a_{2j}, \dots, \sum a_{mj})$ . உறுதியான நிலைமையின் கீழ் எடுக்கும் முடிவு பின்வரும் படிநிலைகளை உள்ளடக்கியுள்ளது:

- (i) மாற்றுப் படிப்புகளை தீர்மானிக்கின்றன.
- (ii) ஒவ்வொரு செயலுக்கும் ஒரு செலுத்தும் ஊதியத்தை கணக்கிடுக.
- (iii) மாற்று எண்கள் சிறிய அல்லது பொருத்தமான கணித மாதிரிகள் உதவி என்றால், முழுமையான கணக்கெடுப்பு முறை மூலம் ஒரு பெரிய இலாபம் அல்லது சிறிய விலை கொண்ட மாற்று ஒன்றை தேர்ந்தெடுக்கவும்.

#### 14.2.2 நிகழ்தகவு அல்லது தோராய தீர்வு மாதிரி (அபாயத்துடன் கூடிய தீர்வு காணல்)

நிகழ்தகவு மாதிரி அல்லது சீரற்ற முடிவு மாதிரியானது ஆபத்து நிலைமைக்கு தொடர்புடையது என அறியப்படுகிறது. ஏற்கனவே விளக்கியது போன்ற இடர் நிலைமை ஒரு இடத்தில் இயற்கையின் பல நிலைகளில் உள்ளன மற்றும் முடிவு தயாரிப்பாளர் ஒவ்வொரு நிலை நிகழ்தகவுக்கும் தெரியும். முடிவெடுப்பு ஊதியம் சரி செய்யப்படவில்லை ஆனால் பொதுவாக ஒரு சீரற்ற மாறி இருக்க வேண்டும். செலுத்தப்படும் ஊதியம் ஒரு பகுதியாக மற்றும் பின்பற்றப்படும் உத்திகள் ஒரு பகுதியாக நிர்ணயிக்கப்படுகிறது. எனவே, ஒரு நிகழ்தகவு முடிவு, அதிகபட்சம் எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதியம் கொண்டிருக்கும் அந்த யுக்திகளை ஆதரித்து ஒரு முடிவு உருவாகிறது.

மூன்று உத்திகளுடன் மூன்று குறிக்கோள்களைக் கொண்டிருக்கும் ஒரு எளிமையான உதாரணத்தைக் கவனிக்கலாம். இலக்குகள்  $O_1$ ,  $O_2$  மற்றும்  $O_3$  மற்றும்  $S_1, S_2$  மற்றும்  $S_3$  ஆகியவற்றின் உத்தியை குறிக்கின்றன. பணம் செலுத்தும் அணியை கீழ்க்கண்டவாறு கூறலாம்:

தீர்வு மர ஆய்வு

குறிப்புகள்

நோக்கங்கள்/ உத்திகள்	$O_1$	$O_2$	$O_3$
$S_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$
$S_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$
$S_3$	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$

இடர் செயல்பாடு (அல்லது நிகழ்தகவு) அணி இதேபோல் கீழே குறிக்க முடியும்:

நோக்கங்கள்/உத்திகள்	$O_1$	$O_2$	$O_3$
$S_1$	$P_{11}$	$P_{12}$	$P_{13}$
$S_2$	$P_{21}$	$P_{22}$	$P_{23}$
$S_3$	$P_{31}$	$P_{32}$	$P_{33}$

இங்கு  $i, j$  என்பது  $j$  நோக்கத்தை நோக்கிய  $i$  உத்தியத்தை தேர்ந்தெடுக்கும் நிகழ்தகவு ஆகும். அனைத்து  $P_{ij}$  க்கும்  $0 \leq P_{ij} \leq 1$ ,  $j$  அல்லது  $\sum_j P_{ij} = 1$

மேலே கூறப்பட்டதை அறிந்த பிறகு, இரண்டு அணிகளை குறிப்பிட்டு, எதிர்பார்க்கப்பட்ட ஊதியம்  $i, j$  யை கணக்கிட வேண்டும், இது எதிர்பார்க்கப்படும்

நாணய மதிப்பு (அல்லது EMV) என அழைக்கப்படும்.  $\sum_j E_{ij}$  ஆனது முடிவெடுக்கும் சாத்தியக்கூறுகளின் உறுப்புகளின் பெருக்குதலுக்கு ஒப்பானது. எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதியம் அணி பின்வருமாறு இருக்கும்:

நோக்கங்கள்/ உத்திகள்	$O_1$	$O_2$	$O_3$	மொத்த எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதியம் (அல்லது EMV)
$S_1$	$E_{11}$	$E_{12}$	$E_{13}$	$\sum E_{1j}$
$S_2$	$E_{21}$	$E_{22}$	$E_{23}$	$\sum E_{2j}$
$S_3$	$E_{31}$	$E_{32}$	$E_{33}$	$\sum E_{3j}$

இந்த வழக்கில் சிறந்த உத்தி மிகப்பெரிய மொத்த எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதியம் அல்லது EMV (அதாவது,  $\sum E_{1j}$ ,  $\sum E_{2j}$  மற்றும்  $\sum E_{3j}$  இன் அதிகபட்சம்) ஆகியவை இருக்கும். இதே போன்ற சிகிச்சைகள் n திட்டங்களுக்கும், m நோக்கங்களுக்கும் நீட்டிக்கப்படலாம்.

14.2.3 அபாயகர சூழ்நிலைகளில் மேற்கொள்ளும் தீர்வு காணலுக்கான விதிகள்/நுட்பங்கள்

இடர் நிலைமையில் முடிவு செய்ய பல விதிகள் மற்றும் உத்திகள் உள்ளன. முக்கியமானது:

1. அதிகபட்ச வாய்ப்பு விதி.
2. எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதியம் அளவுகோல்:
  - (i)EMV அளவுகோல்
  - (ii)EOL அளவுகோல்
3. தீர்மான மரங்கள்.
4. பயன்பாட்டு செயல்பாடுகள் அல்லது பயன்பாட்டு வளைவுகள்.
5. பேய்சியன் முடிவெடுக்கும் விதி (பின்சார் பகுப்பாய்வு).

இந்த அனைத்து முடிவு விதிகள் மற்றும் உத்திகளை ஒவ்வொன்றாக நாம் இப்போது விளக்கி காண்போம்.

1. அதிகபட்ச வாய்ப்பு விதி.

இந்த விதியின் கீழ் முடிவெடுப்பவர் -க்கு மிகவும் மாற்று வாய்ப்பு உள்ளது. உதாரணத்திற்கு, கோரிக்கைகளின் நிகழ்தகவு விநியோகம் பின்வருமாறு இருந்தால்:

தேவை (அலகுகள்)	$\underline{0}$	$\underline{1}$	$\underline{2}$	$\underline{3}$	$\underline{4}$	$\underline{5}$	$\underline{6}$
நிகழ்தகவு	0.1	0.1	0.4	0.05	0.05	0.2	0.1

அட்டவணையின் படி, பெரும்பாலும் கோரிக்கை 2 அலகுகள் தேவை மற்றும் ஒரு பொருளை வைத்திருந்தால், அவர் அதிகபட்ச சாத்தியக்கூறு விதிப்படி 2 அலகுகளை வைக்க வேண்டும். இந்த விதிகளின் குறைபாடு, எந்தவொரு

கருத்தும் குறைவாகவோ அல்லது அதற்குரிய விளைவாகவோ கொடுக்கப்பட மாட்டாது.

2. எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதியம் அளவுகோல் (EMV மற்றும் EOL)

குறிப்புகள்

எதிர்பார்த்த நாணய மதிப்பு (அல்லது EMV) அளவுகோல்: ஒரு அபாயகரமான முடிவு மாதிரியாக, வழக்கமான அளவுகோல் எதிர்பார்க்கப்படும் நாணய மதிப்பு ஆகும். முடிவெடுக்கும் செயல்திறன் EMV வேலை செய்ய பின்வரும் வழிமுறைகளை பின்பற்ற வேண்டும்:

- (i) முடிவெடுக்கும் காலம் (அல்லது காலங்கள்) மற்றும் செயல்களின் சாத்தியமான விளைவுகளை அவர் நியாயப்படுத்தக்கூடிய அனைத்து நடவடிக்கைகளையும் தெளிவாக முடிவு செய்ய வேண்டும்.
- (ii) முடிவெடுக்கும் ஒவ்வொரு நிகழ்விற்கும் நிகழ்தகவு விநியோகம் நிகழ்வதை முடிவெடுப்பது அவசியமாக இருந்தால், எந்த நோக்கத்திற்காக அவர் ஒரு ப்ரோபோரி அல்லது அனுபவங்களை கணக்கிடுவதற்கான அனுபவ முறைகள் பயன்படுத்தலாம். எளிமையான சொற்களில், முடிவு செய்பவர்களிடமிருந்தும் பண்பு நிலையில் இருந்தும் முடிவு எடுப்பதற்கு ஒரு நிகழ்தகவு எடை வழங்க வேண்டும்.
- (iii) முடிவெடுப்பவர் ஒவ்வொரு முடிவுக்கும் மதிப்பை அளிக்கும் சில அளவுகோல்களை (பொதுவாக ரூபாய்) பயன்படுத்துவார். வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதனால், முடிவெடுக்கும் செயல்முறையானது பண்பின் ஒவ்வொரு நிலைக்கும் கொடுக்கப்பட்ட செயலின் விளைவுகளை கணக்கிட வேண்டும்.
- (iv) ஒவ்வொரு செயலுக்கும் அதன் விளைவுக்கும் உள்ள மொத்த எதிர்பார்ப்பு ஊதியம் (அல்லது எதிர்பார்க்கப்படும் நாணய மதிப்பு) அவர் கணக்கிட முடியும். பண்பின் ஒவ்வொரு நிலையின் நிகழ்தகவு மற்றும் அதன் விளைவின் விளைவுகள் ஆகியவற்றின் விளைவாக இது நிகழ்கிறது.
- (v) மிக உயர்ந்த எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்போடு நடவடிக்கை மற்றும் முடிவு இறுதியாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட வேண்டும்.

EMV இன் சூழலில், EMV நுட்பம் சாத்தியமான இழப்புக்கள் மிகப்பெரியதல்ல, முன்னோக்கு இலாபம் குறுகியதாக இருக்கும் சூழ்நிலைகளில் மட்டும் போதுமானது. ஆனால் பெரிய சாத்தியமான இழப்புக்கள் உள்ள சிக்கல்களில், முடிவெடுக்கும் மற்ற சில நுட்பங்கள் பொதுவாக ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகின்றன.

இவை அனைத்தையும் உதாரணங்கள் மூலம் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 14.1: ஒரு வர்த்தக பொருட்கள் X அல்லது பொருட்கள் Y என்று தீர்மானிக்க வேண்டும். அவர் பங்கு வைத்திருக்க முடியும் ஆனால் இரண்டு அல்ல. அவர் X பங்குகள் மற்றும் அது வெற்றி என்றால், அவர் ₹200 செய்ய முடியும் என்று உணர்கிறார் ஆனால் ஒரு தோல்வி என்றால் அவர் ₹500 இழக்க நேரிடும். அவர் Y வைக்கும் பட்சத்தில் அது வெற்றிபெற்றால், அவர் ₹400 செய்யலாம் என்று நினைத்தால், ஆனால் அது தோல்வி அடைந்தால் 300 ரூபாய் இழக்க நேரிடும். கேள்வி எதாவது, எதை



எக்காரணம் கொண்டும் X அல்லது Y வாங்க வேண்டும்? அவர் பார்வையில் பின்வரும் நிகழ்தகவு விநியோகம்:

தீர்வு மர ஆய்வு

நிகழ்தகவு பொருள் Y	பங்கு	பங்கு பொருட்கள் X
வெற்றி	0.80	0.60
தோல்வி	0.20	0.40

குறிப்புகள்

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட தகவலுக்காக பின்வருமாறு (ரூபாய் அடிப்படையில்) எழுதலாம்:

நோக்கம்/யுக்தி தோல்வி	வெற்றி
பொருள் X -500	+ 200
பொருள் Y -300	+ 400

கேள்விக்கு ஏற்கனவே வழங்கப்படும் நிகழ்தகவு அணி, எதிர்பார்த்த ஊதியம் (அல்லது EMV) அணியின் கீழ் எழுதலாம்:

நோக்கம்/ யுக்தி மொத்தம் எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதியம்-தள்ளுபடி	வெற்றி (அல்லது EMV)	தோல்வி
பொருள் X 160-100 = + 60	(0.8) (200)	(0.2) (-500)
பொருள் Y 240-120 = + 120	(0.6) (400)	(0.4) (-300)

மேலே உள்ள EMV, X என்பது (+) 60 ரூபாய் மற்றும் இருப்பு பொருட்கள் Y என்பது (+) ₹120 தொழிலதிபர், பங்கு உள்ள சரக்கை தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

EMV இன் விளக்கம்

EMV சரியாக முடிவெடுப்பது மற்றும் முடிவெடுக்கும் ஒரு செயல்முறையாளரால் புரிந்து கொள்ளப்பட வேண்டும். கொடுக்கப்பட்ட பிரச்சனையில் எதிர்பார்க்கப்படும் பண மதிப்பு ₹120 என்பது ஒரு உறுதி செய்யப்பட்ட இலாபம் என்பது ₹120.அல்ல. இது இலாபத்தை எதிர்பார்க்கும் மதிப்பாகும். இது, வியாபாரியிடம் பலமுறை வைப்புத் தொகை Yயை செய்திருந்தால், சராசரியாக ₹120 .இலாபம் ஈட்டும் என்று அர்த்தம். ஆனால் அவர் Y யின் பங்குகளை வாங்கினால், ஒரு முறை மட்டும் சொல்லுங்கள், அவர் ₹300 கூட இழக்க நேரிடும். சரியான முடிவு என்னவென்றால், மிக அதிக லாபத்தின் வாய்ப்புகள் Y.

எடுத்துக்காட்டு 14.2: ஒரு நாளைக்கு எத்தனை விதமான பால் தேவைப்படுகிறதோ அந்தளவுக்கு ஒரு மளிகைக்காரர் சந்திக்க வேண்டியிருக்கும் என்று நினைக்கிறேன். நாளின் முடிவில் விட்டுவைக்கப்பட்ட பால் அனைத்து வழக்குகளும் பயனற்றவை. ஒவ்வொரு பாலும் ₹8 மற்றும் ₹5. எனவே, ஒவ்வொரு வழக்கு விற்பனைக்கு ₹3 ஆனால், அது நாள் முடிவில் விற்கப்படவில்லையெனில், அதை இழக்க நேரிட வேண்டும். 5. பால் கோரிய எண்ணிக்கையின் வரலாற்று சாதனை பின்வருமாறு:

தேவைப்படும் பால் வகைகளின் எண்ணிக்கை	தேவைப்படும் நேரங்களின் எண்ணிக்கை	ஒவ்வொரு நிகழ்வின் நிகழ்தகவு
0-12	0	0.00
13	5	0.05
14	10	0.10
15	20	0.20
16	30	0.30
17	25	0.25
18	10	0.10
மேலுள்ள 18	0	0.00
மொத்தம்	100	1.00

பங்குகளின் பால் தொடர்பான வழக்குகளின் எண்ணிக்கையை பற்றி என்னவெல்லாம் வாங்குவது? மளிகைக்கு ஒரு முழுமையான அறிவைக் கொண்டிருப்பதாகக் கருதி எதிர்பார்த்த லாபம் என்னவென்று மதிப்பீடு செய்யலாமா?

தீர்வு: நிபந்தனை மதிப்புகள் (அல்லது நிபந்தனை இலாபங்கள்) பின்வருமாறு காட்டப்படும் ஒரு அணி, வடிவத்தில் மளிகைக் கடனை எதிர்கொள்ளும் நிலைமை கட்டமைக்கப்படலாம்:

நிபந்தனை மதிப்புகளின் அணி (அல்லது இலாபங்கள்)

நிகழ்வு தேவை அல்லது இயல்பு நிலை	பங்கு கொள்கை தொடர்பான சாத்தியமான நடவடிக்கை					
	பங்கு	பங்கு	பங்கு	பங்கு	பங்கு	பங்கு
13	39	34	29	24	19	14
14	39	42	37	32	27	22
15	39	42	45	40	35	30
16	39	42	45	48	43	38
17	39	42	45	48	51	46
18	39	42	45	48	51	54

மேலே கூறப்பட்ட தகவல்களின் அடிப்படையில், 12 வழக்குகள் வரை கோரிக்கை மற்றும் அவற்றின் நிகழ்தகவுகளில் 18 வழக்குகள் மேலாதிக விசாரணைக்கு உட்படுத்தப்படவில்லை.

நிபந்தனை மதிப்பு (அல்லது இலாபம்) என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட நிகழ்வின் பின் ஏற்படும் உண்மையான இலாபம் என்பதைக் குறிக்கும், குறிப்பிட்ட நிகழ்வில் நிபந்தனைக்குரியதாக இருப்பதைக் குறிக்கலாம். எனவே, உதாரணமாக, 16 வழக்குகள் பால் உத்தரவு மற்றும் 14 விற்பனை, பின் நிபந்தனையற்ற இலாபமானது ₹32 ஆக இருக்கும்:

பால் விற்பனைக்கு ஒரு லாபம் = ₹3

14 வழக்குகளின் லாபம் விற்பனை செய்யப்பட்டது = ₹42

2 வழக்குகள் விற்பனையாகாமல், ஒரு வழக்கில் ₹5 பேருக்கு இழப்பு ஏற்படுகிறது.

2 வழக்குகளில் மொத்த இழப்பு = ₹10

∴ நிபந்தனை இலாபம்; = (42-10) = ₹32

மற்ற அனைத்து சாத்தியமான செயல்களுக்கும் நிபந்தனையற்ற இலாபம் இதே போன்ற முறையில் இயங்க முடியும். மற்றும் நிபந்தனையற்ற இலாபங்கள் (மதிப்புகள்) ஒரு அணியாக தயாரிக்கப்படலாம்.

ஒவ்வொரு பங்கு நடவடிக்கையிலும் EMV யை கணக்கிடுவதன் மூலம் மிகச் சிறந்த செயல் (அல்லது உகந்த முடிவை) கண்டறியலாம் மற்றும் அதிக EMV யை தேர்ந்தெடுத்துக் கொள்ளலாம். இங்கு காட்டப்பட்டுள்ளபடி இதை செய்யலாம்:

நிகழ்வு: தேவை	ஒவ்வொரு நிகழ்வின் நிகழ்தகவு	சாத்தியமான நடவடிக்கைகளின் பங்குச் சந்தை	சாத்தியமான செயல் சரக்கிருப்பின் எதிர்பார்த்த மதிப்பு
13	0.05	39	1.95
14	0.10	39	3.90
15	0.20	39	7.80
16	0.30	39	11.70
17	0.25	39	9.75
18	0.10	39	3.90

எதிர்பார்க்கப்பட்ட பண மதிப்பு = 39.00 (பால் இருப்பு பற்றிய 13 வழக்குகள்) அதே போல், பால் வழக்குகளை இருப்பு வைக்கும் மற்ற அனைத்து நடவடிக்கைகளுக்கும் EMV பின்வருமாறு வேலை செய்யலாம்:

சாத்தியமான செயல்	EMV
------------------	-----

குறிப்புகள்

குறிப்புகள்

பங்கு 14	$0.05(34) + 0.10(42) + 0.20(42) + 0.30(42) + 0.25(42) + 0.10(42) = 41.6$
பங்கு 15	$0.05(29) + 0.10(37) + 0.20(45) + 0.30(45) + 0.25(45) + 0.10(45) = 43.4$
பங்கு 16	$0.05(24) + 0.10(32) + 0.20(40) + 0.30(48) + 0.25(48) + 0.10(48) = 43.6$
பங்கு 17	$0.05(19) + 0.10(27) + 0.20(35) + 0.30(43) + 0.25(51) + 0.10(51) = 41.4$
பங்கு 18	$0.05(14) + 0.10(22) + 0.20(30) + 0.30(38) + 0.25(46) + 0.10(54) = 37.2$

அதிகபட்ச EMV, 16 பால் இருப்பு வைக்கும் நடவடிக்கைக்கு 43.6₹ ஆகும். இதனால், ஆபத்தான நிலையில் உள்ள நிலையில், தற்போது, 16 பால் தொடர்பான வழக்குகள் இருப்பில் உள்ளன.

14.2.4 பரிபூரண அறிவுடன் எதிர்பார்க்கப்பட்ட லாபம் (அல்லது தகவல்) மற்றும் சரியான தகவலின் எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பு

சரியான அறிவு என்றால் முடிவு-தயாரிப்பாளர் அவர் பொருட்களை உத்தரவு போது கோரிக்கை தெரியும் என்று அர்த்தம். இத்தகைய சூழ்நிலையில் பின்வரும் நிபந்தனை மதிப்புகள் பொருத்தமானதாக இருக்கும்:

நிகழ்வு: தேவை	நிபந்தனை மதிப்பு	
13	சாத்தியமான நடவடிக்கை: பங்கு 13	₹ 39
14	சாத்தியமான நடவடிக்கை: பங்கு 14	₹ 42
15	சாத்தியமான நடவடிக்கை: பங்கு 15	₹ 45
16	சாத்தியமான நடவடிக்கை: பங்கு 16	₹ 48
17	சாத்தியமான நடவடிக்கை: பங்கு 17	₹ 51
18	சாத்தியமான நடவடிக்கை: பங்கு 18	₹ 54

பரிபூரண அறிவுடன் எதிர்பார்த்த இலாபங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டு உள்ளன:

நிகழ்வு:	உற்பத்தித் தேவை	சரியான தகவலின் நிபந்தனை மதிப்பு	எதிர்பார்த்த மதிப்பு
13	0.05	39	1.95
14	0.10	42	4.20
15	0.20	45	9.00
16	0.30	48	14.40
17	0.25	51	12.75
18	0.10	54	5.40

குறிப்புகள்

பரிபூரண அறிவுடன் எதிர்பார்க்கப்படும் இலாபங்கள்=₹ 47.70

(அல்லது உறுதியான நிலையில் EMV)

∴ EMV உறுதியான நிலையில் ₹. 47.70

∴ ஆபத்து நிலையில் EMV உள்ளது ₹43.60. எனவே, சரியான தகவலுக்கான எதிர்பார்ப்பு மதிப்பு=(47.70 - 43.60) =₹ 4.10 என்பது ஆபத்துகளை உறுதிப்படுத்துவதன் மதிப்பாகும்.

EOL அளவுகோல்:எதிர்பார்க்கப்படும் வாய்ப்பு இழப்பை குறைப்பதன் மூலம் கொடுக்கப்பட்ட பிரச்சனையிலேயே சிறந்த செயல் ஒன்றைத் தேர்வுசெய்யலாம். ஒரு அணியின் நோக்கத்திற்காக பின்வருமாறு நிபந்தனையற்ற வாய்ப்பு இந்த இழப்புகளைக் காட்டும்:

நிபந்தனையற்ற வாய்ப்பு இழப்பு என்பது கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்வின் மீது கொடுக்கப்பட்ட நடவடிக்கை மற்றும் நிபந்தனைகளுக்குப் பின் உறவினர் இழப்பு (அதாவது, இலாபம் பெறாதது) என்பதாகும். எனவே, கொடுக்கப்பட்ட பெட்டிகள், உதாரணமாக, பால் 16 பெட்டிகள் கட்டளையிடப்பட்டால், 14 விற்கப்பட்டால், நிபந்தனை இழப்பு 10 (அதாவது, மீதமுள்ள பால் விலைக்கு 5 ₹) இழப்பாக இருக்கும். 13 பெட்டிகள் கட்டளையிடப்பட்டால், 18 பெட்டிகள் கோரிக்கைக்கு உட்படுத்தப்பட்டால், கடைக்காரர் 18 ₹க்கு அவர் கட்டளையிட்டிருந்தால், 15 ₹க்கு இலாபம் பெற முடியாது. இவ்வாறு, 15 இந்த நிகழ்வில் நிபந்தனை அல்லது வாய்ப்பு இழப்பு. கடைக்காரருக்கு இழப்புக்கு 5 கூடுதல் பால் பால்களையும் விற்பனை செய்வதற்கான வாய்ப்பு. நிபந்தனை வாய்ப்பு இழப்புகளின் அணி

தீர்வு மர ஆய்வு

குறிப்புகள்

<u>நிகழ்வு:</u> <u>தேவை</u> <u>மற்றும்</u> <u>தன்மையின்</u> <u>மதிப்பு நிலை</u>	<u>பங்கு கொள்கையைப் பற்றிய சாத்தியமான</u> <u>நடவடிக்கைகள்</u>					
	<u>பங்கு</u>	<u>பங்கு</u>	<u>பங்கு</u>	<u>பங்கு</u>	<u>பங்கு</u>	<u>பங்கு</u>
	13	14	15	16	17	18
13	0	5	10	15	20	25
14	3	0	5	10	15	20
15	6	3	0	5	10	15
16	9	6	3	0	5	10
17	12	9	6	3	0	2
18	15	12	9	6	3	0

எடுக்கப்பட்ட சிறந்த நடவடிக்கை (அல்லது உகந்த முடிவை) ஒவ்வொரு பங்கு நடவடிக்கையிலும் EOL யை கணக்கிட்டு கண்டுபிடித்த பின்னர் சிறிய EOL யை தேர்ந்தெடுத்துக் கொள்ளலாம். இவற்றை பின்வருமாறு செய்யலாம்

<u>நிகழ்வு:</u> <u>தேவைப்பாடு</u>	<u>ஒவ்வொரு</u> <u>நிகழ்வின்</u> <u>நிகழ்தகவு</u>	<u>நிபந்தனை</u> <u>வாய்ப்பு இழப்பு</u> <u>சாத்தியகங்களின்</u> <u>நடவடிக்கைகள்</u>	<u>எதிர்பார்த்த</u> <u>மதிப்பு</u>
13	0.05	0	0.00
14	0.10	3	0.30
15	0.20	6	1.20
16	0.30	9	2.70
17	0.25	12	3.00
18	0.10	15	1.50

எதிர்பார்த்த வாய்ப்பு இழப்பு = 8.70 ₹, 13 வகையான பால் பெட்டிகள். இதேபோல், சாத்தியமான மற்ற அனைத்து நடவடிக்கைகளுக்கும் EOL இருப்பு பால் தொடர்பான பெட்டிகள் இங்கே வழங்கப்படும்.

சாத்தியமான நடவடிக்கை	EOL (ரூ)
பங்கு 14	$0.05(5) + 0.10(0) + 0.20(3) + 0.30(6) + 0.25(9) + 0.10(12) = 6.1$
பங்கு 15	$0.05(10) + 0.10(5) + 0.20(0) + 0.30(3) + 0.25(6) + 0.10(9) = 4.3$
பங்கு 16	$0.05(15) + 0.10(10) + 0.20(5) + 0.30(0) + 0.25(3) + 0.10(6) = 4.1$
பங்கு 17	$0.05(20) + 0.10(15) + 0.20(10) + 0.30(5) + 0.25(0) + 0.10(3) = 6.3$
பங்கு 18	$0.05(25) + 0.10(20) + 0.20(15) + 0.30(10) + 0.25(5) + 0.10(0) = 10.5$

குறிப்புகள்

மிகச் சிறிய EOL 4.1 ஆகும், இது 16 வகையான பால் பாக்கெட்டுகளுக்கு பொருந்தும். எனவே EMV உடன் இணைந்து செயல்படுவதால் இதன் பதில்களும் சரியாகவே இருக்கும்.

#### 14.2.5 சிதைவு மதிப்பு விளைவு

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில், நாளின் இறுதியில் பால் விற்பனையாகாமல் வழக்குகள் முற்றிலும் பயனற்றவை என்று கருதப்பட்டது. ஆனால் உண்மையான வாழ்க்கையில் இது போன்ற மீதமுள்ள அளவு 'காப்பு மதிப்பு' என அழைக்கப்படும். அத்தகைய காப்புரிமை மதிப்பின் விளைவு, அது அதிகமான இழப்புகளைக் குறைப்பதைக் குறைக்கிறது. மீதமுள்ள மீதமுள்ள பால்களின் காலாவதியான மதிப்பை ரூ.2, என்று குறிப்பிடுவதன் பின்னர், மேல்நிலை இழப்பு (₹.5 – ₹.2)=₹.3 பால் ஒரு கேஸ் என்று வைத்துக்கொள்வோம். காப்புரிமை மதிப்பைப் பொறுத்து சரிசெய்தலுக்குப் பிறகு, பங்கு இழப்புகளைக் கருத்தில் கொண்டு மேலே கூறப்பட்ட நடைமுறையின் படி சிறந்த நடவடிக்கை எடுக்கப்படும்.

#### 14.2.6 ஓர இடஞ்சார்ந்த ஆய்வின் பயன்கள்

பல சிக்கல்களில், EMV மூலமாக அல்லது EOL மூலமாக சிறந்த செயலைக் கண்டறிவதற்கான செயல்முறைகளில் இது கடினமான ஒன்றாகும். எனவே தேவைப்படும் கணக்கீடுகளின் எண்ணிக்கை காரணமாக அடித்தளப் பகுப்பாய்வு இதற்கு மாற்றாக உள்ளது, ஆனால் லாபங்கள் அதிகரிக்கும் (அல்லது இழப்புகள் குறைந்து) நேர்க்கோடான இடங்களில் மட்டுமே இருக்கும். உதாரணமாக ஒவ்வொரு கூடுதல் பால் விற்பனையானது 3 மற்றும் ஒரு பாலுக்கான பால் விற்பனை 5 விற்கப்படுவதால் அவை காரணிகளை இழக்கக்கூடும். இவ்வாறு கொடுக்கப்பட்ட கேள்வி, நேர்மறை அனுமானத்தை திருப்தி செய்கிறது. பால் மீதம் விற்பனையாகாமல் ஒரு வழக்கின் சொத்தின் துவக்க மதிப்பு 2 எனில், அதிகமான இருப்பு இழப்பு (₹.5–₹.2)=₹.3 பால் ஒரு கேஸ் என்று வைத்துக்கொள்வோம் சிறந்த நடவடிக்கை காப்பீட்டின் மதிப்பைப் பொருத்து சரிசெய்தலுக்குப் பிறகு பங்குச் சரிவைக் கருத்தில் கொண்டு மேலே கூறப்பட்ட நடைமுறையின்படி செயல்பட வேண்டும்.

குறிப்புகள்

பல சிக்கல்களில், EMV மூலம் சிறந்த செயலைக் கண்டறிவதற்கான செயல்முறை அல்லது EOL மூலம் கணிசமான கணிப்புகளின் எண்ணிக்கை ஒரு கடினமான காரணங்களில் ஒன்றாகும். அடித்தள பகுப்பாய்வு இதற்கு மாற்றாக உள்ளது, ஆனால் லாபங்கள் அதிகரிக்கும் (அல்லது இழப்புகள் குறைந்து) நேர்க்கோடாக இருக்கும் இடங்களில் மட்டுமே. நமது எடுத்துக்காட்டில், பால் விற்ற ஒவ்வொரு கூடுதல் வழக்குகளும் 3 மற்றும் பால் விற்பனை செய்யப்படும் ஒவ்வொரு விஷயத்திலும் 5 இழப்பை ஏற்படுத்துகிறது. இவ்வாறு, கொடுக்கப்பட்ட கேள்வி நேர்காணல் திருப்தி ஆகும்.

இறுதிநிலை பகுப்பாய்வு கூடுதலாக ஒரு அலகு வாங்கும் அல்லது விற்பனை செய்யப்பட மாட்டாது என்ற கருத்தில் தொடங்குகிறது. ஒரு கூடுதல் விற்பனையை P பிரதிநிதித்துவம் செய்தால், பின்னர் (1 - P) கூடுதல் அலகு விற்பனை செய்ய முடியாது, இந்த இரண்டு நிகழ்வுகளின் சாத்தியக்கூறுகளின் தொகை ஒன்றாக இருக்க வேண்டும். கூடுதல் அலகு வாங்கும் அல்லது விற்பனை செய்யப்பட மாட்டாது என்ற கருத்தி் கொள்முதல் செய்யப்பட்டால், நமது நிபந்தனையுடன் கூடிய இலாபம் அதிகரிக்கும் என்றும், அத்தகைய அதிகரிப்பு இறுதிநிலை இலாபம் (MP) என்றும் அறியப்படுகிறது. ஆனால் வாங்கப்பட்ட கூடுதல் அலகு விற்பனை ஆகாது எனில், அது நமது நிபந்தனையுடன் கூடிய லாபத்தை குறைத்து, குறைக்கும் அளவை இறுதிநிலை நடட்டம் (ML) என அழைக்கப்படும்.

எனவே, அவர்கள் ஒவ்வொரு பங்கிலிருந்து எதிர்பார்க்கப்படும் இறுதிநிலை இலாபம், ஒவ்வொரு உற்பத்தியில் இருந்து எதிர்பார்க்கப்படும் இறுதிநிலை இழப்பை விட அதிகமாக இருக்கும் வரை கூடுதல் அலகுகளின் இருப்பு இருக்க வேண்டும். MP மற்றும் ML சமமாக இருக்கும் போது ஒவ்வொரு கட்டத்தின் அளவும் அதிகரிக்க வேண்டும். எனவே, எதிர்பார்க்கப்படும் இறுதிநிலை இழப்பு [(1 - p)(ML)] விட அதிகமாக அல்லது சமமாக இருக்கும் வரை, பங்குகளின் எதிர்பார்த்த குறு லாபம் [P(MP)] என்ற புள்ளி வரை இருக்க வேண்டும். அடையாள வடிவத்தில் பின்வருமாறு கூறலாம்:

$$p(MP) \geq (1-p)(ML)$$

$$\text{அல்லது, } p(MP) \geq ML - pML$$

$$\text{அல்லது, } p(MP) + p(ML) \geq ML$$

$$\text{அல்லது } p \geq \frac{ML}{ML + MP}$$



எடுத்துக்காட்டு 14.3: எடுத்துக்காட்டு 9.18 கொடுக்கப்பட்ட பிரச்சினையை, இறுதிநிலை பகுப்பாய்வு மூலம் தீர்வு காண முடியும்.

தீர்வு: ஒரு கூடுதல் பால் கையிருப்பு (வாங்குதல்) மற்றும் விற்கப்பட்டது, நிபந்தனை லாபத்தை 3 ஆக அதிகரிக்கிறது. எனவே குறுகிய லாபம் அல்லது  $MP = 3$ .

பால் இருப்பு வைக்கும் கூடுதல் வழக்கு, விற்பனை செய்யப்படவில்லை. காரணம் நிபந்தனையை 5 ஆக குறைப்பது. எனவே ஓரளவு இழப்பு அல்லது  $ML = 5$ .

எனவே, புள்ளி வரை புள்ளி,

$$p \geq \frac{ML}{ML + MP}$$

அல்லது  $p \geq \frac{ML}{ML + MP}$

அல்லது  $p \geq \frac{5}{5 + 3}$

கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்தகவு குறித்த பகிரவு பின்வருமாறு:

நிகழ்வு: தேவை	நிகழ்தகவு
13	0.05
14	0.10
15	0.20
16	0.30
17	0.25
18	0.10

18 மாதிரிகள் பால் விற்பனை செய்வதற்கான சாத்தியக்கூறு 0.10 என்று மேலே உள்ள அட்டவணை காட்டுகிறது. பால் அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட 17 வழக்குகள் விற்பனை செய்யப்படும் நிகழ்தகவு

$$(0.25 + 0.10) = 0.35$$

குறிப்புகள்

தீர்வு மர ஆய்வு

16, 15, 14 மற்றும் 13 வழக்குகளை விற்க திரண்ட நிகழ்தகவு, பால் அதே முறையில் வேலை செய்ய முடியும் மற்றும் கீழே வைத்து செயல்படுத்த முடியும்.

குறிப்புகள்

தேவை (விற்பனை)	திரண்ட நிகழ்தகவு பால் தொடர்பான வகைகள்
13 அல்லது மேலும்	1.00
14 அல்லது மேலும்	0.95
15 அல்லது மேலும்	0.85
16 அல்லது மேலும்	0.65
17 அல்லது மேலும்	0.35
18 அல்லது மேலும்	0.10

14 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட விற்பனையின் மொத்த நிகழ்தகவு 0.95 ஆகும், எனவே பால் 14 வழக்குகள் ( 0.625 க்கும் அதிகமாக இருப்பதால்) பங்கு கொள்ள வேண்டும்.இதே போன்ற காரணங்களால் பால் 15 வழக்குகள் தெளிவாகக் குறிப்பிட வேண்டும்.பாலுணவு 16 பால் பாக்கெட்டுகள் ( 0.625 க்கும் அதிகமானவை).ஆனால் இதற்குப் பின் 17 அல்லது அதற்கு மேலும் 0.10 க்கு 0.35 என்ற எண்ணை மட்டும் காண்கிறோம். 18 அல்லது அதற்கும் அதிகமான மதிப்புகள் 0.625 க்கும் குறைவானவை.எனவே, உகந்த நடவடிக்கை பால் 16 வழக்குகளை சேகரிக்க வேண்டும்.இந்த முடிவு நாம் முன்பே பணியாற்றியது போலவேஆஏ மற்றும் EOL நுட்பங்கள்.

அதிகபட்ச வருத்தம் மற்றும் அவற்றின் பயன்பாடுகள் குறைக்கப்பட வேண்டிய அளவுகோல்கள் அலகு 3 இல் விவாதிக்கப்பட்டுள்ளன.

### 14.3 சரியான தீர்வை எடுப்பதற்கான உகந்த தீர்வு விளக்கப்பட அணுகுமுறை

தீர்வு விளக்கப்படம் அணுகுமுறை குறிப்பாக சிக்கலான இடர் சூழ்நிலைகளில் முடிவெடுப்பதற்கான ஒரு நுட்பமாகும். சிக்கலான சூழ்நிலைகளில் முடிவெடுக்கும் சிக்கல்கள் தீர்வு விளக்கப்பட நுட்பத்தை பயன்படுத்தி வசதியாக தீர்க்கப்படலாம்.

ஒரு தீர்மான விளக்கப்படம் (இது மரம் போன்றது என்று அழைக்கப்படுவது) என்பது ஒரு முடிவு பாய்வு வரைபடம் ஆகும். மாற்று வழிவகைகளுக்கு கிளைகளை கொண்டு தேர்வு செய்யலாம்.(முடிவு புள்ளிகள், பெரும்பாலும் புள்ளியிடப்பட்ட வரிகளாக காட்டப்படும்.) வழக்கமான கிளைகள் மத்தியில் நிகழ்தகவுகளைச் சார்ந்து நிகழும் நிகழ்வுகளுக்கு வழிவகுக்கும்.(நிகழ்தகவு கிளைகள், பெரும்பாலும் அப்பட்டமான கோடுகள் என காட்டப்படுகின்றன). வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், முடிவெடுக்கும் ஒரு மரபுவழி முடிவு என்பது ஒரு முடிவெடுக்கும் தயாரிப்பாளருக்கு கிடைக்கக்கூடிய செயல்-நிகழ்வுகள் சேர்க்கப்பட்ட காட்சிகளைக் காட்டுகிறது. ஒவ்வொரு காட்சியும் விளக்கப்படத்தின் வழியாக ஒரு தனித்துவமான பாதையில் காட்டப்படுகிறது. தீர்மான விளக்கப்படத்தின் அணுகுமுறையில், நாம் பொதுவாக எதிர்பார்ப்புக் கொள்கையைப் பயன்படுத்துகிறோம், அதாவது, எதிர்பார்த்த லாபத்தை

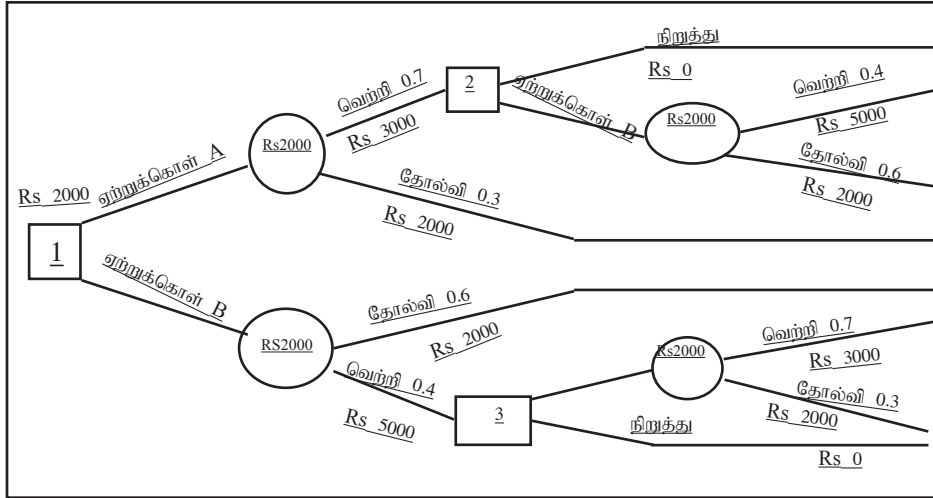
குறைக்கும் அல்லது எதிர்பார்க்கப்படும் செலவை குறைக்கும் மாற்று ஆகும். தீர்மான விளக்கப்படம் ஒன்றைப் பயன்படுத்துவதற்கான நோக்கம் உண்மையில் எந்த மாற்று மாற்றத்தை தேர்ந்தெடுப்பது என்பதைத் தீர்மானிக்க வேண்டும்.

தீர்மான விளக்கப்படங்கள் ஒன்றை தயாரிப்பது ஒரு தீர்மான விளக்க பட சிக்கல் மூலம் நன்றாக புரிந்து கொள்ள முடியும். இந்த நோக்கத்திற்காக சில தீர்வினை எடுப்போம்

குறிப்புகள்

எடுத்துக்காட்டு 14.4: ஒரு தொழிலதிபர் இரண்டு சுயாதீன முதலீடுகள் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். A மற்றும் B அவருக்கு கிடைக்கும் ஆனால் அவர் இருவரும் ஒரே நேரத்தில் மூலதனத்தை மேற்கொள்வதில்லை. அவர் முதலில் 1யை தேர்வு செய்யலாம், பின்னர், நிறுத்தலாம் அல்லது A வெற்றிகரமானதாக இருந்தால், B ஐ அல்லது எடுத்துக்கொள்ளுங்கள். A இல் வெற்றிகளின் நிகழ்தகவு 0.7 ஆகும், B க்கு 0.4 ஆகும். இரு முதலீடுகளுக்கு 2000 ஆம் ஆண்டின் ஆரம்ப மூலதன செலவினம் தீர்மான தீர்மான விளக்க படத்தை வரைந்து சிறந்த யுக்தியை தீர்மானிக்கும்.

தீர்வு: கணக்கின் விளக்கப்பட த்தின் முடிவு பின்வருமாறு வரையப்படலாம்



1, 2 மற்றும் 3 எனக் குறிக்கப்பட்ட சதுரங்கள் முடிவு புள்ளிகள் மற்றும் வட்டங்கள் நிகழ்வு முனைகளை குறிக்கின்றன. எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதிய மதிப்பு, வட்டங்களில் காட்டப்பட்டுள்ளது. உகந்த முடிவு முதலில் A வை ஏற்க வேண்டும் மற்றும் அது வெற்றிகரமாக வேண்டும். மேலும் இந்த முடிவு அதிகபட்ச சாத்தியமானதாக இருந்தால், எதிர்பார்க்கப்பட்ட ஊதியம் B என ஏற்றுக்கொள்ளவும்.

விளக்கம்:

மேலேயுள்ள முடிவு மரத்தை அமைப்பதற்காக, நுட்பத்தில் முன்னோக்கிய தொடர் செயல்முறை, பின்தங்கிய தொடர் செயல்முறை மற்றும் இறுதியாக மரத்தின் வாசிப்பு ஆகியவை உள்ளன.

முன்னோக்கு தொடர் செயல்முறை:

இந்த முறையில், நாம் முதலில் மரத்தின் இடது புறத்தில் ஒரு சதுரத்தை (முதல் முடிவு புள்ளி) வரைய வேண்டும். இந்த புள்ளியில்

கிடைக்கக்கூடிய மாற்றுகள் (எங்கள் வழக்கில் A மற்றும் B) புள்ளிகளாக கட்டப்பட்டுள்ளன. இடையறாத கோடுகள் (நிகழ்தகவு கிளைகள்) வட்டங்களில் (நிகழ்வு முனைகள்) இருந்து வரையப்படுகின்றன. (எங்கள் வழக்கில் A மற்றும் B இன் வெற்றி மற்றும் தோல்விகளை பிரதிபலிக்கும்). சாத்தியக்கூறுகள் மற்றும் தொடர்புடைய பணப்புழக்கங்கள் நிகழ்தகவு கிளைகள் மீது சுட்டிக்கட்டப்படுகின்றன. A மற்றும் B இன் வெற்றியைப் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் நிகழ்தகவு கிளைகள் முறையே 2 மற்றும் 3 யை அடையும். முடிவுக் கட்டம் 2இல், நாம் நிறுத்தலாம் அல்லது பட்டையை ஏற்கலாம், முடிவெடுக்கும் நேரத்தில் 3யில் நாம் நிறுத்தலாம் அல்லது A வை ஏற்றுக்கொள்ளலாம். உண்மையில் அவை புள்ளியிட்ட வரிகளாக காட்டப்படுகின்றன, மற்றும் அவைகள் புதிய சந்திப்பு முனையங்களுக்கு நம்மை வழிநடத்திச் செல்வதால் பிரச்சனைக்கான விளக்கப்படத்தை பூர்த்தி செய்ய வேண்டியது அவசியம்.

பின்தங்கிய தொடர் செயல்முறை:

தீர்மான விளக்கப்படத்தில் அடுத்த படி பகுப்பாய்வு பின்தங்கிய தொடர் செயல்முறை செய்ய உள்ளது. இதைச் செய்ய நாம் ஒவ்வொரு இறுதி நிகழ்விற்கும் அந்த விளக்கப்படத்தின் மதிப்பை அந்த நிகழ்வின் மதிப்பில் எழுதுகிறோம். பின்தங்கிய தொடர் செயல்முறையில் கீழ்க்கண்ட விதிகளை கடைபிடிக்க வேண்டும்:

- (i) கிளைகளை நிகழ்தகவு கிளைகள் தொடர்புடைய சந்திப்பு அல்லது கிளைகளின் முனையின் எதிர்பார்ப்புகளை எழுதுங்கள்
- (ii) கிளைகள் முடிவு கிளைகளாக இருந்தால், உயர்ந்த எதிர்பார்ப்புடன் கிளை ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுக்கும், கிளை தேர்வு செய்யப்பட்டு, இந்த எதிர்பார்ப்பு கிளைகளின் சந்திப்புடன் எழுப்பப்படுகின்றன. தேர்வு கிளைகளைத் தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் தேர்வு செய்யப்படலாம்.

இந்த விதிகளை கவனிப்பதன் மூலம், சம்பந்தப்பட்ட புள்ளிவிவரங்கள் வட்டாரங்களில் எழுதப்பட்டிருக்கின்றன, கொடுக்கப்பட்ட பிரச்சனைக்காக வரையப்பட்ட மரத்தின் வரைபடத்தில் சதுரங்களுடனும் எழுதப்பட்டுள்ளது.

தீர்மானிக்கப்பட்ட விளக்கப்படத்தை படித்தல்:

குறிப்பிடப்பட்ட தீர்மான விளக்கப்படத்தை படிப்பதற்கு நாம் தொடக்கத்தில் செய்யப்பாட்டு தீர்மான கிளைகளை பின்பற்ற வேண்டும். எங்கள் உதாரணத்தில், முதலீட்டாளர் முதன்முதலாக முதலீட்டை ஏற்றுக்கொள்ள A வெற்றிகரமானால், அவர் B யை ஏற்க வேண்டும் என்று நாங்கள் கூறுவோம்.

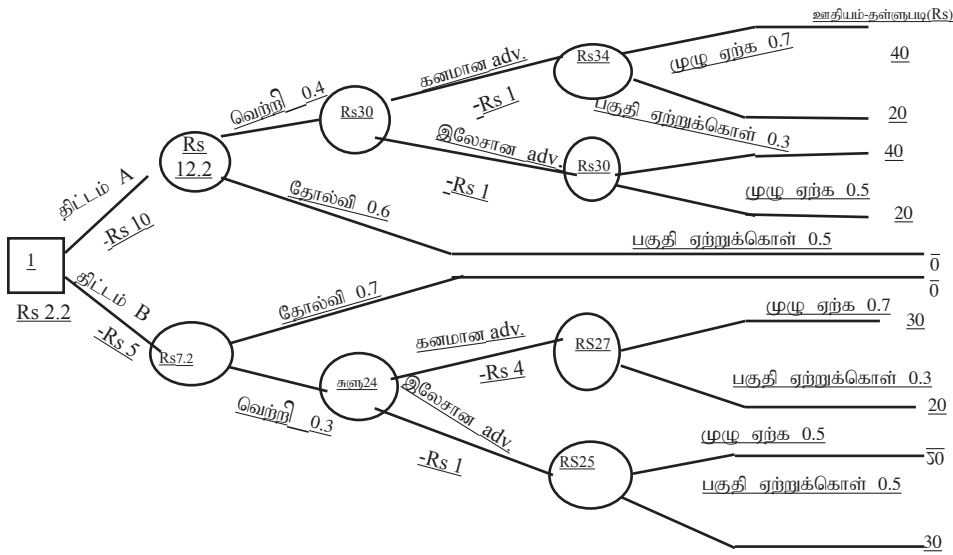
தீர்மான விளக்கப்பட பின்னணியில் பின்வருபவை முக்கியமானவை:

- (i) ஒட்டுமொத்த எதிர்பார்ப்பு தொடக்கத்தில் எண்ணிக்கையின் மூலம் வழங்கப்படுகிறது. (எங்களது உதாரணத்தில், ரூ.2000 முதலீட்டில் இருந்து சராசரியாக வருவாயைக் குறிக்கிறது.)
- (ii) முடிவெடுக்கப்பட்ட கிளை ஒன்று அகற்றப்பட்டவுடன் விளக்கப்படம் அனைத்து பிற பாகங்களும் பொருத்தமற்றவை.(எங்கள் விஷயத்தில், விளக்கப்படத்தின் கீழ் பகுதி பொருத்தமற்றது).

எடுத்துக்காட்டு 14.5: ABC நிறுவனத்தில் திரு. X. சந்தையில் ஒரு புதிய தயாரிப்பை அறிமுகப்படுத்த விரும்புகிறது. இவர், A மற்றும் B

இரு வேறுபட்ட ஆராய்ச்சி மற்றும் மேம்பாட்டுத் திட்டங்களை அவர் தேர்வு செய்கிறார். ரூ.விளக்கப்படத்தின் 10 லட்ச ரூபாய் செலவில், வெற்றி 40 சதவீதத்திற்கும், B செலவு ரூ.5 லட்சத்துக்கும் 30 சதவீத வெற்றி வாய்ப்பு உள்ளது. வெற்றிகரமான நிகழ்வில், இந்த தயாரிப்பை அதிகமாக அல்லது எளிமையாக விளம்பரப்படுத்த வேண்டுமா என்பதை திரு. X தீர்மானிக்க வேண்டும். கனமான விளம்பரம் செய்வதற்கு ரூ.4 லட்சம் செலவாகிறது. ஆனால் முழுமையான ஏற்றுக்கொள்ளலுக்கான ஒரு 0.9 நிகழ்தகவு மற்றும் சந்தை மூலம் பகுதி ஏற்றுக்கொள்ளும் 0.3 நிகழ்தகவினை கொடுக்கிறது. ஒளி விளம்பர செலவிற்கு ரூ.1 லட்சம் முழுமையாக ஏற்றுக்கொள்ளக்கூடிய நிகழ்தகவு 0.5 ஆகும். திட்டத்தின்படி உருவாக்கப்பட்ட பொருளின் முழு சந்தை ஏற்பு ரூ. 40 இலட்சம் ஆகும். இத்திட்டத்தின் மதிப்பு ரூ. 30 இலட்சம் ஆகும். இரண்டு வழக்குகளிலும் பகுதியளவு ஏற்பு ரூ. 20 லட்சம் மதிப்புகளாக இருக்கும். எந்த திட்டத்தை திரு X ஏற்றுக்கொள்ள வேண்டும் மற்றும் தயாரிப்புகளை விற்பனை செய்வதற்கு என்ன விளம்பரம் செய்யப்பட வேண்டும்? ஒரு தீர்மானிக்கப்பட்ட விளக்கப்படத்தின் உதவியுடன் பிரச்சினையை தீர்க்கவும்.

தீர்வு: பிரச்சினையின் தீர்மான விளக்கப்படத்திலிருந்து பின்வருமாறு காணலாம்:  
(அனைத்து எண்கள் லட்சக்கணக்கில்)



தீர்மான மரத்திலிருந்து நாம் திரு X திட்டத்தினை கடைப்பிடிக்க வேண்டுமென்று தீர்மான மரத்தின் பகுப்பாய்வு வெற்றி தயாரிப்புக்கு விற்பனை

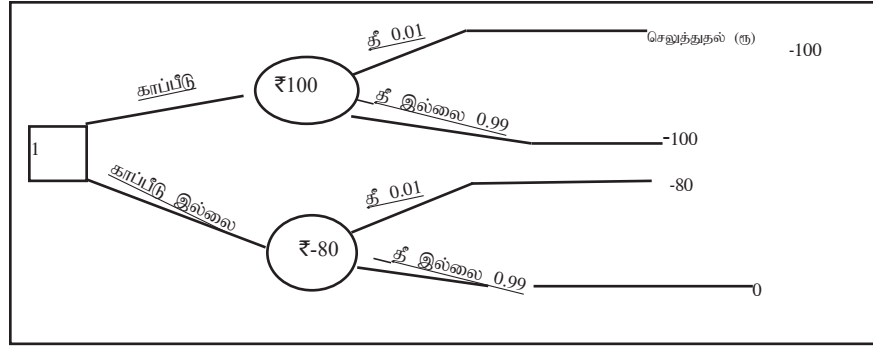
செய்ய ஒளி விளம்பரம் செய்ய வேண்டும். இந்த தீர்மானம், அதிகபட்சமாக எதிர்பார்க்கப்படும் ஊதியம் ரூ.2.2 லட்சம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 14.6: கொடுக்கப்பட்டுள்ள செலவுதரத்துடன் தொடர்புடைய தீர்மானஅணிக்கான விளக்கப்படத்தை தயார்செய்யவும்

தன்மையின் நிலை	வேலை நீக்கம் செய் 0.01	வேலை நீக்கம் செய்யாதே 0.99
மாற்று		
காப்பீடு	ரூ 100	ரூ 100
காப்பீடு செய்ய வேண்டாம்	ரூ 80	ரூ 0

மேலும், செலவை குறைக்க எடுக்கும் நடவடிக்கை என்ன?

தீர்வு: பிரச்சனைக்கான தீர்மான விளக்கப்படம் பின்வருமாறு இருக்கும்:



முடிவு விளக்கப்படத்தின்படி, எதிர்பார்த்த செலவுகளின் நடவடிக்கையை குறைக்க வேண்டும் என்பதை காப்பீடு செய்ய கூடாது.

தீர்மான விளக்கப்படத்தின் பயன்கள்

ஆபத்து நிலைமைகளின் கீழ் முடிவெடுக்கும் தீர்மான அணுகுமுறைகள் பின்வரும் அனுகூலங்களை வழங்குகிறது:

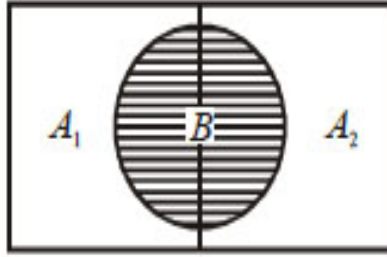
1. தீர்மான விளக்கப்படத்தின் அணுகுமுறை இடர் சூழ்நிலைகளில் முடிவு செய்ய பின்வரும் நன்மைகள் வழங்குகிறது.
2. அதன் சாத்தியமான விளைவுகள் மற்றும் அதன் விளைவான ஊதியங்கள் ஆகியவற்றோடு முடிவுகளை எடுக்கும்போது இது ஒரு பார்வையாக காட்டுகிறது.
3. கணக்கீட்டு முடிவுகளின் விளைவாக விளக்கப்படத்தின் மீது காட்டப்படும் முடிவைப், பகுப்பாய்வு எளிதாக்குகிறது.
4. இது மிகவும் எளிதாக சிக்கல்களுக்கான பிரச்சனைகளுக்கு தீர்வு அளிக்கிறது.

#### 14.4 பிந்தின நிகழ்தகவு கருத்து

புதிய தகவலைக் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ள எப்படி சிக்கல்கள் திருத்தியமைக்கப்படுகின்றன என்பதை ஆய்வு செய்ய கூட்டு மற்றும்

நிபந்தனை நிகழ்தகவுகளை விவாதிக்க வேண்டும். 1763 இல் வெளியான பேயஸ் தேர் (ஒரு ஆங்கில தத்துவவாதி என்ற பெயரில் தாமஸ் பேயஸ் பெயரிடப்பட்டது) திருத்தப்பட்ட நிகழ்தகவுகளை கணக்கிடுவதற்கான தனித்துவமான முறையாகும். இந்த கோட்பாடு, மற்ற முடிவு விளக்கப்பட பகுப்பாய்வு குறிப்பில் சுய அறிவுரை 280 பொருள் சொற்கள் A (எ.கா.) அனுசரிக்கப்பட்டது, அதாவது, தியரி மதிப்பு  $P(E/A)$ . நிகழ்வு A பொதுவாக ஒரே மாதிரி தகவலைக் குறித்தது. அத்தகைய பேயேஸ் விதி கூட ஒரு நிகழ்தகவை தீர்மானிக்க கவலை உள்ளது. உதாரணமாக, சரியாக வேலை செய்யாத இயந்திரத்தை கருத்தில் கொள்ளுங்கள். மாதிரி தகவல்களின் அடிப்படையில் குறைபாடுள்ள கட்டுரை நிகழ்தகவு 4 சதவீதமாக இருக்கும் என சில மாதிரி தகவல்கள் தெரிவிக்கின்றன. பேயேஸ் தேற்றம் பல முக்கியமான பயன்பாடுகளை சிறப்பு பகுப்பாய்வு சூழலில் மதிப்பீடு செய்கிறது. இந்த விளக்கத்தை  $A_1$  மற்றும்  $A_2$  ஆகியவை பரஸ்பர மற்றும் முழுமையானவையாகக் கொண்ட நிகழ்வுகளின் தொகுப்பாக இருக்கும். எனவே  $P(A_1) + P(A_2) = 1$  மற்றும் B என்பது ஒரு நிகழ்வை ஒவ்வொரு பகுதியின் வரைபடங்களும் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

குறிப்புகள்



மேலே உள்ள படத்தில்  $A_1$  க்குள் இருக்கும் B இன் பகுதி  $A_1$  மற்றும்  $B'$  பகுதியைக் குறிக்கிறது மற்றும்  $A_2$  க்குள் A இன் பாகம்  $A_2$  மற்றும் B யை குறிக்கிறது. இந்த நிகழ்வு  $A_1$  கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்வின் B இன் நிகழ்தகவு ஆகும்.

$$P(A_1 | B) = \frac{P(A_1 \text{ and } B)}{P(B)}$$

நிகழ்வு  $A_2$  நிகழ்தகவு B இன் நிகழ்தகவு,

$$P(A_2 | B) = \frac{P(A_2 \text{ and } B)}{P(B)}$$

இங்கு,

$$P(B) = P(A_1 \text{ and } B) + P(A_2 \text{ and } B)$$

குறிப்புகள்

$$P(A_1 \text{ and } B) = P(A_1) \times P(BA_1)$$

$$P(A_2 \text{ and } B) = P(A_2) \times P(BA_2)$$

பொதுவாக  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  என்றால்... ஒரு பரஸ்பர பிரத்தியேக மற்றும் முழுமையான நிகழ்வுகள் பின்வரும் நிகழ்வுகளை வெளிப்படுத்தலாம்:

$$P(A_i | B) = \frac{P(A_i \text{ and } B)}{P(B)}$$

இங்கு,

$$P(B) = P(A_1 \text{ and } B) + P(A_2 \text{ and } B) + \dots + P(A_n \text{ and } B)$$

$$P(A_i \text{ and } B) = P(A_i) \times P(BA_i)$$

மாதிரி தகவலின் வெளிச்சத்தில் வெளிப்பாடு பேயஸ் ஆட்சியின் மூலம் திருத்தப்பட்ட ஒரு பின்விளைவு நிகழ்தகவு என அழைக்கப்படுகிறது. பின்பக்க நிகழ்தகவுகள் எப்போதும் நிபந்தனைக்குட்பட்ட நிகழ்தகவுகள் ஆகும். கீழே கொடுக்கப்பட்ட ஒரு எடுத்துக்காட்டு இதை விளக்குகிறது.

உதாரணம் 14.7: ஒரு நாணயம் நியாயமானது அல்லது நியாயமற்றது என்பது தெரியவில்லை. நாணயம் நியாயமானது என்றால், பூவின் நிகழ்தகவு 0.5 நாணயம் நியாயமற்றது என்றால், ஒரு பூவின் நிகழ்தகவு 0.10 ஆகும். நியாயமான நாணயத்தால் வழங்கப்பட்ட நிபந்தனையற்ற நிகழ்தகவு 0.80 மற்றும் நியாயமற்ற நாணயத்தின் நிகழ்தகவு 0.20 ஆகும். நாணயம் ஒரு முறை சுண்டப்படும் பொது அதன் விளைவு பூ ஆகும். (i) நாணயம் நியாயமானது எனில் நிகழ்தகவு என்ன? (ii) நாணயம் நியாயமற்றது எனில் நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு: ஒரு நிகழ்வில் 'நியாயமான நாணயம்'  $A_1$  மற்றும் 'நியாயமற்ற நாணயம்;'  $A_2$  என நியமிக்கப்படும். பின்னர் கொடுக்கப்பட்ட தகவலை கீழே காணலாம்:

$$P(A_1) = 0.80 \quad \text{காரியவியூகம் (அல்லது நிபந்தனையற்ற) நிகழ்தகவுகள்}$$

$$P(A_2) = 0.20$$



$$P(\text{tail} / A_1) = 0.5$$

நிபந்தனை நிகழ்தகவுகள்

$$P(\text{tail} / A_2) = 0.1$$

$$P(\text{tail} \cap A_1) = P(A_1) \times P(\text{tail} / A_1)$$

கூட்டு நிகழ்தகவுகள்

$$= (0.8)(0.5)$$

$$= 0.40$$

$$P(\text{tail} \cap A_2) = P(A_2) \times P(\text{tail} / A_2)$$

$$= (0.2)(0.1)$$

$$= 0.02$$

ஒரு பூ 'நியாயமான நாணயம்' அல்லது 'நியாயமற்ற நாணயத்துடன்' இணைந்து கொள்ளலாம். முன்னாள் நிகழ்தகவு 0.40 ஆகும், பிந்தைய நிகழ்தகவு 0.02 ஆகும். நிகழ்தகவுகளின் கூட்டுத்தொகை சோதனையில் முதலில் சுண்டப்படும் நாணயத்தின் நிபந்தனையற்ற நிகழ்தகவை விளைவிக்கும்.

$$P(\text{tail}) = 0.40 + 0.02 = 0.42$$

ஒரு பூ கிடைக்குமானால், ஒரு நாணயத்தை ஒருமுறை சுண்டமுடியும் என்பது நியாயமான நாணயமா அல்லது நியாயமற்ற நாணயமா என்பது தெரியவில்லை என்றால், அந்த நியாயமான நாணயத்தின் நிகழ்தகவு பின்வருமாறு:

$$P(A_1 | \text{tail}) = \frac{P(\text{tail} \cap A_1)}{P(\text{tail})} = \frac{0.40}{0.42} = 0.95$$

குறிப்புகள்

இது நியாய நாணயத்தின் (அல்லது A1) பின்பக்க (அல்லது திருத்தப்பட்ட) நிகழ்தகவு ஆகும், மேலே கூறப்பட்ட பேயெஸ் விதியின்படி முதலில் சுண்டப்படும் நாணயத்தின் முடிவு பூவாக கிடைக்கும்.

நாம் இதேபோல் ஒரு நியாயமற்ற நாணயத்தின் (அல்லது A2) பின்பக்க நிகழ்தகவை கணக்கிட முடியும், நாம் இதேபோல் ஒரு நியாயமற்ற நாணயத்தின் (அல்லது A2) பின்பக்க நிகழ்தகவை கணக்கிட முடியும், முதலில் சுண்டப்படும் நாணயத்தின் முடிவு பூவாக கிடைக்கும் என்பது பின்வருமாறு காட்டப்படலாம்.

$$P(A_2 \text{ tail}) = \frac{P(\text{tail and } A_2)}{P(\text{tail})} = \frac{0.02}{0.42} = 0.05$$

இதனால் திருத்தப்பட்ட சாத்தியக்கூறுகளின் பின்னர் ஒரு நாணயம் சுண்டப்படும் பொது நியாய நாணயத்தின் முடிவு பூ 0.95 மற்றும் நியாயமற்ற நாணயத்தின் முடிவு 0.05 (ஆரம்பத்தில் அவை 0.80 மற்றும் 0.20, முறையே).

உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறிக

1. விளக்கப்பட தீர்மானத்தின் அணுகுமுறை என்ன?
2. பின்தங்கிய செயல்முறையில் கடைப்பிடிக்க வேண்டிய விதி என்ன?
3. விளக்கப்பட முறையின் நன்மைகள் யாவை?

14.5 உங்கள் முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தறியும் வினாக்களுக்கான விடைகள்

1. விளக்கப்பட தீர்மானத்தின் அணுகுமுறை என்பது சிக்கலான இடர் சூழ்நிலைகளில் குறிப்பாக தீர்மானத்தை(கள்) செய்யும் ஒரு நுட்பமாகும். விளக்க படத்தின் தீர்மான நுட்பத்தை பயன்படுத்தி மிகவும் சிக்கலான கணக்கின் தீர்வை பெற முடியும்.

ஒரு விளக்க படத்தின் முறை (ஒரு மரம் போல் இருக்கும் படிமுறை என்று அழைக்கப்படுகிறது) என்பது ஒரு முடிவு எடுத்தல் வரைபடம் ஆகும், இது நிகழ்தகவுகளுக்கு வழிவகுக்கும் கிளைகளை ஒருங்கிணைக்கிறது, (முடிவு புள்ளிகள், பெரும்பாலும் புள்ளியிடப்பட்ட வரிகளாக காட்டப்படும்) சாதாரண கிளைகளின் நிகழ்வு இந்த நிகழ்தகவுகளைச் சார்ந்து நிகழும் (நிகழ்தகவு கிளைகள், பெரும்பாலும் பிரிக்கப்படாத கோடுகளாக காட்டப்படுகிறது). வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், முடிவெடுக்கும் தயாரிப்பாளருக்கு கிடைக்கும் நிகழ்வு நிகழ்வுகளின் காட்சிகளைக் காட்டும் ஒரு வரைபட வழியாகும்.

2. ஒரு பின்தங்கிய செயல்முறை, கீழ்க்கண்ட விதிகளை கடைபிடிக்க வேண்டும்:
  - (i) நிகழ்தகவு கிளைகள் என்றால், கிளைகளின் தொடர்புடைய சந்திப்பில் (அல்லது முனை) எதிர்பார்ப்பை எழுதுங்கள்.
  - (ii) கிளைகள், முடிவு கிளைகளாக இருந்தால், கிளை ஒன்றை

தேர்ந்தெடுப்பதற்கு மிக உயர்ந்த எதிர்பார்ப்புடன் கிளையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும் மற்றும் சந்திப்பு கிளைகளின் எதிர்பார்ப்பை எழுதவும் முடிவு கிளைகளைத் தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் தேர்வு செய்யப்படலாம்.

3. விளக்கப்பட தீர்மானத்தின் நன்மைகள்:

- (i) இது தொடர்ச்சியான முடிவெடுக்கும் செயல்முறைகளின் வரைபட முறை விளக்கத்தை அளிக்கிறது.
- (ii) ஒரு முடிவில், அதன் சாத்தியமான விளைவுகள் மற்றும் அதன் விளைவான ஊதியங்கள் ஆகியவற்றோடு முடிவுகளை எடுக்கப்படும் என எதிர்பார்க்கப்படுகிறது.
- (iii) கணக்கிடுதலின் விளக்கப்பட தீர்மானத்தின் மீது காட்டப்படுவதால், முடிவு பகுப்பாய்வு எளிதாக்குகிறது.
- (iv) இது மிகவும் எளிதாக சிக்கலான பிரச்சனைகளுக்கு தீர்வு வழங்குகிறது.

குறிப்புகள்

## 14.6 சுருக்கம்

- நிர்ணயிக்கப்பட்ட மாதிரியானது நிர்ணய நிலையுடன் தொடர்புடையது. நிர்ணயிக்கப்பட்ட முடிவு விளைவுப்புள்ளிகள் எளிய சாத்தியமான விளைவுப்புள்ளிகள் ஆகும். இந்த மாதிரியின் குறிக்கோள்கள் மற்றும் உத்திகள் பட்டியலிடப்பட வேண்டும், பின்னர் ஒவ்வொரு நோக்கத்திற்கும் ஒவ்வொரு மூலோபாயத்திற்கும் ஊதியம் நிர்ணயிக்கப்படும்.
- நிகழ்தகவு மாதிரி அல்லது தோராய முடிவு மாதிரி, ஆபத்து சூழ்நிலை தொடர்பான தீர்மான விளக்கப்படத்தின் பகுப்பாய்வு ஆகிறது. இடர் நிலைமை ஏற்கனவே விவரிக்கப்பட்டு விட்டது, இயற்கையின் பல மாநிலங்கள் மற்றும் முடிவெடுக்கும் தயாரிப்பாளர்கள் ஒவ்வொரு மாநிலமும் நிகழும் நிகழ்தகவு பற்றி அறிந்திருக்கிறார்கள்.
- பல சிக்கல்களில், EMV மூலமாகவோ EOL மூலமாகவோ சிறந்த செயல்பாட்டைக் கண்டறிய தேவைப்படும் கணிப்புகளின் எண்ணிக்கையின் காரணமாக இதுவும் கடினமான ஒன்றாகும். அடித்தள பகுப்பாய்வு இதற்கு மாற்றாக உள்ளது, ஆனால் லாபங்கள் அதிகரிக்கும் (அல்லது இழப்புகள் குறைந்து) நேர்க்கோடான இடங்களில் மட்டுமே இருக்கும்.
- தீர்மான விளக்கப்படத்தின் அணுகுமுறை என்பது சிக்கலான இடர் சூழ்நிலைகளில் குறிப்பாக தீர்மானிகள் செய்யும் ஒரு நுட்பமாகும். தீர்மான விளக்கப்படத்தின் நுட்பத்தை பயன்படுத்தி சிக்கலான பிரச்சனைகளை தீர்க்கப்பட முடியும்.
- ஒரு விளக்க படத்தின் முறை (ஒரு மரம் போல் இருக்கும் படிமுறை என்று அழைக்கப்படுகிறது) என்பது ஒரு முடிவு எடுத்தல் வரைபடம் ஆகும், இது நிகழ்தகவுகளுக்கு வழிவகுக்கும் கிளைகளை ஒருங்கிணைக்கிறது, (முடிவு புள்ளிகள், பெரும்பாலும் புள்ளியிடப்பட்ட வரிகளாக காட்டப்படும்) சாதாரண கிளைகளின் நிகழ்வு இந்த

நிகழ்தகவுகளைச் சார்ந்து நிகழும் (நிகழ்தகவு கிளைகள், பெரும்பாலும் பிரிக்கப்படாத கோடுகளாக காட்டப்படுகிறது).

- வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், முடிவெடுக்கும் தயாரிப்பாளருக்கு கிடைக்கும் நிகழ்வு நிகழ்வுகளின் காட்சிகளைக் காட்டும் ஒரு வரைபட வழியாகும். ஒவ்வொரு வரிசையும் விளக்கப்படத்தின் வழியே ஒரு தனித்துவமான பாதையில் காண்பிக்கப்படும்.

#### 14.7 முக்கிய கருத்துப்படிமங்கள்

- நிர்ணயிக்கப்பட்ட மாதிரி : நிர்ணயிக்கப்பட்ட மாதிரியானது நிர்ணய நிலையுடன் தொடர்புடையது. நிர்ணயிக்கப்பட்ட முடிவு விளைவுப்புள்ளிகள் எளிய சாத்தியமான விளைவுப்புள்ளிகள் ஆகும். இந்த மாதிரியின் குறிக்கோள்கள் மற்றும் உத்திகள் பட்டியலிடப்பட வேண்டும், பின்னர் ஒவ்வொரு நோக்கத்திற்கும் ஒவ்வொரு மூலோபாயத்திற்கும் ஊதியம் நிர்ணயிக்கப்படும்.
- தீர்மான விளக்கப்படத்தின் அணுகுமுறை: தீர்மான விளக்கப்படத்தின் அணுகுமுறை என்பது சிக்கலான இடர் சூழ்நிலைகளில் குறிப்பாக தீர்மானிகள் செய்யும் ஒரு நுட்பமாகும். தீர்மான விளக்கப்படத்தின் நுட்பத்தை பயன்படுத்தி சிக்கலான பிரச்சனைகளை தீர்க்கப்பட முடியும்.

#### 14.8 தற்சோதனை மற்றும் பயிற்சி வினாக்கள்

##### குறு விடை வினாக்கள்

1. காப்பு மதிப்பு என்றால் என்ன?
2. ஓரளவு பகுப்பாய்வு என்றால் என்ன? அதற்க்கான கருக்கமான கணக்கினை கொடுக்கவும்.
3. தீர்மான விளக்கப்படத்தை வரையறுக்க.

##### நெடு விடை வினாக்கள்

1. EMV மற்றும் EOL அடிப்படை என்ன?
2. ஊதியம் மற்றும் வருந்துவதை அட்டவணை மூலம் வேறுபடுத்தி காட்டவும்? உதாரணங்கள் உதவியுடன் விளக்கவும்.
3. தொடர் முடிவுகளுக்கு தீர்மான விளக்கப்படம் ஏன் பயன்படுத்தப்படுகின்றன என்பதை பற்றி விளக்கவும்.
4. செயல் இடத்தின் முக்கியத்துவம் யாது? ஒரு எடுத்துக்காட்டு உதவியுடன் விளக்குக.
5. விளக்குக:(i) மீப்பெரு (ii) மீச்சிறு, மற்றும் (iii) அதிகபட்ச முடிவு அளவுகோல்.
6. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் உள்ள ஊதியத்திலிருந்து உகந்த செயல் எது என்பதை முடிவு செய்யுங்கள்.

குறிப்புகள்

உத்திகள்			
நிகழ்வுகள்	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$S_1$	20	40	60
$S_2$	15	-10	-15
$S_3$	35	25	-20
	$P(S_1) = 0.4$	$P(S_2) = 0.5$	$P(S_3) = 0.1$
EMV இதற்காக $A_1 = 19$ , இதற்காக $A_2 = 13.5$ , மற்றும் இதற்காக $A_3 = 13.5$			

#### 14.9 மேலும் படிக்க

- தாஹா, H.A. 2006. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி: ஒரு அறிமுகம், 8வது பதிப்பு. புதுடில்லி: ப்ரிண்ட்ஸ்-ஹால் இந்தியா.
- ஜென்சன், பவுல் A., மற்றும் ஜோனாதன் F. பார்ட் 2003. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி மாதிரிகள் மற்றும் முறைகள். நியூயார்க்: ஜான் வில்லி & மகன்கள்.
- குப்தா, P.K., மற்றும் D.S. ஹிரா. 2002. செயல்பாடுகள் ஆராய்ச்சி அறிமுகம். புதுடில்லி: S. சந்த் & கோ.
- கோத்தாரி, C.R. 1982. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி ஒரு அறிமுகம். புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.
- கலாவதி, S, 2013. செயல்பாட்டு ஆராய்ச்சி, 4வது பதிப்பு. புதுடில்லி: விகாஸ் பதிப்பகம் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்.



முதுகலை வணிக மேலாண்மை

**317 14**

அளவு நுட்பங்கள்  
முதற் பருவம்



## அழகப்பா பல்கலைக்கழகம்



தேசியத் தர நிர்ணயக் குழுவின் மூன்றாம் சுற்றுத் தர மதிப்பீட்டில் A+(CGPA: 3.64) தகுதியும்  
மனிதவள மேம்பாட்டு அமைச்சகம் - பல்கலைக்கழக மானியக்குழுவின் முதல் தரப்  
பல்கலைக்கழகம் மற்றும் தன்னாட்சித் தகுதியும் பெற்றது



காரைக்குடி - 630003

தொலைநிலைக்கல்வி இயக்ககம்